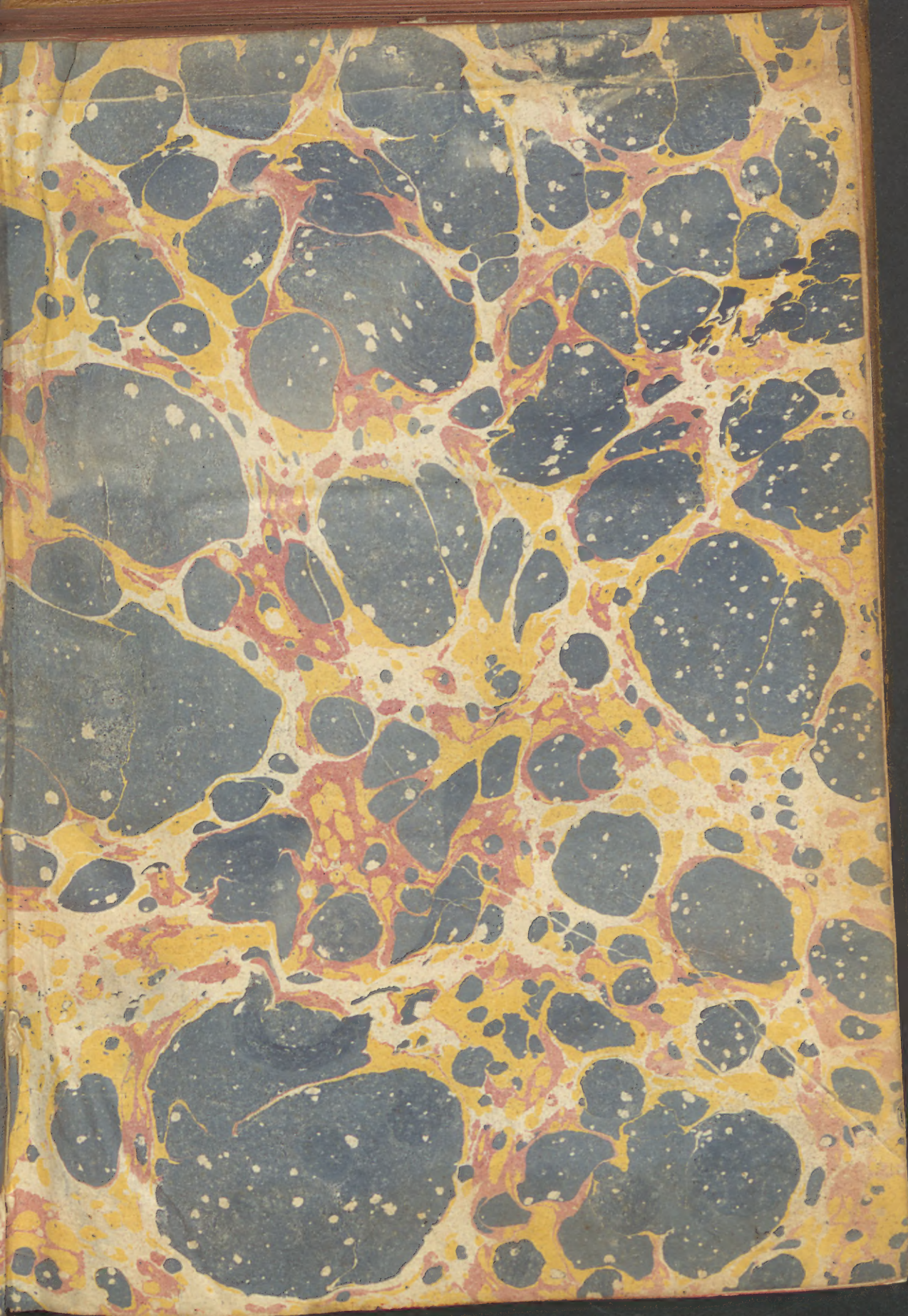








56=32=A.

424 SE

• Lib. 211
N. 52

ELEMENTOS
DE MATEMÁTICA.

TOMO VI.



ELEMENTS
OF MATHEMATICS

VOL. I



ELEMENTOS DE MATEMÁTICA.

POR D. BENITO BAILS,

*Director de Matemáticas de la Real Academia de S. Fernando,
Individuo de las Reales Academias Española, de la Historia,
y de la de Ciencias naturales, y Artes de Barcelona.*

TOMO VI.



M A D R I D.

Por D. JOACHIN IBARRA, Impresor de Cámara de S. M.
y de la Real Academia.

M.DCC.LXXXI.

DE MATEMÁTICA ELEMENTOS

Por D. BENITO BAILE

Director de Matemáticas de la Real Academia de S. Fernando,
Profesor de las Matemáticas Especiales de la misma,
y de la de Ciencias naturales y Artes de Barcelona.

TOMO VI



M A D R I D.

Por D. JOAQUÍN IBAÑETA, Impresor de Cámara de S. M.
y de la Real Academia.

1844

PRÓLOGO.

Aunque suponemos en los que hicieren empeño de leer ó estudiar toda esta Obra bastante constancia , para que no los fastidie la aridez de algunos puntos tratados en los tres primeros Tomos , ni los desaliente la dificultad , ó la falta de total certeza de otros que ventilamos en el quarto y quinto ; sin embargo creemos firmemente que avivará su ardor , despertándoles mas la curiosidad , el asunto que en este tratamos. Reyna por fortuna entre todos los que componen un Curso de Matemáticas tal dependencia , que al mismo tiempo que va creciendo su número , crece tambien el atractivo de sus respectivas materias: como si esta circunstancia de los varios objetos en que se exercita la Matemática Mixta hubiera de servir de alimento á nuestra paciencia. Porque no es nada arbitraria su coordinacion , fúndase en su misma esencia ; pues siendo el movimiento la propiedad mas general de todos los cuerpos , la que mas influxo tiene en los fenómenos de la naturaleza , debia tambien ser lo primero que llamase la atencion de la Físico-Matemática. Y si bien parece que á la Dinámica debería seguirse inmediatamente la Astronomía , por reducirse todas las apariencias celestes al movimiento de los astros ; no obstante , como por razon de las distancias á que están de nosotros tenemos que observarlos con instrumentos ópticos , es indispensable enterarse

primero de la construccion y usos de estos instrumentos, de las ilusiones á que está expuesta la vista del observador , por no equivocar las apariencias con la realidad , y por consiguiente de las propiedades de la luz , fundamento esencial de quanto importa saber acerca de los instrumentos astronómicos. Todo esto lo enseña la Optica ; y aunque son grandes los socorros que suministra á la Astronomía , mas prodigiosos parecen todavia los beneficios que dispensa á otras facultades : con su auxilio se ha perfeccionado la Anatomía , ha mudado de semblante la Botánica , y , por cifrarlo todo en una palabra , ha hecho inesperados y maravillosos progresos toda la ciencia de la naturaleza. Pero en medio de tan serias tareas no se ha desdennado la Optica de idear varias representaciones , que mas tienen de curiosas y divertidas que de útiles ; ya para agradecer al hombre los adelantamientos que debe á su aplicacion , ya para que le sirvan de descanso y recreo en los afanes con que los promueve.

Aunque son privativos de la luz los fenómenos que en la Optica consideramos , prescindimos no obstante de su esencia ; porque á nosotros no nos importa saber si consiste en corpúsculos emanados del cuerpo luminoso , ó en una materia difundida en todas partes , bien que de increíble sutileza , impelida del cuerpo luminoso ácia todas las direcciones. Lo cierto es , que , sea lo que fuere de estas dos opiniones , cuyas pruebas dexamos para la porfia ó temeridad de Físicos inquietos y atrevidos , la luz es un

un cuerpo que hiere con indecible presteza el órgano de la vista, del mismo modo que si pasara en un instante indivisible á nuestros ojos desde los cuerpos que la arrojan, ó rechazan. Se pueden, pues, considerar los rayos de la luz como otras tantas líneas físicas, cuya consideracion reduce quasi todos los asuntos ópticos á cuestiones de Geometría Pura: este es con efecto el rumbo que seguimos, y siguen todos los escritores de Optica. Su objeto es considerar la luz quando viene en derechura desde los cuerpos á la vista, por lo que se llama *luz directa*; quando, antes de herir nuestros ojos, atraviesa algun cuerpo que la desvia de su primer camino, en cuyo caso se llama *luz refracta*; y últimamente, quando desde los cuerpos que la despiden, no llega, digamoslo así, sino por tablilla, y despues de rechazada por otros, á nuestros sentidos, por cuya circunstancia se llama *luz reflexa ó reflectida*. Son por consiguiente tres las partes principales de este tratado: la primera, cuyo nombre propio es *Optica*, bien que tambien se llama así el tratado que las incluye todas tres, considera la luz directa; la segunda, que se dedica á explorar las circunstancias de la luz refracta, se llama *Dióptrica*; y la última, cuyo empeño es aclarar quanto es dable las propiedades de la luz reflexa, es conocida con el nombre de *Catóptrica*.

Siendo, segun se echa de ver, las dificultades de la Optica en menor número, y menos complicadas que las de la Catóptrica y Dióptrica, era natural la diésemos el

primer lugar (a) , á fin de que sentadas en esta parte algunas proposiciones fundamentales para las demas , pudiéramos empeñarnos con las competentes premisas en tratar lo que nos importaba acerca de la reflexion y refraccion de la luz. Y constantes , como corresponde , y por la gran cuenta que nos tiene , en seguir el método Matemático , el qual estriba , conforme hemos dicho tantas veces , en atender separadamente á las diferentes propiedades de un mismo cuerpo , ó á las diferentes circunstancias de una misma propiedad , tambien vamos abrazando sucesivamente en este tratado las dificultades sueltas , y por su orden , dexando , como es natural , para las últimas las mas intrincadas. Así en la Catóptrica y Dióptrica vamos manifestando gradualmente las variedades que se reparan en la luz despues de reflectida , ó refringida por una superficie plana , por una ó muchas superficies curvas (b) ; donde

se

(a) En esta parte enseñamos cómo logró comparar Bouguer , individuo de la Real Academia de las Ciencias de París , la luz de diferentes cuerpos luminosos , averiguar la ley que sigue el menoscabo que padece á medida que se va introduciendo en los cuerpos que atraviesa , y otros puntos nuevos , útiles y curiosos. Lo que Bouguer adelantó se halla en su Obra intitulada : *Traité d'Optique sur la Gradation de la Lumière* , &c. Paris 1760. un tomo en 4.

(b) En quanto al camino que sigue la luz al pasar sucesivamente por diferentes cuerpos que la quebrantan , es muy digna de leerse la obra de Mr. Lambert , individuo de la Real Academia de Berlin , intitulada : *Les propriétés remarquables de la route de la Lumière dans les airs , et en général par plusieurs milieux refringens sphériques et concentriques , avec la solution des problemes qui y ont du rapport* , &c. Haya 1757. un tomito en 8.

Hay

se han de juntar unos con otros sus rayos despues de reflectidos , ó refringidos por uno ó muchos cuerpos de determinada figura ; la mayor ó menor confusion y distincion , y demas apariencias que de aquí se han de originar en las imágenes de los objetos estampadas en el órgano de la vista por la luz despues de experimentadas todas estas alteraciones y mudanzas.

Por lo mismo que el fin de las especulaciones ópticas es el auxilio de nuestra vista , serian muy dificultosas de entender y aplicar para el que no tuviese puntual conocimiento de este órgano. Damos , pues , la descripcion de su admirable estructura , manifestando la naturaleza , colocacion , y destino de las partes que le componen , y forman , mediante la diferente virtud refringente de que algunas de ellas son de intento dotadas , todo el mecanismo de la vision. Porque entre la parte anterior del ojo , que es una membrana ó túnica transparente á manera de arco de círculo , que todos reparamos , y la parte posterior arrimada al craneo , hay , entre otros , tres cuerpos diáfanos ó transparentes , que son el humor aquieo , el cristalino y el humor vitreo , de tal naturaleza , figura , y tan bien entendido-

Hay tambien del mismo autor un tratado sumamente curioso sobre el resplandor de la luz , su densidad , la fuerza con que alumbra , sus accidentes en los colores y la sombra , los aumentos ó menoscabos que padece en qualesquiera casos. Es un tomito en 8. con este título : *J.H. Lambert, Sc. Photometria , sive de mensurâ et gradibus luminis , colorum et umbræ.* Ausburgo 1760.

dida colocacion , que , como no esté enfermo el órgano, todos los rayos que saliendo de un mismo punto de un objeto entran en los ojos , atravesando primero la túnica transparente , se van á juntar , en virtud de las refracciones que padecen en los tres cuerpos expresados , cabalmente en otro punto de la retina , membrana posterior de este órgano: y comunicando al cerebro la impresion hecha en la retina un nervio llamado óptico , que desde ella se le introduce por el craneo , queda consumada la obra portentosa de la vision. Quando por algun vicio de este sentido se juntan los rayos antes de llegar á la retina , ó siguen tal rumbo , que solo se juntarian mas allá de esta túnica , si pudieran penetrarla , tenemos que recurrir á anteojos de vidrios convexôs ó cóncavos , segun sea el vicio del qual adolece la vista. La túnica transparente por donde entran los rayos de luz en los ojos , y el humor aquëo que se la sigue son de mayor consistencia que el ayre ; la del cristalino , que está detras del humor aquëo , es todavia mayor ; pero la del humor vitreo , el qual ocupa todo el espacio que hay desde el cristalino hasta la retina, tiene un medio entre la consistencia de este cuerpo , y la del humor aquëo.

Sobre ser natural que los cuerpos que la luz atraviesa oblicuamente la tuerzan ó desvien tanto mas de su camino , quanto mas densos sean ; enseña tambien la experiencia que quando la luz pasa perpendicularmente , esto es , sin inclinacion alguna desde un cuerpo á otro , pro-

si-

sigue su camino en el segundo cuerpo sin torcerse , sean ó no ambos cuerpos de igual consistencia ; pero que quando entra inclinada desde un cuerpo qualquiera en otro de substancia mas compacta , pongo por caso desde el ayre en el agua , se desvia de su camino de tal modo , que se arrima á una linea que nos figuremos atraviесе perpendicularmente la superficie del agua en el punto donde la atraviesa la luz ; y que quando pasa , tambien inclinada , desde un cuerpo qualquiera á otro menos denso , por egeemplo , desde el cristal al vidrio , el desvio que en su rumbo experimenta la apartará de una linea que en el mismo punto sea perpendicular á la superficie de este último cuerpo.

Figurémonos ahora que entre los muchos rayos de luz que salen de un punto de un objeto que miramos, tres no mas hieran la túnica transparente , de modo que el del medio la hiera en direccion perpendicular sin inclinacion alguna , por manera que cayendo puntualmente en su medio este rayo atravesará todo el globo del ojo por su centro , é irá á parar á la retina sin experimentar refraccion alguna. Como los rayos de la luz van *divergiendo* , quiero decir , se van apartando unos de otros á medida que se alejan del cuerpo de donde salen , los otros dos rayos , compañeros del primero , darán en puntos de la túnica transparente algo distantes de su medio , y la herirán con alguna inclinacion ; se torcerán por lo mismo de conformidad que ambos se arrimarán á su centro , porque toda

da línea perpendicular á un arco de círculo va á parar á su centro , ó al radio del medio que por él pasa. Luego los tres rayos despedidos por el punto supuesto del objeto , que se iban separando , se acercan unos á otros en virtud de la refraccion que los de los lados experimentan en la túnica transparente y el humor aquëo ; y como desde este pasan al cristalino , cuerpo todavia mas denso , la refraccion que en él padecen los va aproximando aun mas unos á otros. Entran por último en el humor vitreo , cuerpo menos denso que el cristalino , allí se quebrantan otra vez , de suerte que se apartan de la perpendicular al punto por el qual le penetran ; y por ser cóncava la superficie del humor vitreo , es tal la direccion de la perpendicular á su superficie , que al apartarse de ella los rayos laterales se arriman todavía mas al del medio , de forma que todos tres van á concurrir puntualísimamente en un punto de la retina , donde dexan estampada la imagen de aquel punto del objeto que los despidió (c).

Todo el fin de la Catóptrica y Dióptrica es averiguar el focus ó foco , esto es , el punto de reunion adon-

(c) Es esto tan cierto , que si acabado de matar un animal se le saca un ojo , y á este se le quitan despues las túnicas que tiene detras de la retina , sin dañar á esta , colocando este ojo en un agujero hecho en la puerta ventana de un quarto muy cerrado y obscuro , estando la retina del lado de la pieza , se verá como todos los objetos de afuera se pintan , bien que trastornados , en la retina. Sin embargo de pintarse así transformados los objetos en la retina , todos los animales los ven en su situacion natural por la razon que damos en su lugar.

de han de ir á parar ó concurrir los rayos de la luz despues de las reflexiones , ó refracciones que padecen ; porque como las imágenes que dexan pintadas de los objetos se estampan en este punto de reunion , llamándose distancia focal el trecho que hay entre él y el cuerpo reflectente , ó refringente , es un punto de gran consecuencia esta determinacion. Deseosos por lo mismo de no omitir medio alguno por donde se pueda alcanzar , enseñamos como se consigue por experiencia , por Geometría y por cálculo: toda esta distincion se merece la importancia del asunto.

Despues de declarado como se llega á esta determinacion , solo falta aplicarla á la construccion de los instrumentos que sirven para aumentar el alcance , ó la perspicacia de nuestra vista , por ser este el paradero de todas las especulaciones ópticas. Y como la imagen del objeto que queremos ver se pinta en el focus del cuerpo reflectente , ó refringente , pende la acertada construccion de todo instrumento óptico de la competente colocacion de sus vidrios , ó espejos , quando lleva muchos , por manera que haya entre sus respectivos focos aquella determinada correspondencia que sola le constituye perfecto. Para lo qual se hace preciso conocer las leyes que siguen la reflexion y refraccion de la luz ; porque averiguada que esté esta ley , será facil señalar adonde irá á parar qualquiera de sus rayos despues de reflectido , ó refringido : importa saber si un rayo que da en una superficie reflectente es rechazado con la misma inclinacion , ú otra distinta de aque-

aquella con que la hiere , ó quanto un rayo despues de introducido en un cuerpo que le quebranta se acerca , ó aleja de la superficie por donde le penetra. Porque como la direccion que sigue la luz es siempre recta , tirando desde el punto donde el rayo da en la superficie del cuerpo que le rechaza ó refringe , una recta inclinada respecto de ella lo que correspondiere á la ley de la reflexi3n , ó refracci3n , sabrémos si dicho rayo irá á dar en un punto pensado , ó quanto se apartará de él.

A pesar de la conformidad con que se explican sobre este punto los métodos experimental , geométrico y analítico , es sumamente trabajosa la perfecta construccion de los anteojos astronómicos , llamados dióptricos porque se hacen con luz refracta , por razon de dos obstáculos que la contrarestan. Porque como son todas de figura esférica , y de alguna extension las superficies de los vidrios que en ellos se emplean , y consta que de los rayos de luz que dan en dichas superficies no se juntan en un mismo punto sino los que las encuentran muy inmediatos á su exe (*d*) , concurriendo los demas rayos en puntos del mismo exe tanto mas apartados del vidrio , quanto mas lejos de dicha linea le encuentran , es preciso pinten todos ellos , despues de refringidos , imágenes de los objetos muy confusas y mal terminadas. Consta igualmente que todo

ra-

(*d*) El exe de un vidrio esférico es una linea que pasa por su centro , y por el punto del medio de su superficie.

rayo de luz conforme viene del sol se compone de otros siete de color y refringibilidad diferente, que son el encarnado, anaranjado, amarillo, verde, azul, añil y el violado; quiero decir, que quando un rayo blanco, qual el sol nos le envía, da oblicuamente en la superficie de ciertos cuerpos refringentes, se divide y ensancha en siete rayos cada uno de particular color, apartándose mas ó menos que otros de la superficie refringente, ó de una línea que le sea perpendicular, conforme sea la particular refringibilidad de cada uno. Resulta de aquí, que al quebrantarse un rayo de luz en el vidrio de un antejo astronómico padece alguna resolucion, y los focos de los rayos coloreados en que se resuelve no coinciden en un punto único: hay por consiguiente inmediatos unos á otros varios focos, cada qual de color distinto, lo que causa una imagen de muchos colores, á manera de arco iris, y por lo mismo muy confusa. Esta última resolucion de la luz la buscó y descubrió á fines del siglo pasado el gran Newton, quien manifestó en la serie de experimentos que la demuestran y publicamos, penetracion tan extraordinaria, tino tan portentoso, que bastaran á hacer su nombre inmortal, aun quando no nos hubiese dexado otras pruebas de su admirable ingenio.

De estas dos resoluciones, ó *aberraciones* de la luz (así se llaman); esto es, la que procede de la extension, ó, por mejor decir, de la figura esférica de los vidrios, y llamamos *aberracion de esfericidad*, y la que se origina
de

de la diferente refringibilidad de los rayos simples , segun varía su color , la última es la que mas ha atrasado la Optica práctica , ó la perfeccion de los anteojos dióptricos. Esta aberracion es la que mas ha fatigado y fatiga á los ópticos especulativos de unos quarenta años á esta parte; y mediante lo que acerca de ella han adelantado , tienen ya hoy dia dichos instrumentos un grado de perfeccion al qual los mayores Matemáticos del último siglo , aun los mas afortunados en promover los varios ramos de la Optica, desconfiaron de que pudieran llegar jamas ; construyéndose de algunos años acá anteojos astronómicos muy celebrados con nombre de *acromáticos* , esto es , sin los iris que hacian tan confusas las imágenes de los objetos que con su auxilio deseaba la vista alcanzar.

Ya estarán impacientes nuestros lectores por saber de qué repuestos hemos sacado , para incluirlos en este tratado , todos los puntos expresados , y otros muchos ; y algunos acaso se figurarán que no habrá sido poco lo que con este motivo se nos habrá ofrecido registrar. No permite nuestra franqueza dexemos en el error á los hombres que nos hicieren tanta merced ; no necesitamos de artificios ni engaños para hacernos algun lugar entre las personas que aprecian á los Escritores por su buena intencion , ya que no puedan calificar de excelentes sus escritos. Conocemos , desafiando al mas malévolo á que dé muestras de lo contrario , que los nuestros no baxan de medianos ; algo mas hubieran llegado á ser por razon de los

los materiales que hemos empleado, si al pasar estos por nuestras manos, no hubiesen perdido algunos quilates de su valor. Buen deseo, diligencia, laboriosidad, estos y otros son los títulos en que fundamos las esperanzas que nos alientan de que sean admitidos con alguna indulgencia estos Elementos. Donde lo mucho que hay en otras partes falta todo, no se necesita quien invente, sino quien traiga y aproveche. El don de la invencion está escasamente repartido; y en tales circunstancias puede hallarse un escritor, que aspirar á la gloria de inventor seria de su parte temeridad y locura semejante á la de un Ministro, que tocándole abastecer de pan á una Provincia en año de escasez, mas quisiera esperar á que se cogiese en el pais necesitado, que no sacarle de las Provincias inmediatas donde le hubiese con abundancia. Poco ha sido lo que nos ha costado la coordinacion de este tomo, conforme lo manifestará la historia de la obra que para formarle hemos extractado.

Roberto Smith, Catedrático de Astronomía y Filosofía Experimental en la Universidad de Cambridge, particularmente aficionado á la Optica, y enterado de lo mucho que la habian promovido Gregori (e), Barrow (f), Huyghens (g), y sobre todo el inmortal Newton (b), for-

b

mó,

(e) Jacobi Gregori *Optica promota*.

(f) Isaac Barrow *Lectiones Opticæ*. Cambridge 1674. un tomo en 4.

(g) Véase su *Dióptrica*.

(b) *Opticæ: sive de reflexionibus, refractionibus, inflexionibus et coloribus*
lu-

mó, y puso por obra el pensamiento de escribir sobre este ramo un tratado de propósito, aprovechando y coordinando quanto hasta su tiempo se habia adelantado. No se citó Smith, y en esto no le hemos seguido, á los puntos meramente doctrinales y matemáticos; publicó tambien todos los descubrimientos que se acababan de hacer en el cielo por medio de instrumentos nuevos, ó mejorados; recogió la explicacion de muchos fenómenos de la naturaleza, &c. y logró componer sobre la Optica un tratado de tal extension, que ningun ramo de la Matemática le tenia tan dilatado (i). Verdad es, que en estos tiempos ya se echaban menos en él los adelantamientos que habia hecho esta ciencia desde el año de 1738, en que se dió al público; pero todo lo suplió la diligencia de dos Matemáticos Franceses, que se dedicaron pocos años ha, separadamente y sin saberlo uno de otro, á traducirle en su lengua (k). Aunque siguieron distintos rumbos los dos tra-

lucis. Libri tres. Authore Isaaco Newton, &c. Londres 1719. un tomo en 8.

Isaaci Newtoni, &c. Lectiones opticae annis 1669, 70, 71 in Scholis publicis habitæ, et ex MSS. editæ Londini 1729. Se hallan en el segundo de los tres tomos en 4. que componen sus opúsculos publicados en Lausana el año de 1744.

(i) *A compleat system of Optiks by Robert Smith. Cambridge 1738, dos tomos en 4.*

(k) *Traité d'Optique, par M. Smith, traduit de l'Anglois, et considerablement augmenté. Brest 1767, un tomo en 4. que tiene cerca de 800 páginas. Su autor es Mr. Duval le Roi.*

traductores , ambos hicieron empeño de hermosear su traducción con los principales descubrimientos que se han hecho en la Optica despues que Smith escribió. La diferencia que sin embargo de esto no podia menos de notarse, sin estrañísima casualidad , en las adiciones de ambos traductores, ha redundado en alivio nuestro ; porque entre los dos recopilan lo mas precioso de lo que estaba esparcido en varios escritos modernos , los quales , á no habernos ahorrado su diligencia este trabajo , nos hubiera sido forzoso buscar y registrar. Uno y otro tratan con particular esmero el asunto de los anteojos acromáticos , doctrina toda fundada en una ocurrencia sumamente feliz del célebre Leonardo Euler. Comparando este esclarecido Matemático el órgano de la vista con un antejo dióptrico , y considerando que las imágenes que en aquel se forman de los objetos no tienen iris alguno , antes son sumamente claras y distintas , pensó que esta perfeccion de nuestra vista no tiene otra causa que la varia virtud refringente de los tres humores que componen el órgano de este sentido, y los rayos de la luz tienen que atravesar antes de llegar á la retina. Discurrió , pues, que si se construyesen anteojos con vidrios de varia potencia refractiva , se conseguiría, enmendando unos la confusion que otros podrian ocasionar , fabricar anteojos sin aquellos iris que los hacian

b 2

tan

Cours complet d'Optique , traduit de l'Anglois de Robert Smith , contenant le Théorie , la Pratique , et les usages de cette science. Par M. Pezenas, ancien Professeur d'Hydrographie à Marseille. Avignon 1767. dos tomos en 4.

tan defectuosos y casi inútiles. Aprovechóse en Inglaterra la ocurrencia de Euler, donde se hicieron anteojos con dos especies de vidrio, llamadas la una *Crown glass*, que es nuestro vidrio comun, y la otra *Flint glass*, parecida á las piedras que acá llamamos de Francia, cuya composicion han ocultado los Ingleses con gran secreto, hasta que averiguó Zeiher, Chímico de Petersburgo, que el misterioso *Flint glass* es un compuesto de minio y pedernal: combinando de varios modos el *Flint glass* con el *Crown glass* se hacen dias ha anteojos acromáticos bastante perfectos, bien que no llenan todavia cumplidamente los deseos de los Astrónomos. Este es el mayor grado de perfeccion á que ha llegado hasta ahora la Optica, estos los progresos de que es deudora á los ingenios de Inglaterra, Francia, y Alemania, y que ofrecemos á los nuestros en el presente tratado.

ERRATAS.

Pág.	Lin.	Dice.	Léase.
8	11	4707887 &c.	4707787 &c.
32	15	<i>g</i>	<i>G</i> .
41	12	<i>DHS</i>	<i>DHs</i> .
67	9	siendo así	al paso.
67	10	irá	fuere.
73	20	lo qual	los quales.
75	4	el punto <i>Q</i>	el punto <i>q</i> .
75	18	<i>F</i>	<i>q</i> .
76	9	<i>QC</i> y <i>Qc</i>	<i>QC</i> y <i>qc</i> .
81	29	que junten	y júntese.
94	22	{ cortemos en <i>H</i> la { <i>AB</i> con la <i>GE</i>	{ como la <i>EG</i> corta { la <i>AB</i> en <i>H</i> .
94	19	al rayo <i>BC</i>	al radio <i>BC</i> .
102	17	estos	otros.
111	18	radio	diámetro.
352	7	cítese á la margen la fig. 390.	
354	ult.	el objeto	el espejo.
372	9	y terminado	y terminada.
384	24	cítese enfrente la fig. 419.	
391	14	<i>I</i> y <i>F</i>	<i>I</i> y <i>f</i> .
398	20	<i>Sf</i> : : <i>Ee</i>	<i>Sf</i> : : <i>Ee</i> .
399	19	<i>PL</i> × <i>MK</i>	<i>PL</i> × <i>MX</i> .
403	17	<i>Tz</i> = — <i>Tz</i>	<i>TZ</i> = — <i>Tz</i> .
405	13	el ojo	el objeto.
420	6	3.00 <i>F</i>	3.00.

XVIII

ERRATAS.

Pág.	Lin.	Dice.	Léase.
441	17	abrazan <i>sns</i>	componen sus.
444	26	rayos	radios.
446	26	<i>nn</i>	<i>n</i> .
447	22	<i>RIS</i>	<i>RFS</i> ,
453	22	y en los puntos	y á los puntos.
461	2	<i>QE qec'</i>	<i>QE qe</i> .
472	ult.	$q+d: d:: nn - 1 \dots$	$q+d: d:: n: n - 1.$
483	14	aparente	aparentes.
487	16	f', g'	f, g .
488	17	<i>RQ</i>	<i>SQ</i> .
494	13	del punto <i>p</i>	del punto <i>r</i> .
503	14	recta <i>BQb</i>	recta <i>QBQ</i> .
508	11	$-(m'Q+Q')f'f$	$-(m'Q+Q')f'f'$.
509	ult.	$f'f'$	f'' .
535	6	{ le supondremos colo- cado	{ los supondremos co- locados.
535	14	$\frac{R}{b} = -4, 148 \text{ \&c.}$	$\frac{R}{b} = -4, 148 \text{ \&c.}$
542	5	igual con <i>R</i>	igual con <i>R</i> .
544	22	$AB''B'''q'$	$A'B''B'''q'$
559	17	derretido	colado.
562	20	el	al.
592	12	el techo	el piso.
592	13	al techo	en el suelo.
592	15	$a'c'd'$	$d'c'd'$.
592	22	al techo	en el suelo.
593	5	<i>AB</i>	<i>M</i> .
617	17	<i>adbc</i>	<i>adbe</i> .

ÍNDICE

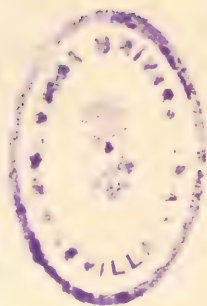
De lo que se contiene en este Tomo.

<i>Elementos de Optica,</i>	pag.1.
<i>De la luz directa,</i>	3.
<i>De la luz reflexa , ó de la Catóptrica,</i>	23.
<i>Determinacion de los rayos reflectidos por una superficie dada,</i>	30.
<i>Determinacion del lugar, magnitud ,y situacion de las imágenes formadas por rayos reflexos,</i>	34.
<i>Determinacion de los focus de los rayos que dan oblicuamente en una , ó muchas superficies reflectentes,</i>	37.
<i>De las causticas por reflexion,</i>	42.
<i>De la luz refracta , ó de la Dióptrica,</i>	57.
<i>Determinacion del focus de los rayos que dan quasi perpendicularmente en una superficie refringente,</i>	79.
<i>Determinacion del lugar y situacion de las imágenes formadas por rayos refractos,</i>	89.
<i>Determinacion de los focus de los rayos que dan con un grado qualquiera de oblicuidad en un número , sea el que fuere , de superficies refringentes,</i>	91.
<i>De las causticas por refraccion,</i>	105.
<i>Experimentos Dióptricos y Catóptricos,</i>	118.
<i>Elementos analíticos de la Catóptrica y Dióptrica,</i>	126.
<i>De la diferente refringibilidad de los rayos de luz ,y de los colores,</i>	134.
<i>Determinacion de las aberraciones que ocasiona la diferente refringibilidad de los rayos de la luz ,y la superficie esférica de las superficies refringentes y reflectentes,</i>	182.
<i>De la vision y descripcion del ojo,</i>	197.
<i>De las ideas que se adquieren con la vista,</i>	244.
<i>De la vision por vidrios ó espejos,</i>	274.
<i>De los instrumentos ópticos,</i>	302.
<i>De la cámara obscura,</i>	302.
<i>De la linterna mágica,</i>	305.
<i>De los anteojos comunes.</i>	307.
	Del

<i>Del microscopio simple,</i>	318.
<i>Del microscopio doble,</i>	331.
<i>Del microscopio solar,</i>	339.
<i>Modo de perficionar la linterna mágica, y el microscopio solar,</i>	345.
<i>De los anteojos astronómicos,</i>	360.
<i>Del telescopio,</i>	370.
<i>Determinacion del focus de los rayos que atraviesan un número qualquiera de medios refringentes, &c.</i>	387.
<i>Dado un telescopio catóptrico ó dióptrico, cuya abertura y ocular son determinados por experiencia, hallar la longitud, la abertura y el ocular de otro telescopio que represente un objeto con tanta claridad y distincion como el telescopio dado, y le aumente cierto número de veces,</i>	409.
<i>Aplicacion de la teórica de las aberraciones para perficionar los microscopios dióptricos y catóptricos; y determinacion de las proporciones de estos instrumentos,</i>	435.
<i>Determinacion de las figuras, posiciones, magnitudes y distancias aparentes de los objetos grandes vistos con rayos que dan en superficies reflectentes ó refringentes, sea perpendicularmente ó casi perpendicularmente, sea con el grado de oblicuidad que se quisiere,</i>	483.
<i>Determinacion de la forma que se les ha de dar á los objetivos compuestos de dos ó tres lentes, para destruir las aberraciones de refringibilidad y esfericidad,</i>	502.
<i>Elementos de Optica Práctica. Del modo de formar y pulir los vidrios,</i>	558.
<i>Del modo de formar y pulir los platillos,</i>	558.
<i>Cómo se escogen los vidrios,</i>	568.
<i>De la preparacion de los vidrios antes de cortarlos y pulirlos,</i>	570.
<i>Del modo de cortar los vidrios,</i>	574.
<i>Del modo de pulir los vidrios,</i>	582.
<i>Modo de fundir, formar y pulir los espejos de los telescopios,</i>	597.
<i>Del modo de centrar los objetivos,</i>	615.

ELEMENTOS DE ÓPTICA.

I



Todos saben que si no fuera por la luz, no habría ningun cuerpo visible en toda la naturaleza. La presencia de algunos cuerpos, de aquellos que llamamos *Cuerpos luminosos*, se nos manifiesta porque arrojan de sí, ó ponen en movimiento una materia que introduciéndose en el órgano de la vista deja allí pintada su imagen. Otros cuerpos, al contrario, nos dejarían en unas tinieblas eternas, si no hubiese mas que ellos en el mundo, y solo se nos hacen perceptibles á la vista porque rechazan ácia ella la luz con que los hieren los cuerpos luminosos. Entre los cuerpos que de suyo no son visibles, algunos cierran enteramente el paso á la luz, y se llaman *Cuerpos opacos*; otros consienten que los atraviese, franqueándola un paso mas ó menos libre, segun ciertas circunstancias, y los llamamos *Cuerpos diáfanos* ó *transparentes*. Pero por lo mismo que los cuerpos opacos rechazan ó reflecten la luz, suelen mudar su primera direccion, y los cuerpos diáfanos tambien la desvían, en muchos casos, del rumbo que seguía, porque al tiempo de atravesarlos experimenta una resistencia que en algunas ocasiones la obliga á *torcerse, quebrantarse, refractarse* ó *refringirse*.

2 Son, pues, dos las principales afecciones ó propiedades de la luz, dos por consiguiente los ramos de la

Tom. VI.

A

Óp-

Óptica, ó ciencia cuyo asunto es averiguarlas todas ; es á saber, el ramo que trata de la luz refleja ó de la reflexion de la luz, y se llama *Catóptrica* ; y el que abraza quanto pertenece á la luz refracta, ó á la refraccion de la luz, cuyo ramo se llama *Dióptrica*.

3 Pero como el blanco de todas las especulaciones de la *Óptica* es dár auxilios que enmienden los defectos de la vista, dilaten su campo, ó aumenten su perspicacia, para cuyo fin se han inventado muchísimos instrumentos de gran primor ; á esto mismo se dirigirá quanto llevamos ánimo de declarar en este Tomo, en el qual trataremos por consiguiente 1.º de la luz directa. 2.º de la luz refleja. 3.º de la luz refracta. 4.º de la vision. 5.º de los instrumentos mas socorridos para mejorarla ó dilatarla ; á todo lo qual añadiremos 6.º lo que mas importa saber acerca de la construccion de los instrumentos ópticos, ó unos elementos de *Óptica Práctica*.

DE LA LUZ DIRECTA.

Fig.

4 La *Luz* es aquella materia que los cuerpos luminosos arrojan de sí, ó ponen en movimiento, y no es otra cosa que un fluido sutilísimo que se mueve ácia todas las direcciones posibles. De qualquiera modo que todo cuerpo luminoso ó iluminado comunique el movimiento á las partículas de la luz, se echa de ver que por razon del impulso simple que las dá, se han de mover en linea recta. Todo cuerpo iluminado ó luminoso se puede considerar como colocado en el centro de una esfera compuesta de corpúsculos luminosos que impele y mueve en las direcciones de los radios de dicha esfera.

5 A estos radios ó hilos de átomos luminosos los llamamos *Rayos de luz*. Ya hemos dado á entender que estos rayos son siempre rectos quando ningun obstáculo los obliga á torcerse. Entre muchos fenómenos que prueban que la luz camina siempre en linea recta, como son la proyeccion de la sombras detras de los cuerpos iluminados, la imposibilidad de ver un cuerpo, ó por lo menos algunas de sus partes, quando se interpone algun obstáculo entre él y el ojo del espectador; traheremos solo el siguiente.

Ciérrense todos los balcones, puertas, ventanas, &c. de un quarto, de modo que no le pueda entrar luz por parte alguna sino por un agugerito hecho á proposito para que entre un rayo de luz. Si el tiempo fuere sereno, se verán

Fig. en las paredes del quarto, que suponemos lisas y blanqueadas, todos los objetos de afuera, que estuvieren enfrente del agujero, pintados con todos sus colores, bien que se reparará algo debilitada su viveza. Las imágenes de los objetos fijos, como los árboles, las casas, &c. parecerán fijas; las de los objetos en movimiento, como los hombres, caballos, &c. parecerán en movimiento. Pero todos

1. estos objetos estarán pintados trastornados, porque al pasar por el agujero se cruzan allí los rayos de la luz. Si diere la luz del sol en el agujero, se reparará un rayo luminoso que irá en línea recta á terminarse en la pared opuesta ó en el techo; y si un hombre que estuviere en el quarto pusiere el ojo en el agujero, verá patentemente que el ojo, el agujero y el sol están en una misma línea recta; lo propio digo de los demás objetos pintados en el quarto. Las imágenes de los objetos pintados en un mismo plano son tanto menores, quanto mayor es la distancia á que están del agujero los objetos. De este experimento resulta

6 1.º *Que la luz siempre camina ó procura caminar en línea recta.*

7 2.º *Que un punto qualquiera de un objeto luminoso puede ser visto desde todos los sitios adonde una recta tirada desde dicho punto puede ir á parar sin encontrar obstáculo ninguno.* Porque la pintura de un objeto que se mueve, es siempre visible en el quarto obscuro ó cámara obscura, todo el tiempo que el objeto se detiene enfrente del agujero.

8 3.º Que un punto luminoso arroja luz al rededor Fig. de sí, y es el centro de una esfera de luz que se difunde ó esparrama indefinitamente por todos lados. Si concebimos que se interceptan con un plano algunos de estos rayos de luz, será el punto luminoso el vértice de una pirámide de luz, cuyo cuerpo se compone del agregado de dichos rayos interceptados, y cuya base es el plano mismo que los intercepta.

9 4.º Que la imagen de la superficie de un objeto pintado en la pared es tambien la base de una pirámide de luz cuyo vértice está en el agujero de la cámara obscura; los rayos que componen esta pirámide forman otra semejante y opuesta á la primera, al cruzarse en el agujero donde está tambien su vértice, y cuya base es la superficie del mismo objeto pintado en la pared del quarto.

10 5.º Que no pueden menos de ser sumamente sutiles las partículas de la luz; pues los rayos que vienen de cada uno de los puntos visibles de todos los objetos puestos enfrente del agujero de la cámara obscura, pasan todos por un agujero sumamente pequeño sin embarazarse sensiblemente, ni confundirse.

11 Por mas rápido que sea el movimiento de la luz, no es posible, ni tampoco lo alcanza la imaginacion, que llegue en un instante indivisible desde el cuerpo luminoso hasta nosotros; necesita por precision algun tiempo para hacer esta travesía. De las dos observaciones que prueban patentemente esta verdad, solo traheremos aquí la que por

Fig. ahora se nos hace mas facil de proponer y percibir , dejando la otra para lugar mas oportuno.

Hay entre los planetas uno llamado Júpiter al rededor del qual dán la vuelta, en tiempos diferentes, quatro *satélites* ó lunas que le acompañan continuamente. Así los satélites como el planeta lucen todos de prestado, pues solo resplandecen, porque rechazan la luz con que los baña el sol. Llega uno de estos satélites (y lo propio les sucede á los demás) á tal punto de su giro que, hallándose directamente júpiter entre él y el sol, la sombra que júpiter arroja le hace invisible algun tiempo, y no se le vuelve á ver hasta que sale de la sombra que le tenia oculto. Sucede, pues, que quando la tierra está mas distante de júpiter, la *emersion* del satélite, que es su salida de la sombra, se repara mas tarde de lo que corresponde al cómputo, que quando se halla la tierra á menor distancia del planeta. Esta diferencia solo proviene de que en el primer caso necesita mas tiempo la luz para andar el mayor trecho que hay entonces entre el satélite y la tierra.

2. Supongamos, por egemplo que represente *S* el sol al rededor del qual anda la tierra* en el discurso de un año la curva *ABCEFG*; que *HI* es parte de la curva ú *orbita* que an-

* Aquí doy á entender que sigo la hypótesis ó systema del movimiento de la tierra. En los Elementos de Astronomía daré las razones en que fundo esta preferencia, y las daré con todas las restricciones que basten á asegurar de todo recelo á los lectores escrupulosos, esta Obra, á su Autor, y el systema.

anda júpiter K al rededor del sol; y LMN la orbita que Fig.
anda al rededor de júpiter el satélite, el qual quando llega á
 L , estando en una misma recta con júpiter y el sol, se ha-
lla sepultado en la sombra del planeta. Si la tierra se man-
tuviera constantemente en A , donde suponemos que se ha-
lla al tiempo de observarse una de las primeras emersiones
del satélite, que suceden despues de haberse hallado la tier-
ra entre el sol y el planeta, todas las demás emersiones se
observarían en el mismo instante que tienen computado
los Astrónomos. Pero en el intervalo que hay entre esta
primera emersion y la siguiente, la tierra pasa á B , y se
aparta de júpiter la distancia AA' . Luego si la luz gasta
algun tiempo para pasar de un lugar á otro, llegará mas
tarde á B que á A ; bien que la diferencia será muy cor-
ta respecto de dos emersiones consecutivas. Pero quando
la tierra llegare al punto C de su orbita, entonces el cál-
culo anunciará la emersion mas pronto de lo que se ob-
servará, y la diferencia será igual á todo el tiempo que
gastáre la luz para andar el intervalo AC que es casi igual
al diámetro de la orbita terrestre, y esto es cabalmente lo
que se observa. Al contrario, quando la tierra llegada á E
empezará á ver las *inmersiones* del mismo satélite ó su en-
trada en la sombra, la tierra irá ácia la luz, y la observa-
cion se verificará mas presto de lo que corresponde al cóm-
puto; por manera que quando el espectador terrestre es-
tuviere en G , verá la immersion del satélite antes de lo que
esperaba en virtud del cálculo, y la diferencia será igual

al tiempo que necesita la luz para atravesar el intervalo GE .

12 Como consta por las observaciones de los Astrónomos que las emersiones del satélite se observan en A como unos $16'$ antes que en C , y es AC quasi el diámetro de la orbita de la tierra, se sigue que para andar su mitad, ó el radio de la misma orbita gasta la luz unos $8'$. Luego este mismo será el tiempo que gastará la luz para venir desde el sol á la tierra. Como la distancia á que el sol está de la tierra es de 24000 semidiámetros terrestres, y se le dán á cada uno de estos semidiámetros 19615782 pies, la distancia entre el sol y la tierra será de 470788768000 . Ya que la luz anda estos pies en $8'$, ha de andar en un segundo $98080993\frac{1}{3}$ pies. Esta velocidad es respecto de la de una bala de artillería que anda 600 toesas por segundo, lo que 1634683 es respecto de 1 , con corta diferencia.

13 Una vez que por lo dicho (8) el cuerpo luminoso está en el centro de una esfera de luz que se derama al rededor de él en línea recta, se sigue que los rayos se ván apartando unos de otros al paso que se alejan del punto de donde salen, quiero decir, que *divergen* ó *son divergentes*. Por consiguiente, estando mas apartados, quanto mas lejos están de su nacimiento, será menor en un mismo espacio la masa de luz quando estuviere dicho espacio á mayor distancia del cuerpo luminoso, y por lo mismo será la luz mas débil. Luego pierde de su fuerza ó *intensidad* la luz al paso que se aparta de su origen.

Para averiguar en qué razon vá menguando la fuerza de

de la luz, supongamos que sea *A* el punto luminoso ó *ra-* Fig.
diante, y que las *DE*, *HG* sean perpendiculares á la rec- 3.
ta AB; sobre los diámetros *DE*, *HG* trácense círculos cu-
 yos diámetros sean normales á *AB*, y que por lo mismo se-
 rán paralelos entre sí. La misma porcion de luz que ilumi-
 na ó llena la area del círculo *DE*, llena tambien la area
 del círculo *HG*; luego la intensidad ó fuerza de la luz en
 el círculo *DE* es á la intensidad en el círculo *HG* recípro-
 camente como las areas de dichos círculos; esto es $:: (HB)^2 :$
 $(DC)^2 :: (BA)^2 : (CA)^2$, por ser *BA* y *CA* proporciona-
 les á *HB* y *DC*. Luego la *fuerza ó intensidad de la luz*
mengua en razon inversa duplicada de las distancias al pun-
to radiante, ó la intensidad de la luz sigue la razon inversa
de los quadrados de las distancias al cuerpo luminoso.

14 Por consiguiente las cantidades de luz que reci-
 be una superficie qualquiera puesta sucesivamente á dis-
 tancias duplas, triplas, &c. del cuerpo luminoso, no son
 sino $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{16}$ &c. de la cantidad total que la misma su-
 perficie recibia estando á la primera distancia. Y como esta
 diminucion que padece la luz á medida que se propaga,
 procede de su divergencia, se echa de ver, que ni esta
 diminucion, ni la ley que sigue no se verifican quando el
 punto luminoso está, ó se puede considerar que está á una
 distancia infinita; porque entonces los rayos que arroja son
 sensiblemente paralelos, y se *recibe la misma cantidad de*
luz á qualesquiera distancias.

15 La ley que, segun acabamos de probar, sigue la
 luz

Fig. luz en su disminucion al paso que crece la distancia á que
 3. están del cuerpo luminoso los objetos , siendo divergentes sus rayos , solo se verifica quando atraviesa un espacio ó medio libre , y no se pierde luz alguna. Quando el medio intercepta y apaga alguna parte de ella , sigue otra ley la disminucion de la intensidad de la luz.

16 Para averignarla , supongamos que sea uniforme la densidad del medio , y consideremos primero el caso en que los rayos son paralelos , á fin de que no padezca la luz mas debilitacion que la que puede ocasionar la densidad del medio que atraviesa. Vamos á probar que en estos supuestos *la luz mengua en progresion geométrica.*

Porque supongamos que la cantidad de partes de dicho medio que interceptan la luz , sea el $\frac{1}{n}$ del volumen total. Si imaginamos dicho medio ó cuerpo diáfano dividido en rebanadas de un grueso igual al diámetro de estas particillas , se echa de ver que si m representa la cantidad ó el número de rayos que dán en la primera rebanada, $m \times \frac{n-1}{n}$ será la cantidad que saldrá de dicha primera rebanada ; que $m\left(\frac{n-1}{n}\right)^2$ será la que saldrá de la segunda ; que $m\left(\frac{n-1}{n}\right)^3$ expresará el número que saldrá de la tercera , y asi prosiguiendo ; pues al atravesar cada rebanada se pierde la $\frac{1}{n}$ ma parte de los rayos que dán en ella para atravesarla.

Si representamos , en general , por la unidad la cantidad de rayos que dán en la primera superficie del medio diáfano , la expresion de la merma que padece la luz , será esta serie de términos $\left(\frac{n-1}{n}\right), \left(\frac{n-1}{n}\right)^2, \left(\frac{n-1}{n}\right)^3$ &c.

Una

17 Una vez que la luz mengua en progresion geométrica, quando se propaga por rayos paralelos en un medio homogéneo, es evidente que quando hubiere atravesado varios gruesos de dicho medio, podremos representar sus fuerzas respectivas por las ordenadas de una logarítmica, cuyo ege sea el grueso del cuerpo. Supongamos que *ABCD* represente un medio diáfano homogéneo, y concibámosle dividido en rebanadas de un mismo grueso. Si representa *BP* la cantidad de luz que entra en el medio perpendicularmente á su lado *AB*, y *QF* su cantidad ó fuerza despues de atravesado el grueso *BF* de la primera rebanada; es constante que si por los dos puntos *P* y *Q* se traza una logarítmica *PQVZ*, cuyo ege sea el grueso *BC*, sus demás ordenadas *RH*, *SK*, *TM* &c. que menguan en progresion geométrica, representarán las fuerzas de la luz quando hubiere atravesado los gruesos *BH*, *BK*, *BM* &c. Fig. 4.

18 Si fuese distinta la transparencia del medio, se echa de ver que la logarítmica no sería yá la misma. Si fuese mayor su transparencia, sería preciso que atravesase la luz mayor trecho para perder igual grado de su fuerza, y habría por consiguiente mayor distancia entre las ordenadas de la curva; si fuese menor la transparencia, como entonces un trecho menor debilitaría la luz en igual cantidad, las ordenadas estarían mas inmediatas unas á otras.

Por egemplo, si el cuerpo *abcd* fuere quatro veces menos diáfano, ú opusiere quatro veces mas resistencia al paso de la luz, que el cuerpo *ABCD*; es constante que una 5.

re-

Fig. rebanada del primer cuerpo quatro veces menos gruesa que la del cuerpo $ABCD$, la debilitará igualmente. Las ordenadas de la logarítmica $pqvz$ que representan las diferentes fuerzas de la luz quando atraviesa el cuerpo $abcd$, estarán por lo mismo quatro veces mas inmediatas que sus iguales en la logarítmica $PQVZ$.

Pero como las ordenadas de estas dos curvas son iguales, las partes correspondientes de sus eges, comprendidas entre qualesquiera ordenadas iguales, las que se quisieren, son proporcionales, y siguen la razon de las subtangentes (III. 478). Por consiguiente, quando la luz entra en medios diferentes, ha de atravesar gruesos proporcionales para padecer menoscabos iguales; y dichos gruesos son entre sí como las subtangentes de las logarítmicas que corresponden á dichos medios.

19 Luego si consiste el grado de transparencia en el camino mayor ó menor que ha de andar la luz para padecer igual decremento, *las transparencias específicas de los medios serán entre sí como las subtangentes de sus logarítmicas.*

20 Para hacer alguna aplicación de esta doctrina, supongamos que se nos pregunte ¿qué cantidad de luz pasa por un grueso qualquiera de un medio diáfano, quando se sabe yá quanta pasa por un grueso conocido?

Quando la luz entra en un medio, parte de ella se refleja y apaga en la superficie. Si tiene que atravesar otra superficie del mismo medio, es natural que padezca allí otra

mer-

merma. En algunos casos la pérdida que causan estas dos Fig. superficies llega , segun Bouguer , á una décima parte. Esta merma no es de despreciar , y se ha de rebajar , para proceder con exactitud , de toda la cantidad de luz que se presenta para introducirse en el medio.

Sentado esto , si la cantidad de luz que entra con efecto en el medio , y las cantidades á que queda reducida despues de haber atravesado diferentes gruesos BF , BH &c. forman una progresion geométrica , ó lo que es lo propio , son las ordenadas PB , QF , RH &c. de la logarítmica , 4. que las representan , los gruesos BF , FH &c. serán iguales. Pero como estas ordenadas componen una progresion geométrica , sus logaritmos forman una progresion arismética , y por consiguiente las diferencias de estos logaritmos serán iguales. Habrá , pues , entre una de estas diferencias y uno de los gruesos BF , la misma razon que entre un número , el que se quisiere , de las mismas diferencias , é igual número de gruesos iguales con BF ; de donde se sigue que si PB representa la cantidad de luz que entra en un medio diáfano , QF la cantidad á que está reducida despues de haber atravesado el grueso BF , se sacará la cantidad VN á que quedará reducida , despues que huviere atravesado otro grueso dado BN , con hacer esta analogía , $BF : \log PB - \log QF :: BN : \log PB - \log VN$, ó $BF : \log \frac{PB}{QF} :: BN : \log \frac{PB}{VN}$. Este quarto término nos está manifestando qué ley sigue la luz en su disminucion quando atraviesa el espacio BN ; se sacará facilmen-

Fig. mente VN , con tal que sea conocida PB .

Verificó Bouguer con experimentos que la luz mengua en razon de 2500 á 1681 al atravesar una masa de ayre grueso de 7469 toesas; se pregunta ¿en qué razon disminuirá quando atravesáre un grueso de 60000 toesas? Diremos 7469 toesas son á 0,172372 logaritmo de la razon de 2500 á 1681, como 60000 toesas á 1,384699 logaritmo de 24,25 con corta diferencia, que es la razon que se pide de lo que habrá mermado la luz quando hubiere atravesado las 60000 toesas.

21 Y recíprocamente, quando se sabe qué menoscabo padece la luz al atravesar un grueso conocido de un cuerpo dado, se averiguará qué grueso ha de atravesar para padecer otro menoscabo determinado, trastornando la analogía precedente, y diciendo $L\left(\frac{PB}{QF}\right) : BF :: L\left(\frac{PB}{VN}\right) : BN$, donde BF es el grueso conocido que debilitará la luz en la razon $\frac{PB}{QF}$, y BN el grueso necesario para hacer que mengue en la razon $\frac{PB}{VN}$.

Si suponemos con Bouguer que 10 pies de agua del mar hacen que merme la luz en razon de 3 : 2, se sacará de la precedente analogía, que á los 311 pies de profundidad en el mar, la luz del sol es 300000 veces mas debil, y por consiguiente igual á la luz de la luna llena en la tierra, que el mismo Autor ha hallado, conforme manifestaremos muy en breve, ser mas debil que la del sol en la espresada razon.

22 Puede servir tambien la misma analogía para averi-

rígular cuánto mas trasparente es un medio que otro. Todo Fig.
se reduce á hallar los gruesos que dichos medios han de tener para debilitar la luz la misma cantidad , sea la que fuere. Así, se halla que se necesitan 0,2479 pulgadas de agua de mar para que pierda $\frac{1}{100}$ parte de su fuerza , ó se debilita en razon de 100 á 99. Se halla tambien que 189 toesas de ayre grueso causan la misma merma. Estos dos gruesos comparados uno con otro manifiestan que *el ayre viene á ser con muy corta diferencia 4575 veces mas transparente que el agua del mar.*

23 Tambien pueden servir para comparar las transparencias de los medios , las subtangentes de las logarítmicas que les corresponden. Estas subtangentes son fáciles de calcular , una vez conocida la subtangente de la logarítmica de las tablas ; porque una vez que se sepa la razon del menoscabo de la luz quando ha atravesado un cierto grueso BF del cuerpo diáfano , es evidente que todo estriba en hacer esta proporcion : $L\left(\frac{PB}{QF}\right)$, que representa esta razon , es al grueso BF , como 0,4342948 , ó simplemente, como 4342948 subtangente de la logarítmica de las tablas , es á la subtangente de la logarítmica que se busca. 4.

Por este camino se ha hallado que la subtangente de la logarítmica correspondiente al agua del mar es de $24\frac{2}{3}$ pies , y que la subtangente de la logarítmica cuyas ordenadas representan las fuerzas de la luz que atraviesa el ayre grueso , es de 18818 toesas.

24 Quando el cuerpo luminoso no está tan apartado

Fig. do que se puedan considerar sus rayos como paralelos , su divergencia al apartarse del cuerpo , contribuye para debilitar la intensidad de su luz. La ley que sigue esta diminucion es como la razon (13) inversa de los quadrados de las distancias al punto luminoso. Por consiguiente , si atendemos al mismo tiempo al menoscabo procedente del defecto de transparencia del medio , se echa de ver que *las fuerzas diferentes de la luz serán en razon compuesta de la razon inversa de los quadrados de las distancias , y de la directa de las ordenadas de la logarítmica correspondiente al medio que atraviesa.*

Bien se echa de ver , que si el medio no es homogéneo , y no tiene en toda su estension la misma densidad , la disminucion de la luz seguirá otras leyes al atravesarle &c.

25. Como la luz que los astros nos embían atraviesa la atmosfera de ayre que cubre la tierra por todos lados , se pierde tanto mayor número de rayos , quanto mas largo es el camino que la luz ha de andar en la atmosfera ; y este camino es tanto mas largo , quanto es mas oblicua la linea que ha de andar el rayo para llegar hasta nosotros. Sea *ABC* un arco de la circunferencia de la tierra , *abc* un arco concéntrico que es el extremo de la atmosfera del ayre. Sea *DB* un rayo de luz , que viene desde el zenith perpendicularmente al observador puesto en *B*. Sea *EB* un rayo que viene oblicuamente , y *FB* otro rayo que viene horizontalmente ; bien se echa de ver que el que viene perpendicularmente

no

no tiene que atravesar mas que el grueso bb de la atmosfera ; que el rayo oblicuo EB ha de atravesar un trecho GB mayor que bb , y que el rayo horizontal FB es el que ha de hacer mas larga travesía HB ; de donde se sigue que *la luz de los astros es la mas debil , quando nacen en el horizonte ; que crece al paso que suben respecto del horizonte ; y que es la mas viva quando los tenemos perpendiculares á nosotros.* Fig.

26 De los experimentos que se han hecho en orden á determinar quanto crece ó mengua la intensidad de la luz de los astros por razon de su mayor ó menor altura sobre el horizonte , resulta que á los $19^{\circ} 16'$ y $66^{\circ} 11'$ de altura aparente de la luna , quando está directamente opuesta al sol , estando la tierra entre los dos , las fuerza de su luz son como los números 1681 y 2500 ; ó lo que es lo propio , que la primera de estas dos fuerzas viene á ser no mas que los dos tercios de la segunda. Y como los rayos del sol y demás astros han de padecer igual menoscabo al atravesar la atmosfera , la misma razon espresará tambien la de las fuerzas de la luz del sol y de los astros quando llegan á la misma altura. Bouguer comparó en estos experimentos la luz de la luna estando este planeta á las alturas de $19^{\circ} 16'$ y $66^{\circ} 11'$, porque en el lugar donde los hizo , el sol está á las doce del dia á las mismas alturas aparentes los dias de los solsticios de invierno y estio , con lo que se averiguó quanto alumbra allí mas en una estacion que en otra. Halló tambien que *la luna alumbra 2000*

Fig. *veces menos quando está en el orizonte, que quando ha llegado á la altura de $66^{\circ} 11'$. Lo mismo digo del sol. Pero esta razon padece muy grandes variedades, que proceden sin duda alguna de que la parte baja de la atmosfera está quasi siempre cargada de vapores con mucha desigualdad. La razon de 1681 á 2500 entre las fuerzas de la luz de la luna quando está á los $19^{\circ} 16'$ y $66^{\circ} 11'$ de altura, la averiguó del modo siguiente.*

El día 23 de Noviembre del año de 1725 estando la luna á los $19^{\circ} 16'$ de altura, cerca de las $10\frac{1}{2}$ de la noche, su luz que daba en el fondo de una especie de caja, al qual dirigía separadamente Bouguer la luz de quatro bugías, que servian de término de comparacion, le pareció igual á la luz de las quatro bugías quando estaban á la distancia de 50 pies. Al día siguiente, á eso de las tres de la madrugada, estando la luna todavía algo apartada del meridiano, y á los $66^{\circ} 11'$ de altura, halló que su luz era igual á la de las quatro bugías puestas á la distancia de 41 pies. Y como los quadrados 1681 y 2500 de las distancias 41 y 50 pies espresan las fuerzas de la luz de las quatro bugías, en la primera y segunda observacion, espresan también las fuerzas de la luz de la luna que eran iguales con ellas. Luego estas fuerzas son entre sí á los $19^{\circ} 16'$ y á los $66^{\circ} 11'$ de altura, como 1681 á 2500. Por un método parecido á este averiguó el mismo observador que la luna alumbra 2000 veces menos en el orizonte, que quando está á los $66^{\circ} 11'$ de altura.

27 No hay duda en que por el mismo camino se hallarían las fuerzas de la luz de la luna en todos los grados de altura á que llega , y las razones con que su luz crece ó mengua á medida que vá subiendo ó bajando , servirían igualmente para los demás astros quando están á las mismas alturas. Bouguer consiguió no solo determinar estas razones , sino tambien las diferentes fuerzas de la luz de los astros , en sus diferentes alturas sobre el horizonte.

28 Indagando el menoscabo que la luz padece al pasar por un medio de una densidad variable , qual es la atmosfera , halló que de 10000 rayos que vienen de todas las alturas para atravesar la atmosfera , no llegan á nuestra vista mas que las cantidades que espresa la tabla siguiente.

Grados de altura aparente.	Número de los rayos.	Grados de altura aparente.	Número de los rayos.
0	6	14	4301
1	47	15	4535
2	192	19 16'	5358
3	454	20	5474
4	802	25	6136
5	1201	30	6613
6	1616	35	6963
7	2031	40	7237
8	2423	50	7624
9	2797	60	7866
10	3149	66 11'	7968
11	3472	70	8016
12	3773	80	8098
13	4050	90	8123

29 Por medio de experimentos parecidos á este averiguó

Fig. guó Bouguer que el sol nos alumbra cerca de 300000 veces mas que la luna , para cuya averiguacion practicó lo siguiente.

30 Deseando comparar la luz de estos dos astros, tomó por medida comun la luz de una bugía; y por ser la luz del sol estremadamente fuerte, se valió de un vidrio cóncavo de antejo que podía , esparramando sus rayos, debilitarla quanto deseaba, y por grados conocidos. El dia 22 de Septiembre de 1725 , estando la luna llena , hizo una de sus pruebas. Despues de cerradas todas las ventanas de un aposento , estando el sol á la altura de 31° , dejó entrar su luz por un agujero de una linea de diámetro , al qual habia aplicado el vidrio cóncavo. La luz recibida á una distancia de 5 ó 6 pies , donde la divergencia de los rayos era de 108 lineas , y donde por consiguiente la luz era 11664 veces mas debil , porque en lugar de un espacio de una linea de diámetro ocupaba uno de 108 , le pareció exactamente igual con la luz de la bugía puesta á la distancia de 16 pulgadas. Por la noche , quando hubo llegado la luna á la misma altura , observó que recibiendo su luz muy cerca del vidrio , y quando su divergencia no era mas que de 8 lineas , era igual á la de la bugía puesta á la distancia de 50 pies. Se sirvió del mismo vidrio cóncavo , á fin de que su falta de transparencia ocasionase igual diminucion en ambas observaciones.

Pero como el vidrio no debilitó la luz de la luna sino 64 veces , es evidente que para debilitarla 11664 veces,
del

del mismo modo que la del sol , se hubiera debido poner la Fig. bugía , no á la distancia de 50 pies , sino á la de 675 pies. Luego yá que la luz del sol y de la luna debilitadas el mismo número de veces 11664 , son respectivamente iguales á la de una bugía puesta á 16 pulgadas , y á 675 pies , ó 8100 pulgadas , se sigue que la luz del sol es á la de la luna , como 65610000 , quadrado de 8100 , á 256 quadrado de 16 , y parece por consiguiente que el sol nos alumbra 256289 veces mas que la luna.

31 Tomando un medio entre este experimento y otros muchos que hizo , infirió Bouguer que *el sol nos alumbra cerca de 300000 veces mas que la luna , quando está á sus medias distancias de la tierra* ; porque así se hallaba al poco mas ó menos quando se hicieron estas observaciones. Se señala con cuidado la distancia á que la luna estaba entonces ; porque como varía mucho esta distancia , padece su luz alteraciones considerables. La mayor distancia á que suele estar de la tierra es á su menor distancia , como 8 es á 7 , las fuerzas de su luz serán en estas dos posiciones como los quadrados de estos dos números tomándolos al revés ; esto es , como 3 es á 4.

32 Por medio de los vidrios y espejos que daremos á conocer mas adelante , y sirven , entre otros usos , para juntar en un circulillo , llamado el *Focus* del vidrio ú espejo , muchísimos rayos de luz , se han hecho experimentos que prueban la gran disproporcion que hay entre la luz del sol y la de la luna. Muchos rayos del sol reunidos en el focus de un espejo

Fig. *ustorio* causan un calor mucho mas vivo que el de la horni-
lla mas ardiente , pues derriten y calcinan los metales mas
duros , *vitrifican* ó transforman en vidrio los ladrillos y las
piedras , muchas veces en menos de un minuto ; siendo así
que los rayos de la luna reunidos en el mismo focus no cau-
san el mas mínimo calor , ni hacen la mas leve impresión
en el termometro mas sensible , bien que sean entonces mu-
chísimo mas densos , y sea mayor la claridad de la luz. Co-
tejando lo que coge de ancho un espejo *ustorio* con la es-
tension de su focus , se ha averiguado que algunos de dichos
espejos juntan la luz en un espacio dos mil veces menor que
el que ocupaban en el espejo. Pero de lo probado (31)
se sigue que no puede ser tan densa y ardiente como los ra-
yos directos del sol , si no se la condensa cerca de trescien-
tas mil veces. No es , pues , de estrañar que el calor de los
rayos de la luna no sea sensible en el focus del espejo , por-
que aun entonces es ciento y cincuenta veces menos densa
que los rayos directos del sol. Porque los esperimentos he-
chos con los espejos *ustorios* prueban que los grados de ca-
lor siguen la razon de las densidades de los rayos.

DE LA LUZ REFLEJA,

Fig.

O

DE LA CATÓPTRICA.

33 Quando un rayo de luz dá oblicuamente en una superficie bruñida ó lisa , sin penetrarla , se desvía de su direccion , y la mudanza que esta padece se llama *Reflexion*. Para manifestar cómo se hace esta reflexion , y los fenómenos que la acompañan , acudiremos á la experiencia.

34 Trácese en una tabla muy lisa $KLMN$ al rededor del centro C un círculo $PRQS$ (quanto mayor fuere mejor será), y despues de tirados los dos diámetros PQ , RS perpendiculares entre sí , corrense desde el punto P dos arcos iguales PA , PB , y tírense al centro los radios AC , BC . Plántense despues tres alfileres perpendiculares en los puntos A , B , C de la tabla , métasela dentro del agua hasta que esta llegue al diámetro RS , manteniendo la tabla en situacion perpendicular á la superficie del agua ; se mirará por los dos alfileres A , C , y se verá dentro del agua la imagen del alfiler B á lo largo de la linea AC prolongada. Esto manifiesta que el rayo de luz que viene de la punta B se refleja en el punto C de la superficie del agua , á lo largo de la linea CA al ojo del espectador. Si el alfiler plantado en C tocáre el agua , empañará lo terso de la superficie del agua ; por esto es mejor plantarle un poco mas arriba del centro del círculo en la linea CA . Lo mismo se observaría aun quando fuese otro el cuerpo fluido ó sólido que

7.

Fig. reflectiere la luz , conforme se puede verificar cortando el semicírculo inferior , y colocando el diámetro RS del semicírculo superior sobre una luna de espejo.

35 AC se llama el *Rayo incidente* ; CB , el *Rayo reflejo* ; PCQ , la *Perpendicular de incidencia* , ó el *Cateto de incidencia* ; ACP , el *Ángulo de incidencia* ; BCP , el *Ángulo de reflexion*.

36 El *ángulo de reflexion* , y el *ángulo de incidencia* están en un mismo plano ; quiero decir , que ambos están en el plano que pasa por el rayo incidente , y por la perpendicular de incidencia.

37 El *ángulo de reflexion* es igual al *ángulo de incidencia* ; de donde se sigue que el rayo incidente , y el rayo reflejo están igualmente inclinados respecto de la superficie reflectente.

38 Síguese tambien que quando el rayo incidente es perpendicular á la superficie reflectente , se refleja ácia la misma perpendicular que traza al ir á encontrar la superficie.

39 Conviene tener presente que un rayo de luz es reflectido por una superficie esférica , del mismo modo que lo sería por un plano que tocase dicha superficie en el punto de incidencia. Porque el punto de contacto es comun á las dos superficies plana y esférica.

40 Como cada punto de un cuerpo luminoso arroja continuamente rayos de luz , y los derrama por todos lados ácia todas las direcciones posibles , del mismo modo los demás

más cuerpos que ellos alumbran, y hieren con sus rayos, Fig. los despiden continuamente desde cada uno de sus puntos. Porque todos los puntos de un cuerpo opaco alumbrados son perceptibles á la vista en todos los puntos del espacio, y cada instante, del mismo modo que los puntos del cuerpo luminoso que los ilumina. Podemos, pues, considerar la superficie del objeto como compuesta de líneas físicas, y estas líneas como formadas de puntos físicos, que nos figuramos que despiden rayos ácia todas las direcciones. En lugar del objeto se suele considerar una línea que le represente; y todas las mudanzas que padece esta línea en su magnitud aparente, ó en su claridad y distincion, se miran como propias del objeto que dicha línea representa.

41 El punto Q del qual los rayos se ván apartando, 8. y respecto del qual son divergentes, ó ácia el qual son convergentes, quando se les hace retroceder ácia el mismo punto, aunque no le alcancen, se llama su *Focus*; y en ambos casos una porcion qualquiera de dichos rayos como QBC ó QBA tomada separadamente, se llama una *Espiga* ó *Manojo de rayos*. Se dice que dichos rayos pertenecen á dicho focus, ora esté cerca, ora esté á una distancia inmensa; y en este último caso se consideran los rayos como paralelos entre sí (I. 3 2 6). Como los rayos no siempre se juntan todos en el punto ácia el qual se encaminan, se llama este punto *Focus real* ó solamente *focus* quando concurren en él efectivamente, y *Focus virtual*, ó *imaginario*, quando solo concurren alli sus prolongaciones.

Re-

Fig. 42 Representa QC un manojó de rayos que hieren
 9. paralelos una superficie plana muy tersa representada por la
 10. línea ACB , que los refleja en otras tantas líneas también
 paralelas Cq , que están inclinadas á dicho plano, lo mismo
 cabalmente que lo están los rayos incidentes (37).

43 Representa QAB una espiga de rayos divergen-
 18. tes, porque se ván apartando de un punto visible Q , y
 dán en una línea recta ACB , ó en un plano bruñido que
 dicha línea representa; estos rayos son todos divergentes
 despues de la reflexion, como si vinieran desde otro pun-
 to q . El rayo QC que dá perpendicularmente en el plano
 AB , se vuelve por la misma línea (38) CQ ; pero
 todos los demás que dán en dicha línea con grados de obli-
 cuidad siempre mayores, en puntos de incidencia siem-
 pre mas apartados del punto C , son también rechazados
 con grados de oblicuidad también respectivamente mayo-
 res (37). Es, pues, preciso que el que atendiere bien
 á la figura se haga cargo de que los rayos reflejos, prolon-
 gados ácia atrás, encuentran todos la perpendicular QC en
 un punto q , tan apartado por un lado del plano reflecten-
 te como lo está del otro lado el punto Q , y que por consi-
 guiente todos los rayos que vienen del único punto Q son
 divergentes despues de la reflexion, y se apartan del único
 punto q á igual distancia del otro lado del plano reflec-
 tente.

44 Y al contrario, si por alguno de los medios que
 propondremos mas adelante, hiciéramos convergir los rayos
 ácia

ácia el punto q , el punto Q será su focus, despues de la Fig. reflexion que padecleren en la superficie AB (43).

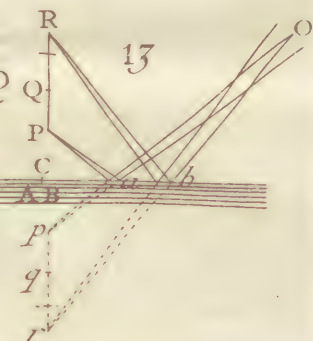
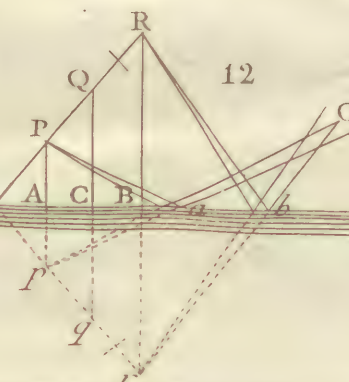
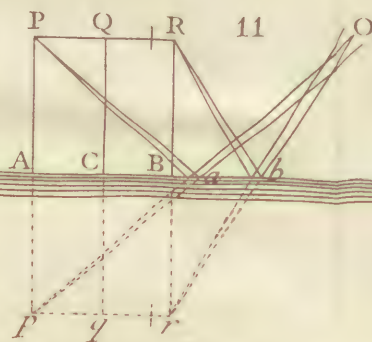
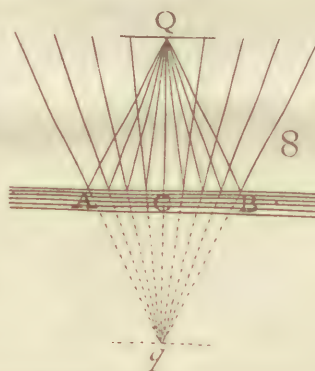
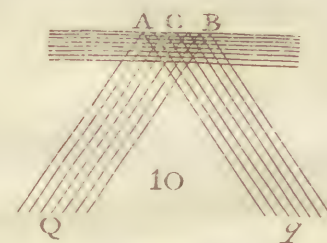
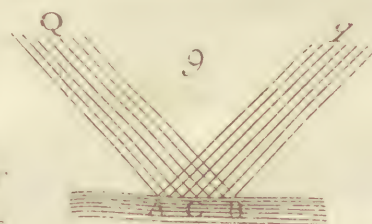
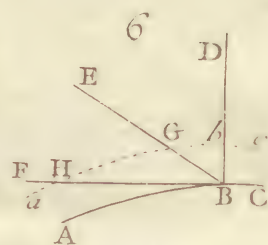
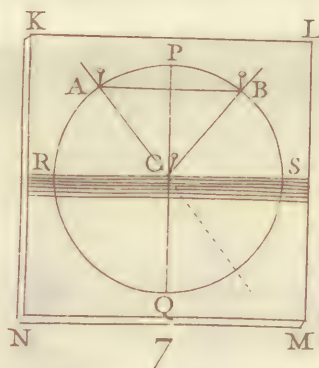
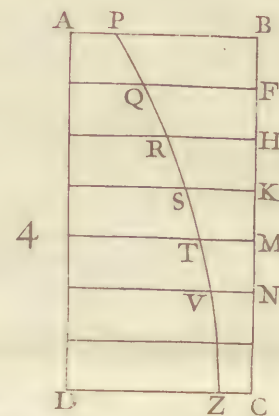
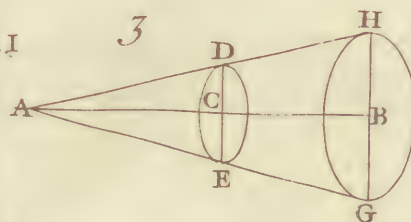
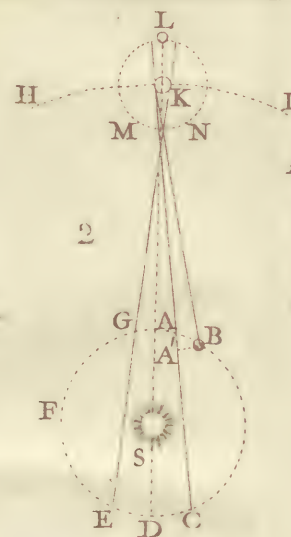
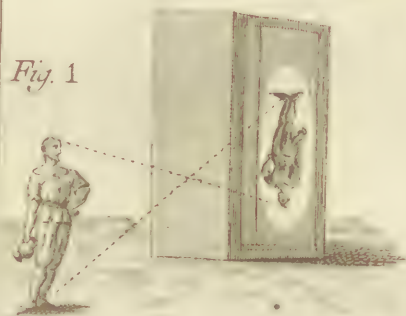
45 Lo que hemos dicho del punto Q se ha de apli- 11.
car á otro punto qualquiera de un objeto PQR ; porque 12.
por la misma razon que el punto Q y su focus q están de 13.
cada lado de dicho plano á la misma distancia, los pun-
tos P, R y sus focus p, r están tambien al uno y otro lado
de dicho plano á distancias respectivamente iguales en las
rectas Pp, Rr que le atraviesan perpendicularmente. Y co-
mo sucede lo propio respecto de otro punto qualquiera del
objeto PQR , se echa de ver que estando los focus p, q, r ,
y una infinidad de otros qualesquiera en la misma disposi-
cion, que los puntos correspondientes P, Q, R , forman
aquellos una linea imaginaria perfectamente semejante á la
linea PQR , y cuya situacion al otro lado del plano reflec-
tente es de todo punto la misma que la de PQR . Esta lí-
nea pqr se llama la *Imagen* ó la *Estampa* del obgeto PQR .

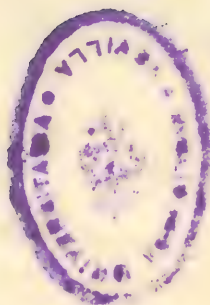
46 Si unos rayos paralelos dán en una superficie es- 14.
férica, cóncava ó convexa, figurada en el arco de círcu- 15.
lo ACB , la reflexion los hará convergir ácia un focus T ,
quando dieren en el lado cóncavo de la superficie, y di-
vergirán al contrario de dicho focus, si dieren en el lado
convexo. En ambos casos el rayo QC , que pasa por el cen-
tro C de la superficie reflectente, y la encuentra perpendi-
cularmente en C , vuelve atrás por la misma recta CQ
(38 y 39). Pero atendida la curvatura de dicha su-
perficie, los demás rayos paralelos á CQ la encuentran con
obli-

Fig. oblicuidades diferentes. Cada rayo forma siempre con la perpendicular en el punto donde dá , un ángulo de incidencia DAE tanto mayor , quanto mas dista de QC ; y por lo mismo (37 y 38) el ángulo de reflexion EAT crece al paso que el punto de incidencia A se aparta de C . Esto está diciendo que si la superficie reflectente fuere cóncava , los rayos reflejos habrán de convergir y juntarse , quando no perfectamente , por lo menos con corta diferencia , en un punto T del rayo directo QC ; y que al contrario divergirán de un punto semejante , si la superficie fuese convexa. Considerando con mas atencion todas las circunstancias de esta reflexion , y preguntando á la esperiencia se halla (y lo probaremos muy en breve) , que *el focus T está en medio del radio CE.*

114. 47 En los casos antecedentes , si los rayos incidentes *basta* salieren del punto T , ó se encaminaren á él , serán reflectidos 19. paralelamente á la recta CTE , tirada por el centro E de la superficie reflectente. Pero si T se acercare á E , y cayere por egemplo en q , los ángulos de incidencia qAE , y por consiguiente los ángulos de reflexion EAQ , que son iguales con ellos , llegarán á ser menore ; y si se acercare á C , llegarán á ser mayores. Los rayos reflejos como AQ , que antes eran paralelos al rayo directo EC , estarán entonces inclinados al mismo rayo , y tendrán su focus en un punto Q , colocado del mismo lado que q respecto de T . Los decrementos simultaneos de los ángulos de incidencia y reflexion , quando q se mueve desde T ácia E , del mismo modo que sus incrementos simultaneos , quando se acerca á C , manifiestan que el

Fig. 1





el punto q del qual salen los rayos incidentes, ó ácia el qual Fig.
se encaminan, y su focus Q siempre se mueven ácia direcciones encontradas; que si el uno se aparta ó acerca al centro E ,
ó á la superficie C , el otro se aparta, ó se le acerca tambien
al mismo tiempo; y que llegan á alcanzarla á un mismo tiempo quando el arco AC es muy pequeño. Es muy digno de notarse que las propiedades de las superficies reflectentes cóncavas y convexas son perfectamente semejantes, y se truecan unas en otras con imaginar que los rayos incidentes vienen en direcciones opuestas en las mismas líneas prolongadas.

48 Las figuras hacen patente cómo se forma la imagen pqr de un objeto PQR por rayos reflectidos en una superficie cóncava ó convexa ACB . Estando el focus q en 2.º
el rayo QC perpendicular á la superficie reflectente, el qual basta
pasa por el centro E , es constante que el focus ó punto de 2.º
reunion p de un manojo de rayos que viene de otro punto 5.º
qualquiera P , está indispensablemente en el rayo perpendicular PA , que tambien pasa por el centro E . Porque todos los rayos que pasan por el centro, son perpendiculares á la superficie ACB , y todos los demás son inclinados respecto de ella.

49 Síguese de aquí que si el objeto PQR fuere bastante chico, ó tan apartado de la superficie reflectente, que sea lícito suponer que todos los puntos P, Q, R están con corta diferencia á distancias iguales del centro, las distancias de todos los puntos p, q, r de la imagen, á la misma superficie, se podrán considerar tambien como
igua-

Fig. iguales. Es tambien de notar que quando la imagen y el objeto estan á un mismo lado del centro , la imagen está derecha ; que está trastornada , quando estan en lados opuestos, y que es mayor ó menor que el objeto , conforme está mas lejos ó mas cerca del centro, que el objeto. Todo esto lo están diciendo las figuras , donde el objeto y su imagen están terminados por dos rectas Pp , Rr que se cortan en el centro E . Por consiguiente la imagen es , con corta diferencia, igual al objeto , quando se encuentra con ella en la superficie (47) ó en el centro. Porque en este último

126. caso , quando el objeto y la imagen están en el centro , los rayos que salen del punto Q , que está allí mismo , ván á juntarse despues de la reflexion en un punto q , que tambien se confunde con dicho centro , y con hacer $Ep = EP$, por ser EC perpendicular á estas lineas , los ángulos PCE , ECp serán iguales, y por consiguiente el rayo PC se reflectirá á p . Si se toma otro punto qualquiera de incidencia poco distante de C , la recta AE , será, con corta diferencia, perpendicular á Pp ; y por lo mismo los ángulos PAE , EAp serán , con corta diferencia , iguales; el rayo PA será reflectido , con muy corta diferencia , á p , del mismo modo que el rayo PC .

Determinacion del focus de los rayos reflectidos por una superficie dada.

127. 50 Sea ACB un plano reflectente , Q el punto de donde salen los rayos incidentes , y QC perpendicular á dicho plano ; si se prolonga esta perpendicular hasta q , haciendo qC

$=$

$= QC$, el punto q será el focus de los rayos reflejos.

Fig.

Sea QA un rayo incidente ; tírese qA , y prolonguese ácia O . Ya que $Cq = CQ$, los triángulos CAq , CAQ son iguales ; luego el ángulo DAO es igual al ángulo CAQ , y por consiguiente AO es el rayo reflejo.

51 Luego los rayos que dán en el espejo ACB con direcciones ácia q , ván á juntarse en Q despues de la reflexion.

52 Si unos rayos paralelos DA , EC dán quasi perpen- 28.
dicularmente en una superficie esférica ACB , el focus T de los 29.
rayos reflejos estará en medio del radio EC , paralelo á los
rayos incidentes.

Tírese la EA que será perpendicular á la superficie esférica en A . Ya que EC está en el mismo plano que el ángulo de incidencia DAE , el rayo reflejo Aq prolongado, encontrará EC en algun punto q ; y por ser el ángulo de reflexion Eaq igual al ángulo de incidencia DAE , ó al ángulo AEq , los dos lados Aq , Eq del triángulo AEq son iguales, y cada uno de ellos es mayor que la mitad del tercer lado EA ó que ET por construccion. Suponiendo, pues, que el punto de incidencia A se acerque á C , las líneas Eq , ET se acercarán continuamente á la igualdad, y serán por último iguales quando el punto A coincidiere con C , y desapareciere el triángulo AEQ ; por consiguiente el focus de los rayos que dán con muy corta diferencia perpendicularmente en la superficie, ó de los mas inmediatos á C , se ha de fijar en T (III. 304).

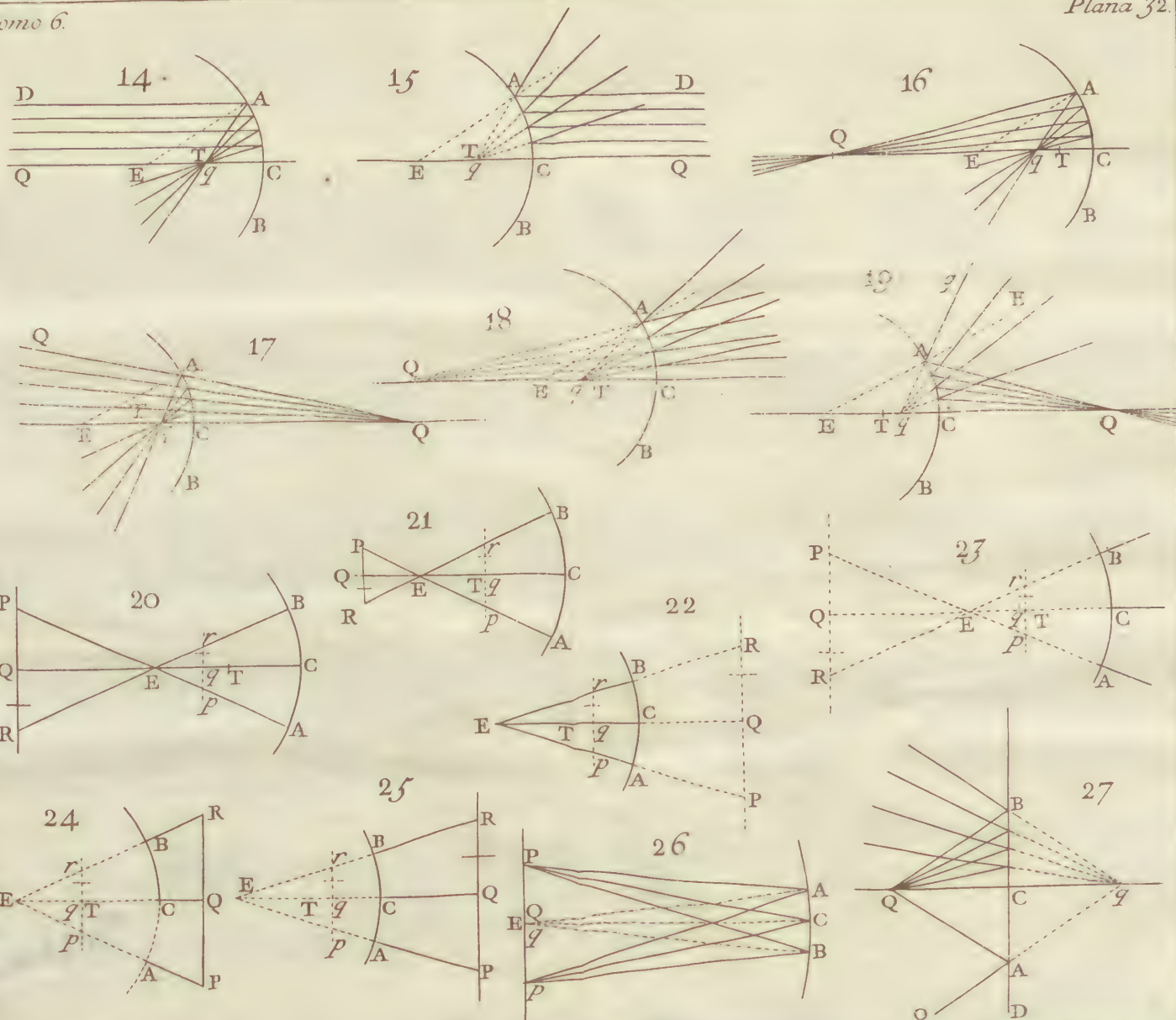
Por

Fig. 53 Por consiguiente, si T fuere un punto radiante, los rayos que embia á la superficie reflectente ACB , caminarán despues de la reflexion paralelamente á TE .

54 Sea ACB una superficie esférica reflectente cuyo centro está en E . Si despues de dividido por medio en T un radio qualquiera EC , se toman en dicho radio del mismo lado respecto de T , dos puntos Q y q , tales que TQ, TE, Tq estén en proporcion continua, y los rayos incidentes salieren del punto Q , su focus despues de la reflexion estará en q .

Sea AQ el rayo incidente, y Aq el rayo reflejo, ó su prolongacion, que forman ángulos iguales con la perpendicular AE . Como el rayo reflejo Aq , ó su prolongacion está en el plano de incidencia, cortará en algun punto g la QE , prolongada si fuere menester. Térese paralelamente á Aq la recta EG , que encuentre AQ en g , se viene á los ojos que los triángulos EAG, EAq son semejantes, isósceles é iguales; y por consiguiente, si concebimos que el punto A se acerque á C , y coincida con él, entonces desaparecerá el paralelogramo $AGEg$, y cada uno de sus lados llegará á ser igual á la mitad de la diagonal AE ó á ET por construccion. Pero los triángulos semejantes GQE, gEq dán $GQ:GE::gE:gq$, luego quando el punto A cae en C , y por consiguiente los puntos G y g en T , será $TQ:TE::TE:Tq$ (III. 305).

55 De aquí se sigue 1.º que si los rayos incidentes salieren del punto q , su focus despues de la reflexion estará en Q .





56. 2.º Si el punto Q estuviere á una distancia infinita, es evidente que por ser TQ infinita, Tq será nula. Este es el caso de la proporcion que probamos antes (52), pues entonces los rayos se han de considerar como paralelos.

57. 3.º La proposición (50) se puede tambien inferir de la última (54). Porque si suponemos que Q envíe rayos á la superficie convexa AB ; ya que TQ , TC , Tq están en proporcion, sus diferencias CQ , Cq serán iguales, quando dichas lineas fueren infinitas, y esto sucede quando la superficie reflectente es plana, esto es de un radio infinito. 3.1.

Las figuras de que nos hemos valido, sirven igualmente para las superficies convexas reflectentes, con suponer los rayos incidentes prolongados mas allá de dichas superficies.

58. El camión que hemos seguido para probar las dos últimas proposiciones (52 y 54) manifiesta que el método por el qual hemos determinado el focus de los rayos reflexos, no es rigurosamente geométrico; solo determina la interseccion del ege de la superficie, y de los rayos reflexos los mas inmediatos al mismo ege. Por lo que mira á los rayos reflexos que no están tan cerca, ván á encontrar el ege en diferentes puntos, tanto mas apartados del punto de reunion de los primeros, quanto mas lejos dichos rayos están del ege. Por consiguiente un espejo esférico no puede reflectir todos los rayos en un mismo punto. Sin embargo,

Fig. quando tratemos de las aberraciones de los rayos más apartados, del verdadero focus, manifestaremos que su densidad cerca de dicho focus es sin comparacion mayor de lo que es á una distancia de alguna consideracion; por manera que podemos mirar como un punto físico el focus de los rayos que caen perpendiculares, con muy corta diferencia, sobre un espejo esférico.

59 De donde inferiremos que el focus de los rayos reflectidos por una superficie curva qualquiera, es el mismo que si fuesen reflectidos por una superficie esférica, cuya curvatura fuese igual á la de dicha superficie, en los puntos donde la dan los rayos incidentes.

60 Quando los puntos Q , q están á un mismo lado de la superficie reflectente, si los rayos incidentes vienen de Q , ván despues de reflectidos ácia q ; y si en vez de salir de Q , vienen del lado opuesto con direcciones ácia dicho punto, ván, despues de reflectidos, ácia el lado opuesto á q : lo contrario se verifica quando los puntos Q y q están en distintos lados de la superficie. Todo esto es evidente, pues los rayos incidentes y reflejos siempre siguen direcciones contradas.

Determinacion del lugar, magnitud y situacion de las imágenes formadas por rayos reflejos.

61 Las imágenes que forman rayos reflectidos por un espejo plano, son semejantes é iguales con los obgetos que representan, y sus partes están puestas detras del espejo á dis-

distancias iguales á las de las diferentes partes del objeto. Fig. 32.

Todo esto es evidente. Porque si desde un número 33.
qualquiera de puntos P, Q, R de un objeto, colocado
como se quisiere, respecto del espejo, se bajan las perpen-
diculares PA, QC, RB al espejo, y se las prolonga hasta
que sus extremos p, q, r estén tan distantes detrás del es-
pejo como los puntos P, Q, R ; los puntos p, q, r que se-
rán (50) los focus respectivos de los rayos que salie-
ren de los puntos P, Q, R , estarán colocados del mismo
modo que estos últimos puntos; por otra parte, sus distan-
cias al espejo son respectivamente iguales con las de los
puntos P, Q, R , y se echa de ver que lo mismo sucede res-
pecto de los focus ó imágenes de todos los demás puntos del
objeto. Luego todas estas imágenes particulares formarán
una imagen igual al objeto, colocada del mismo modo y á
la misma distancia del espejo.

62 Si el objeto, puesto delante de un espejo cóncavo ó 34.
convexo AB fuese un arco circular PQR concéntrico con el 35.
espejo, su imagen pqr será tambien un arco concéntrico seme- 36.
jante, cuya longitud tendrá con la del objeto la misma razon 37.
que sus distancias al centro comun E ; y dicha imagen será
derecha ó trastornada, segun estuvieren el objeto y ella á un
mismo lado, ó á lados distintos respecto del centro.

Como el focus q se halla con tomar en la recta QE tí-
rada por el centro del espejo (54), TQ, TE, Tq en
proporcion continua, se determinará el focus ó imagen p de
otro punto qualquiera P , tirando primero PEA , dividién-

Fig. do despues EA por medio en S , y tomando SP , SE , Sp en proporcion continua. Pero los dos primeros términos de esta proporcion son iguales cada uno al suyo con los dos primeros de la antecedente; luego los terceros términos Tq , Sp son iguales; luego $Ep = Eq$. Como lo propio se puede probar respecto de cada uno de los demás puntos del obgeto circular PQR , se echa de ver que la imagen pqr de dicho obgeto es un arco circular concéntrico, y perfectamente semejante, pues ambos están terminados por las mismas líneas EPp , ERr ; y por consiguiente hay entre sus longitudes la misma razon que entre sus distancias EQ , Eq al centro comun E .

63 Un obgeto circular muy pequeño respecto de su distancia al centro del espejo delante del qual está puesto, se parece mucho á la figura de una línea recta, y tambien su imagen que se le semeja. Una línea recta pequeña puesta á una distancia algo notable del centro de un espejo esférico, tendrá, pues, por imagen una línea sensiblemente recta, bien que en rigor es un arco de seccion cónica.

64 Las imágenes de toda casta de obgetos se pueden determinar buscando en virtud de lo dicho hasta aquí las de sus contornos. Por egemplo, si el plano de las figuras PER , pEr dá vueltas al rededor de su diámetro comun QEq , la superficie circular engendrada por pqr será la imagen del obgeto circular engendrado por PQR ; y si las mismas figuras PER , pEr se mueven un poco al rededor del ege EF , puesto en su plano de ellas, y perpendicularmente al diámetro

QEq ,

QEq , la figura curvilínea engendrada por pqr será la imagen de una figura semejante engendrada por PQR ; porque el arco reflectente ACB engendra al mismo tiempo la superficie esférica reflectente.

65 Pero si toda la figura $PERrp$ se mueve paralelamente á sí misma en una dirección EF que supondremos ahora perpendicular á su mismo plano, de modo que el arco ACB engendre una porción de una superficie cilíndrica, la figura trazada por pqr siempre será la imagen de la que traza PQR ; pero no la será semejante, excepto quando están á distancias iguales de cada lado del centro E , y son por consiguiente iguales; y faltará tanto mas para que sean semejantes, quanto mas discrepen una de otra Eq y EQ , ó sus longitudes pr , PR , siendo siempre iguales sus anchos engendrados por el movimiento de que acabamos de hablar.

Determinación de los focus de los rayos que dan oblicuamente en una ó muchas superficies reflectentes.

66 Supongamos que el rayo AB procedente del punto A , dé con la oblicuidad que se quisiere, en la concavidad ó convexidad de un círculo, ú otra curva, cuyo radio de curvatura en B es BC , siga despues de reflectido la línea BF dada de posición; si despues de tirados los senos de incidencia y de reflexión CD , CE , se dividen en dos partes iguales sus cosenos iguales BD , BE , en a y f , y se toma en Bf prolongada, si fuere menester, una parte fF que sea á Bf como $aB : Aa$, y esté respecto de Bf en la situación que Aa respecto

Tom. VI.

C 3.

de

Fig. de aB , el punto F será el focus de una espiga de rayos muy delgada reflectida por el arco infinitamente pequeño, cuyo medio está en B .

Sea AbF otro rayo reflectido en b infinitamente cerca de B ; tírense las Cd , Bd' perpendiculares á Ab , y las Ce , Be' perpendiculares á bF ; Bd' será igual con Be' ; porque los ángulos Bbd' , Bbe' que Ab y bF prolongadas, si fuere menester, forman con el arco Bb ó su tangente en b , son iguales, y por consiguiente los pequeños triángulos rectángulos Bbd' , Bbe' son tambien iguales. Fuera de esto, Dd y Ee , que son las diferencias de los senos iguales CD y CE , Cd y Ce , son tambien iguales. Por consiguiente ya que los triángulos BAd' , DAd son semejantes del mismo modo que BFe' , EFe , tendremos $BA:AD::BF:FE$, y así $BA \pm AD:AD::BF \pm FE:FE$, que dá $\frac{BA+AD}{2}:\frac{BF+FE}{2}::\frac{BA-AD}{2}:\frac{BF-FE}{2}$; esto es, $Aa:Bf::aB:fF$, ó $Aa:aB::Bf:fF$. Y si supusiéramos que los rayos dán en el otro lado de la curva, esto es, en su convexidad, siendo la misma su direccion, se reflectirían por las mismas líneas prolongadas.

67 De todo esto se sigue 1.º que quando el rayo incidente AB pasa por el centro del círculo reflectente, esta proposicion es la misma que yá queda probada (54).

68 2.º Que el punto a es el focus de una espiga muy delgada de rayos que vienen paralelamente á FB , y el punto f es el focus de otra espiga de rayos que vienen paralelamente á AB . Porque quando los puntos A y F , que po-

podemos considerar como puntos radiantes ó luminosos , están á una distancia infinita , las líneas Dd , Bd' , Be' , Ee son iguales. Fig.

69 3.º Si levantamos las BG , BH perpendiculares 40.
la una al rayo incidente AB , la otra al rayo reflejo BF ;
y tomamos BH igual á BG que remata en el ege AC pro-
longado , y tiramos CH ; esta línea CH cortará el rayo re-
flejo en el focus F .

Porque si tiramos los senos iguales CD , CE , los trián-
gulos BAG , DAC serán semejantes , y lo serán tambien
los triángulos BFH , EFC ; tendremos , pues , $BA : AD ::$
 $BG : DC :: BH : CE :: BF : EF$, que es la propiedad del
punto radiante A , y de su focus F , por lo probado (66).

70 4.º Si dado el punto radiante A , quisiéramos ha- 41.
llar en un círculo reflectente el punto B , tal que él y los
puntos inmediatos reflectan los rayos paralelos entre sí ,
quando esto es posible ; tomaríamos en la CA prolongada ,
 $AG = AC$, y el círculo trazado sobre AG como diáme-
tro , cortaría el círculo reflectente en los puntos B y B ,
que serian los que se buscan.

Porque tirando GB , los triángulos ABG , ADC serán
semejantes é iguales , y por lo mismo serán iguales los la-
dos AB , AD ; será , pues , A el punto luminoso , cuyos
rayos serán reflectidos en B paralelos entre sí (68).

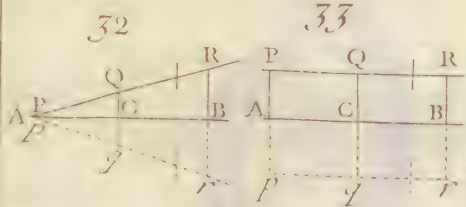
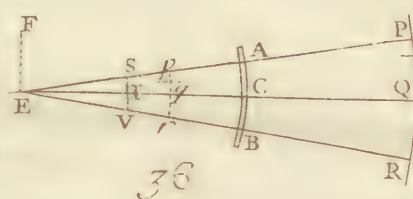
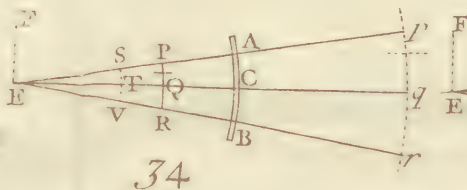
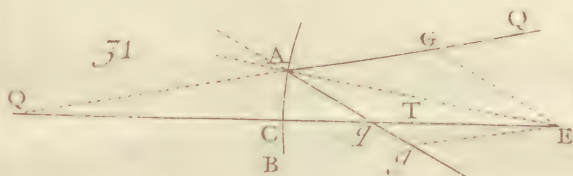
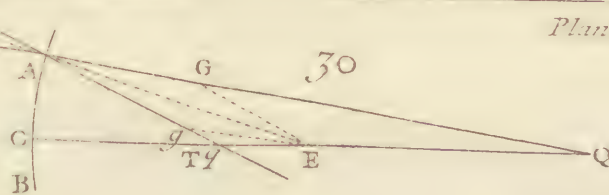
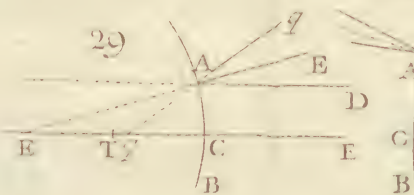
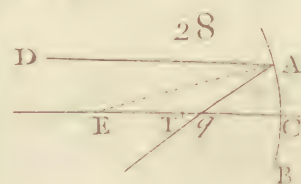
71 La posicion del rayo reflejo BF que hemos su-
puesto dada , se puede determinar haciendo el ángulo de
reflexion igual al ángulo de incidencia , ó inscribiendo en

Fig. el círculo reflectente una cuerda igual á la que el rayo incidente traza en el mismo círculo.

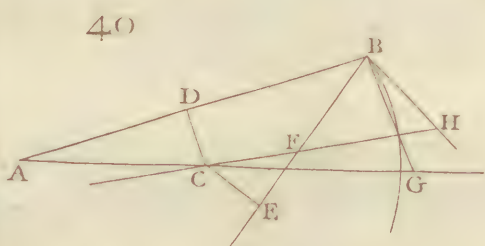
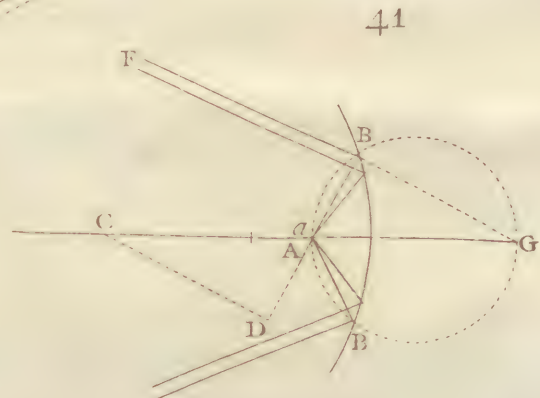
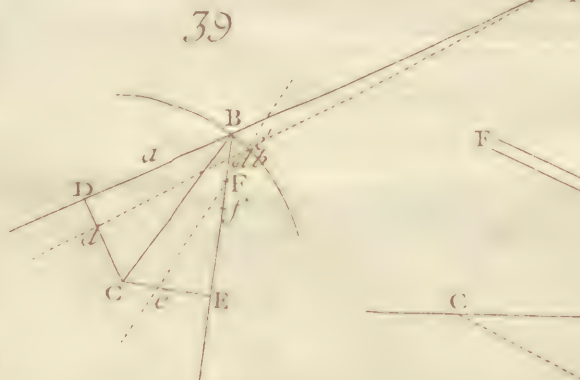
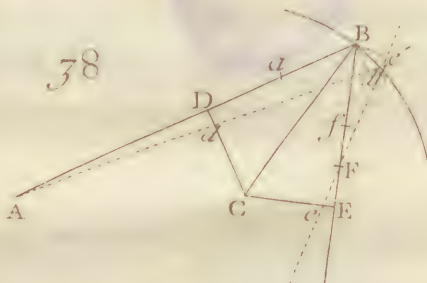
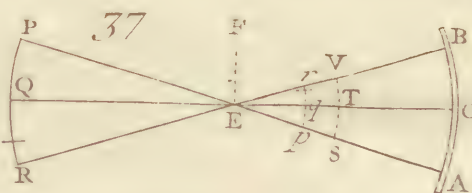
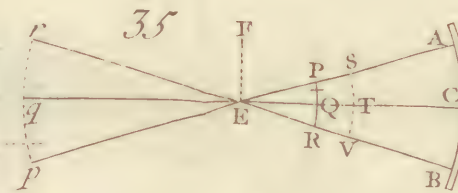
72 Dado el punto radiante , hallar el focus de los rayos con que hiere la circunferencia de un círculo dado , despues que dichos rayos han padecido un número determinado de reflexiones.

42. Sea $ABCDE$ el camino de un rayo reflectido en los puntos B, C, D de la circunferencia de un círculo. Bárgense desde el centro S á las partes extremas AB, DE de dicho rayo , las perpendiculares SI, SN ; tómense desde I y N ácia B y D , primero y último puntos de reflexion , IT y NV que tengan con IB ó ND la misma razon que la unidad con el duplo del número de reflexiones ; y supongamos que los rayos incidentes salen del punto A de la línea AB ; si hacemos $TA : TI :: VN : VH$, y colocamos VH respecto de VN en la misma direccion que está TA respecto de TI , el punto H será el focus despues de todas sus reflexiones.

Porque supongamos que el rayo infinitamente próximo $Abcde$ esté cortado en i, l, m, n por las perpendiculares SI, SL, SM, SN tiradas á las partes AB, BC, CD, DE del rayo $ABCDE$, y que estén en F, G, H los focus ó intersecciones de dichos dos rayos. Desde los puntos B, C, D tírense á las partes Ab, bc, cd del rayo $Abcde$, las perpendiculares Bb', Cc', Dd' , y á bc, cd , de las perpendiculares Bq, Cr, Ds . Estas últimas perpendiculares Bq, Cr, Ds son iguales respectivamente con las primeras Bb', Cc', Dd' , como



33





mo se echa de ver por lo probado (66). Pero ya que Fig.
 FB, FL, FC son entre sí como Bq, Ll, Cc' , y $FB + 2FL = FC$, $Bq + 2Ll = Cc'$ ó Cr ; será tambien por lo mismo $Cr + 2Mm = Dd'$ ó Ds , y así prosiguiendo. Por consiguiente, una vez que por lo probado (66.) Ii, Ll, Mm son iguales, las perpendiculares Bq, Cr, Ds están en progresion arismética, y lo están tambien sus iguales Bb', Cc', Dd' , siendo $2Ll$ ó $2Ii$ su diferencia comun. Luego si representa n el número de cuerdas BC, CD que juntan los puntos donde el rayo es reflectido antes de llegar á H , tendremos $Bb' + 2n.Ii = Ds$ subtensa del ángulo DHS , y por consiguiente Ii ó $Nn: Bb' + 2n.Ii :: NH: HD$, que viene á ser $2n.Ii: Bb' + 2n.Ii :: 2n.NH: HD$, de donde inferiremos $2n.Ii: Bb':: 2n.NH: HD - 2n.NH$, y por consiguiente $Ii: Bb',$ ó $AI: AB :: NH: HD - 2n.NH$, y finalmente $AI: IB :: NH: HD - 2n.NH - NH$, ó $ND - 2n.NH - 2NH$. Luego $AI: \frac{1}{2n+2} IB :: NH: \frac{1}{2n+2} ND - NH$; y por tanto $AI + \frac{1}{2n+2} IB: \frac{1}{2n+2} IB :: \frac{1}{2n+2} ND: \frac{1}{2n+2} ND - NH$; quiero decir, que tomando $IT = \frac{1}{2n+2} IB$, y $NV = \frac{1}{2n+2} ND$, tendremos $TA: TI :: VN: VH$; pero $2n + 2$ ó $2(n + 1)$ es el duplo del número de reflexiones que padece el rayo AB , porque el número de reflexiones es siempre una unidad mayor que el número de las cuerdas comprendidas entre las reflexiones estremas.

73. Síguese de aquí 1.º que si fuere fija la posición de AB , VH será recíprocamente como TA ; y por consiguiente

Fig. guiente V es el focus de los rayos que vienen paralelamente á AB , y T el focus de los rayos que vienen paralelamente á ED ; y estos focus principales se hallan como antes, tomando IT que tenga con IB la misma razon que la unidad con el duplo del número de reflexiones.

74 2.º Las subtensas perpendiculares Ii , Ll , Mm de los pequeños ángulos A , F , G &c. son iguales. Y los pequeños arcos Bb , Cc , Dd &c. están en progresion arismética, del mismo modo que las perpendiculares Bb' , Cc' , Dd' &c. por ser semejantes los pequeños triángulos rectángulos Bbb' , Ccc' , Ddd' .

De las Causticas por Reflexion.

43. 75 Si un número infinito de rayos intidentes AB , AB &c. que todos están en un mismo plano, no concurren en un punto ó focus único, despues de su última reflexion, y se cortan mutuamente en una infinidad de puntos, la curva FFF que cada uno de los rayos reflejos tocara, prolongados si fuere menester, se llamará *Caustica por Reflexion*.

76 Por egemplo, las intersecciones sucesivas de los rayos contiguos de un manojo grande reflectido por una superficie cóncava, esférica ó cilíndrica, forman una caustica. De estas causticas se pueden ver algunas en la superficie de la leche, ó en una mezcla blanquizca y opaca de licores contenidos en una taza de porcelana blanca, ó en el fondo de una caja vacía de tabaco, bien bruñida por adentro, ácia los bordes, quando la dá la luz de una bugía, del sol, ó de una ventana apartada.

77 Fig. de incidencia, todas las líneas trazadas por los rayos refle- 44.
 jos se arrimen al centro hasta concurrir todas en el focus 45.
 del manojo ; si despues de esto suponemos que los rayos
 vuelvan atrás por las mismas líneas, todos se apartarán, des-
 pues de esta segunda reflexion, del punto de donde vinie-
 ron primero, é irán, caminando ácia el centro, al lado opues-
 to al lado de donde venian. Los rayos exteriores cuyas
 primeras intersecciones con el ege eran las mas apartadas
 del centro, cortarán en el nuevo supuesto el ege del otro
 lado de dicho centro en puntos que se le arrimarán mas.
 Luego quando el cuerpo luminoso estuviere entre el focus
 principal y el centro, se formará otra caustica mas allá del
 centro.

78 Por lo qual, si el punto luminoso se mueve poco 45.
 á poco ácia la superficie reflectente, en llegando al focus 46.
 principal, los rayos mas próximos al ege se reflecten pri- 47.
 mero paralelos al ege, y luego despues divergen respec- 48.
 to de un punto de dicho ege detras de la superficie, los ra-
 yos mas próximos á estos llegan á ser tambien paralelos al
 ege, y despues se hacen divergentes respecto de otro punto
 del ege detrás de la superficie, como el primero, pero algo
 mas lejos. Por consiguiente, cada par de rayos reflejos y
 contiguos, prolongado detras de la superficie reflectente,
 cortará el ege antes de cortarse ; y de estas intersecciones
 sucesivas, de cada una de las quales los rayos divergen
 de dos en dos, resultará detras de la superficie una caus-
 ti-

Fig. tica *imaginaria* que forma un ángulo agudo en el focus , y se vá apartando del ege , al paso que se aparta de la superficie.

79 Supongamos que , manteniéndose fijos los puntos
 48. de incidencia , los rayos en vez de cortar el ege en dife-
 49. rentes puntos , conforme pinta la primera de las dos figuras que citamos , se encuentran en solo el punto Q , conforme se vé en la segunda de las mismas figuras , y vayan , divergiendo de dicho punto , á dar en el lado convexo de la superficie reflectente , sus prolongaciones , despues de la reflexion , lejos de juntarse en el punto q , de donde dichos rayos venian primero , se apartarán todos de él , y engendrarán con sus intersecciones una caustica imaginaria ; y las intersecciones del ege , y de los rayos mas apartados de dicho ege , que antes se hacian lo mas lejos de la superficie , se harán lo mas cerca de ella , despues de la reflexion (47).

80 En todas estas causticas por reflexion (lo propio se verifica en las causticas por refraccion , conforme se verá mas adelante) engendradas por superficies planas y esféricas , el concurso de dos rayos contiguos prolongados , quando es menester , siempre está mas lejos del ege , á medida que sus puntos de incidencia están mas lejos del mismo ege. Es de notar que si un manojo ó cono de rayos dá en un plano reflectente , los rayos reflejos no engendran caustica ninguna , porque divergen exactamente de un punto único (43).

81 De todo lo dicho hasta aquí se sigue , que una Fig. superficie esférica , de la qual se sabe que la curvatura es 50. la misma en todos sus puntos , no puede reflectir los rayos de un manojo algo grande en solo un punto , y que para que una simple superficie cause este efecto , se ha de volver menos curva , ó aplanarse gradualmente , á medida que se aparta de su ege (76) conforme pinta la figura. Sin embargo la reflexion que causan las superficies esféricas , arrima y aprieta , digámoslo así , los rayos del medio unos con otros de tal manera , y los rayos exteriores á aquellos están esparramados en tan corta cantidad sobre un plano perpendicular al ege , puesto en el focus de los primeros , que la confusion que resulta en la imagen de su mezcla con los rayos de los demás manojos , es pocas veces sensible , quando el vidrio tiene una abertura mediana. Y como la diferente refringibilidad de los rayos de diferentes colores , de que trataremos en adelante , causa aberraciones mucho mayores que las que ocasiona la esfericidad , es escusado cansarse en dar á los vidrios una figura distinta de la esférica , particularmente si se consideran las dificultades casi insuperables que no permiten conseguirlo.

82 De la definicion , que hemos dado (75) de 43. las causticas , se sigue 1.º que si suponemos dos tangentes qualesquiera BF , $B'F'$ que se cortan mutuamente en G , se arrimen una á otra hasta confundirse , los puntos de contacto y de interseccion se arrimarán unos á otros , y al fin coincidirán. Por donde se echa de ver que un rayo reflejo toca la

Fig. la caustica en el punto donde su intersección con el rayo mas inmediato se desyanece , quando se supone que coinciden.

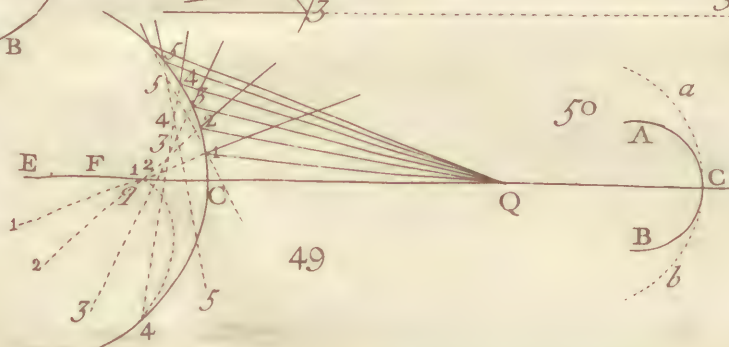
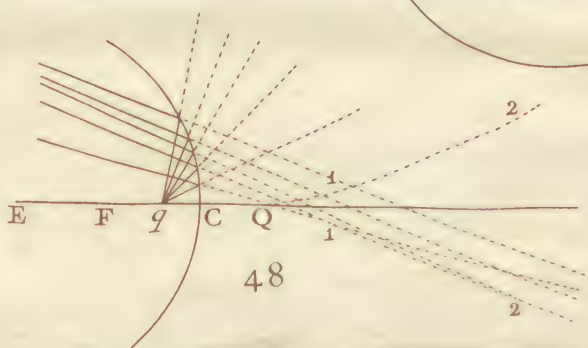
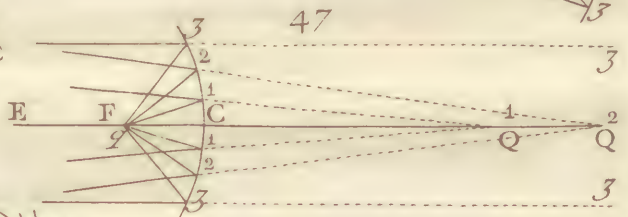
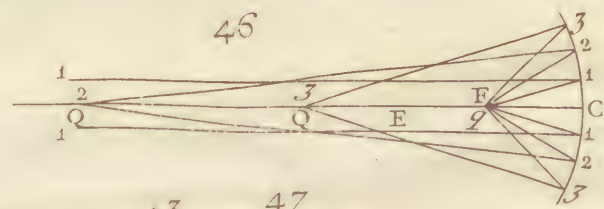
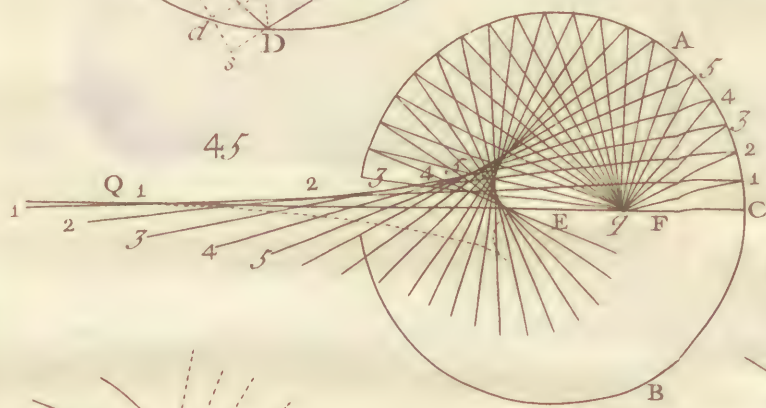
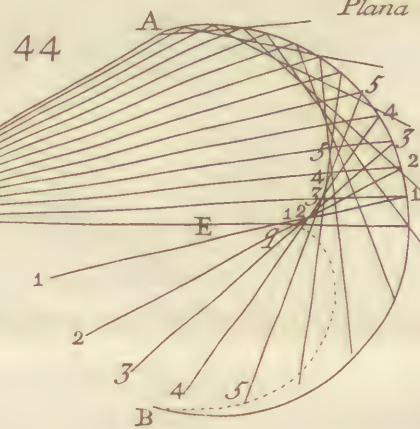
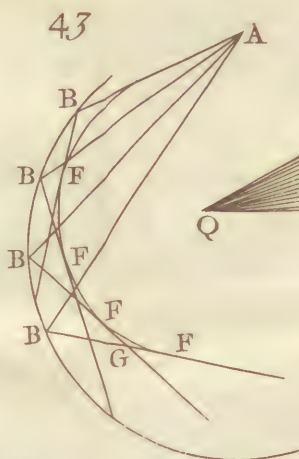
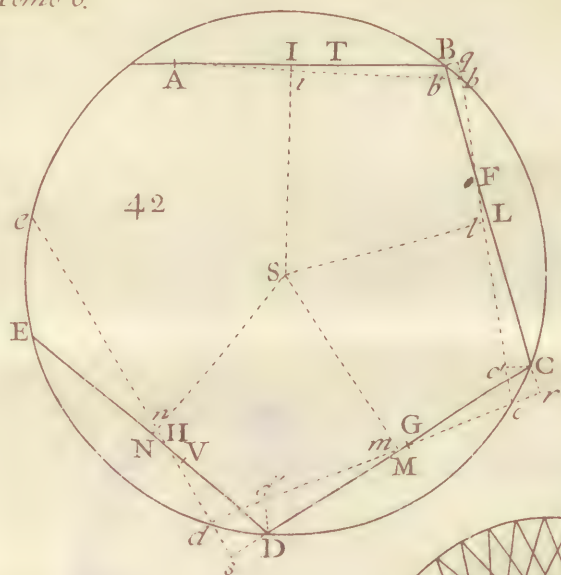
83 2.º Luego si imaginamos que dos rayos incidentes , infinitamente próximos uno de otro , giran en el plano de incidencia , al rededor del punto A de donde vienen , el focus F ó el punto de interseccion de los rayos reflejos , trazará la caustica de que hablamos que se llama real ó *imaginaria* , segun fuere F el focus de rayos convergentes ó divergentes.

51. 84 Supongamos que sea A el punto del qual salen los
 52. rayos que dán en un círculo $b'BH$ cuyo centro es C . Si en el
 53. ángulo de incidencia ABC , ó en su suplemento se tira por el
 54. punto A una linea AI igual al rayo incidente AB ; el rayo reflejo BF será paralelo á AI ; es evidente.

85 Luego 1.º Si tiramos el ege AC , que corta perpendicularmente el círculo en b' y B , y las lineas AL , AL que le tocan en L y L ; los puntos L , L dividirían la circunferencia en dos arcos , de los quales el uno LBL , que es el mas distante de A , será cóncavo ácia A , y el otro $Lb'L$, el mas inmediato á A será convexo ácia el mismo punto. Y quando el punto B cae en L , cae tambien alli mismo el punto I , y el rayo reflejo se mueve en la direccion del rayo incidente.

86 2.º Tírense en el círculo reflectente dos líneas AH , AH iguales ambas á la distancia AC del punto radiante A al centro ; los rayos reflectidos por el arco mas dis-

tan-





tante HBH convergirán ácia el ege AC , y los rayos refle- Fig.
tidos por el arco mas inmediato $Hb'H$, divergirán del mis-
mo ege; y como los dos rayos HF , HF que son reflecti-
dos en los puntos H, H son paralelos al ege AC , separa-
rán los rayos convergentes de los divergentes.

Porque si suponemos que el rayo AB se arrime á AH ,
y coincida con esta linea, la linea AI se acercará tambien
á AC , y se confundirá con ella; y entonces el rayo reflejo
 BF , que siempre es paralelo á AI , llegará á ser paralelo AC .
Pero mientras AB es mas corta que AH ó AC , $AI = AB$ es
tambien mas corta que AC , y está por consiguiente del mis-
mo lado del ege AC que AB : por manera que el rayo reflejo
 BF , siendo paralelo á AI , diverge del ege AC . Y al contra-
rio, mientras AB es mas larga que AH ó AC , su igual AI
es tambien mas larga que AC , y está por consiguiente del
lado del ege AC , opuesto al lado donde está AB ; y así por
ser BF paralela á AI , convergirá entonces ácia el ege AC .

87 3.º De donde se infiere, que quando la distan-
cia del punto radiante A al centro es menor que la mitad
del radio, los rayos que refleja todo el círculo convergen
todos ácia el ege AC .

88 Todo esto presupuesto, especifiquemos los varios
casos que pueden ocurrir en la consideracion de las causti-
cas por reflexion.

CASO I. Sea el punto A de donde vienen los rayos 55.
incidentes, fuera del círculo reflectente LbL' ; sean las rec-
tas AL , AL que tocan dicho círculo en L y L' . Si supo-
ne-

Fig. nemos que el punto de incidencia B trace el arco $LBBL$ cóncavo ácia el punto A , el focus F de una espiga infinitamente delgada trazará al mismo tiempo una caustica real $LFfL$ (83) ; y mientras el punto de incidencia b' trazare el arco $Lb'b'L$, convexo ácia A , el focus F' trazará una caustica imaginaria $LF'F'L$ (83). Ambas causticas están comprendidas en el círculo reflectente, y cada una de ellas se compone de dos partes semejantes é iguales, situadas á cada lado del ege AC , en el qual dichas dos partes se juntan al uno y otro lado del centro C , formando una punta ó retroceso en F y F' . Todo esto viene á ser una consecuencia de lo probado (66), pues por lo que allí digimos $Bf = Ba = \frac{1}{4}Bb'$, y $Aa : aB :: Bf : fF$, de modo que mientras AB y Ab' se mueven desde AL ácia el ege AC , la tangente BF crece continuamente.

56. 89 II. Si el punto radiante A estuviere infinitamente lejos, la tangente BF de la caustica será en todas partes igual con Bf ó Ba , ó al $\frac{1}{4}$ de la cuerda Bb' trazada por el rayo incidente.

57. 90 III. Si el punto radiante A estuviere en la circunferencia del círculo reflectente, la tangente BF de la caustica será igual en todas partes al $\frac{1}{3}$ de la cuerda trazada por el rayo reflexo, ó por el rayo incidente.

Porque siendo Bf ó Ba igual á $\frac{1}{4}AB$, tenemos Aa es á aB como Bf es á fF como 3 es á 1 ; por manera que $fF = \frac{1}{12}AB$, y por consiguiente $BF = \frac{1}{3}AB$. La caustica

tica imaginaria desaparece en el caso actual , y las dos partes de la real se juntan en A donde tocan el círculo. Fig.

91 IV. Si el punto radiante A estuviere dentro del círculo , y su distancia al centro fuese mayor que el $\frac{1}{4}$ del diámetro $b'B$ del mismo círculo , los rayos reflectidos por el punto mas inmediato b' divergirán de un punto F' , de dicho diámetro prolongado (54), que será un punto de retroceso de una caustica imaginaria. Fuera de este punto de retroceso F' , y otro correspondiente F formado por rayos reflectidos en el otro extremo B del mismo diámetro $b'B$, habrá otros dos mas R y S , uno á cada lado de dicho diámetro. Dichos tres puntos pertenecen á una caustica real, que tiene dos ramos RF , SF , que se alargan al infinito, y tienen por asímtotas las líneas BF y BF ; estas asímtotas lo son tambien de otros dos ramos $F'F$, $F'F$ que pertenecen á la caustica imaginaria de que hemos hecho mencion; pero estos ramos están al otro lado de dichas asímtotas , y prosiguen del lado opuesto al de los ramos reales RF , SF . 58.

Porque supongamos que el punto de incidencia B se mueva en la circunferencia del círculo , empezando desde el punto b' ; mientras el rayo incidente AB es menor que el $\frac{1}{4}$ de la cuerda BAB , los rayos reflejos divergen y forman con su concurso , prolongándolos, la caustica imaginaria $F'F$ (66); y quando AB es igual al quarto de la cuerda , de la qual traza una porcion , el rayo reflejo llega á ser una asímtota BF , ó una tangente de la curva á una distancia infinita ; y por consiguiente, quando AB es

Fig. mayor que el cuarto de la cuerda cuya porción traza, los rayos reflejos convergen uno ácia otro, y forman un ramo opuesto RF con el movimiento de su focus F , que al principio se arrima al punto de incidencia B , hasta cierto grado, y despues se aparta de él á medida que la cuerda cuya porcion traza el rayo incidente, se hace mayor; por manera que de estos movimientos contrarios de F resulta un punto de retroceso en R , &c.

158. 92 V. Quando el punto A está en medio del radio
 159. $b'C$, hallándose entonces el punto de retroceso F' á una distancia infinita, las asýmtotas BF , BF' coincidirán con el ege; y si suponemos que A se acerque al centro C , los dos ramos RF , SF se encontrarán á una distancia finita AF' del lado opuesto á A ; por manera que la caustica tendrá quatro puntos reales de retroceso; finalmente, llegando A al centro, la caustica se reduce á un punto que tambien está en el centro.

93 VI. Ultimamente, quando los rayos incidentes caen sobre el lado opuesto del círculo, convergentes ácia A , todas las causticas serán las mismas que antes, con la diferencia de que lo que antes era real será imaginario, y recíprocamente.

94 Muchas de estas causticas se pueden construir del mismo modo que la cycloide con corta diferencia. Por ege-
 60. plo, en el caso propuesto (90) donde supusimos el punto radiante A en la circunferencia, y donde la tangente BF de la caustica es el tercio de la cuerda AB del círculo



lo reflectente, divídase un radio cualquiera BC en tres partes iguales CD , DE , EB , y desde el centro C , y con el radio CD trácese un círculo DK , que corte en K la AC prolongada; hecho esto, desde el punto E como centro, y con el radio ED ó EB trácese el círculo BFD , que corte en F el rayo reflejo BF ; si el círculo BFD rueda por la convexidad del círculo DK , el punto dado F de dicho círculo mobil trazará la caustica AFK . Fig.

Porque si tiramos EF , los triángulos isósceles BEF , BCA serán semejantes, y por ser BE el tercio de BC , será BF el tercio de BA , y por consiguiente el punto F será uno de los de la caustica (90); y yá que los ángulos DEF , DCK , que son los suplementos de los ángulos iguales BEF , BCA , son iguales, los arcos DF , DK trazados con radios iguales, lo serán tambien.

95 La longitud de la parte que se quisiere de una caustica engendrada por una curva qualquiera, es igual á la suma del rayo incidente y del rayo reflejo que termina uno de los extremos de dicha parte, menos la suma del rayo incidente y del rayo reflejo que termina el otro extremo.

Imaginemos que la tangente BF es una línea flexible, 61.
un hilo, por egemplo, tendido en la convexidad de la caustica; por manera que mida la parte á la qual está aplicado. Haciendo la misma construccion que antes (66), yá que los triángulos Bbd' , Bbe' son iguales, conforme lo probamos allí mismo, el incremento infinitamente pequeño bd' del rayo incidente BA , es igual en todas partes con el

Fig. decremento infinitamente pequeño be' del hilo BFF' cuyo extremo F' está asegurado en un punto cualquiera F' ; y si el punto B se mueve del lado opuesto, los pequeños decrementos que AB padece, son iguales en todas partes con los incrementos infinitamente pequeños del hilo. Tomando, pues, las sumas correspondientes de estos incrementos ó decrementos, se sigue quando AB , BF están en otro punto cualquiera como Ab' , $b'F'$, que quando AB crece, $Ab' - AB = F'F + FB - F'b'$, y que por consiguiente $Ab' + b'F' - AB - FB = FF'$, que es la porcion de la caustica; y que quando AB mengua, $AB - Ab' = Ff' + f'b' - FB$, y que por tanto $AB + BF - Ab' - b'f' = Ff'$.

- § 7. 96 De donde se sigue que en el caso propuesto (90), quando A está en la circunferencia, la longitud de la porcion AF de la caustica es igual á $AB + BF$, esto es á $\frac{4}{3}AB$; y que quando los rayos incidentes son paralelos, como en el caso propuesto (89), la porcion $LF = DB + BF = \frac{3}{2}DB$, siendo DB la mitad de Bb' .

- 97 Determinemos ahora la densidad de los rayos en un punto cualquiera de una caustica. Sean los rayos incidentes AB , Ab reflectidos por un arco muy pequeño Bb de una curva cualquiera BI , cuyo ege es AI , y sean los rayos reflejos tangentes de la caustica FfK en F y f . Desde el punto A como centro, y con un radio cualquiera AC , trácese un arco CpP que corte los rayos incidentes AB , Ab , el uno en P , el otro en p ; la densidad de los rayos en el arco

pequeño Ff será á la densidad uniforme de los mismos rayos en el arco Pp , como Pp es á Ff . Fig.

Porque si suponemos que todos los rayos que dán en el arco Bb sean reflectidos regularmente, habrá cada instante el mismo número de rayos en las líneas Pp , Ff ; y por consiguiente su densidad en dichas líneas será recíprocamente como las longitudes de las mismas líneas. Luego si suponemos invariable la longitud del arco Pp , la densidad de los rayos en la pequeña parte Ff será recíprocamente como su longitud.

98 Tírense las líneas PQ , FG perpendiculares al ege AI ; si la figura entera gira al rededor de dicho ege, todos los rayos que vienen de A , y son reflectidos por la superficie que trazase la curva BI , tocarán la superficie curva engendrada por el movimiento circular de la caustica $EFfK$; y la densidad de los rayos en una parte qualquiera de dicha superficie, trazada por un arco pequeño Ff , será á la densidad uniforme de los rayos incidentes, en la superficie esférica trazada por el arco CPp , como el producto de Pp por PQ es al producto de Ff por FG .

Porque á cada instante hay un mismo número de rayos en los ánuos trazados por el movimiento circular de las líneas Pp , Ff ; y por ser uniformes sus densidades en cada ánuo, son recíprocamente como las extensiones de los mismos ánuos. Pero el ánuo que traza Pp es igual al producto de Pp por la circunferencia que traza el punto P , y el ánuo trazado por Ff es igual al producto de Ff por la cir-

Fig. cunferencia que traza el punto F ; y como hay entre estas circunferencias la misma razon que entre sus radios, el primer rectángulo es al segundo :: $Pp \times PQ : Ff \times FG$.

99 Hagamos alguna aplicacion de esta regla. Supongamos, por egemplo, que la superficie reflectente ABI sea una superficie esférica, en cuyo punto A esté el punto radiante, estando su centro en C , y sea el semidiámetro $AP = AC$; la densidad de los rayos en F en la superficie, que es la caustica de la superficie esférica ABI , será á la densidad uniforme de los rayos incidentes, en la superficie esférica CP , como el radio AC es á los $\frac{8}{3}$ de la ordenada FG .

Porque la longitud de la porcion AEF de la curva AFK , que es la caustica de la semicircunferencia ABI , es igual á $\frac{4}{3} AB$ (96), y por consiguiente una parte infinitamente pequeña Ff de dicha caustica es igual á los $\frac{4}{3}$ de la parte infinitamente pequeña correspondiente de AB , quieró decir que $Ff = \frac{4}{3} bd'$. Tírese la CD perpendicular á AP , que será $= PQ$; por ser semejantes los triángulos PpA , $Bd'A$, y $Bd'b$, BCD , y porque la razon de Pp á Ff se compone de las razones de Pp á Bd' , de Bd' á bd' , y de bd' á Ff , se compondrá de las razones de AP á AB ó $2BD$, de BD á CD , y de 3 á 4 , y será por consiguiente igual á la razon simple de $3AP$ á $8CD$ ú $8PQ$. Luego (98) la densidad en F es á la densidad en P ó C como $3AP \times PQ$ es á $8PQ \times FG$, ó como AC es á $\frac{8}{3} FG$.

100 Síguese de aquí que tirando bH perpendicular
al

al ege ACI , la densidad en el punto F de la superficie curva que es la caustica de la superficie esférica, es como su ordenada FG , ú como el rectángulo de bH y HI . Fig.

Porque es sumamente facil demostrar que FG es á bH como HI es á $\frac{3}{2}IC$. De donde resulta que la densidad de los rayos es infinitamente mayor en los puntos K y A del ege, que á una distancia finita qualquiera del ege.

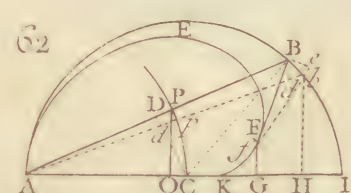
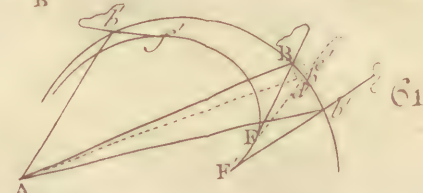
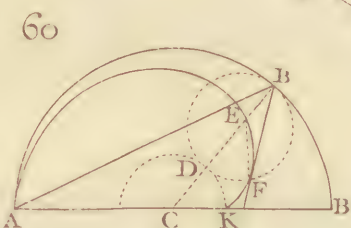
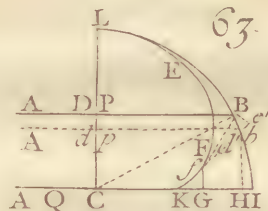
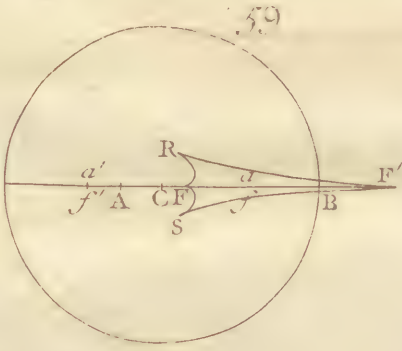
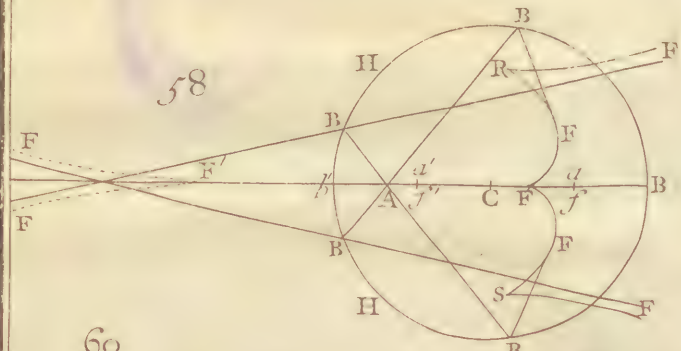
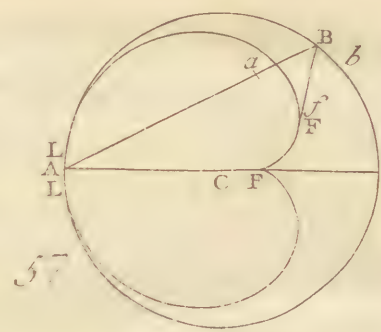
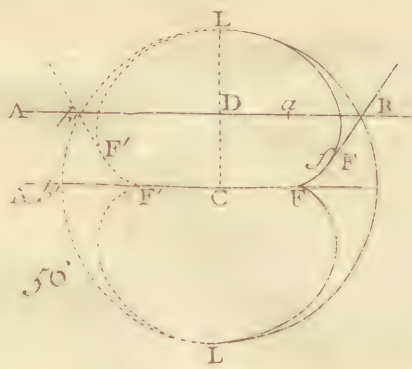
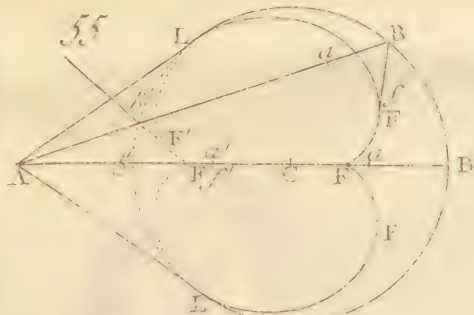
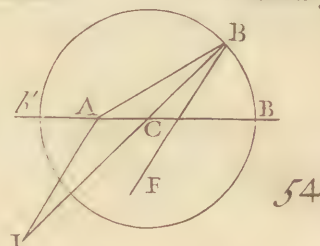
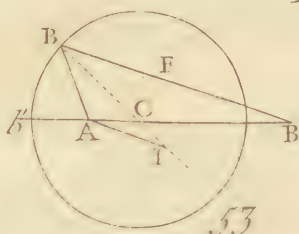
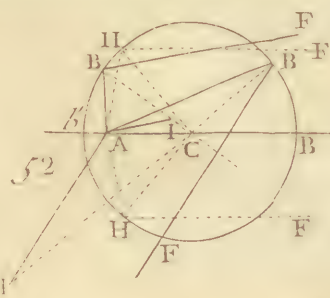
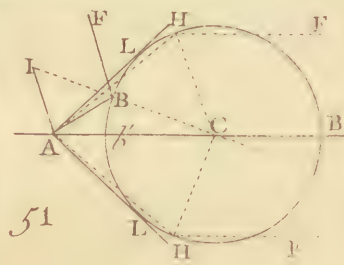
101 Quando el punto radiante A está á una distancia infinita de la superficie esférica reflectente LBI , la densidad de los rayos en un punto qualquiera F de la superficie curva que es su caustica, engendrada por la revolucion de la caustica LFK al rededor del ege ACI , es á la densidad uniforme de los rayos incidentes en un plano perpendicular CDL , como BD es á FG , esto es, como el coseno del ángulo de incidencia es á la ordenada tirada por el punto F . 63.

Porque la porción LEF de la caustica es igual (96) á $\frac{3}{2}BD$; de suerte que $Ff = \frac{3}{2}bd'$. Pero Pp es á Ff en razon compuesta de Pp ó Bd' á bd' y de bd' á Ff , esto es de BD á DC , y de 2 á 3. Luego la densidad en F es á la densidad en D como $2BD \times PQ$ es á $3CD \times FG$, ó como BD es á $\frac{3}{2}FG$.

102 Luego la densidad en F es directamente como BD y recíprocamente como FG , ó directamente como BD y recíprocamente como el cubo de CD ; porque se prueba que FG es á CD como $(CD)^2$ es á $(CI)^2$. De donde se sigue que la densidad de los rayos es infinitamente ma-

Fig. yor en K , que quando la ordenada FG es de una longitud finita.

103. Manifiestan estas reglas en qué proporción está el calor de los rayos en cada parte de la caustica, y tambien su razon con el calor de los rayos incidentes sobre una superficie perpendicular: suponiendo sin embargo que el calor de los rayos en una superficie qualquiera sea proporcional á su densidad, sea la que fuere su inclinacion mutua.





DE LA LUZ REFRACTA,

Fig.

O

DE LA DIÓPTRICA.

104 El experimento que propusimos (34) manifiesta los fenómenos fundamentales de la Dióptrica del mismo modo que los de la Catóptrica.

Estando , pues , todo dispuesto , conforme alli digimos (34) , tírese en la tabla *KLMN* la recta *AB* que corta *CP* en *D*. Se tomarán en *DB* y *CS* las partes *DH* y *CI* ambas iguales á los tres cuartos de *DA* ; por los puntos *H* , *I* tírese la recta *HIE* , que encuentra la circunferencia en *E* ; y *EF* tirada desde *E* perpendicularmente á *PQ* , será igual á *DH* , ó á los tres cuartos de *DA*. Si plantando despues un alfiler en *E* , se mete la tabla dentro del agua , y se pone el ojo en la linea en que están los alfileres *A* y *C* , se verá el alfiler *E*. La refraccion que padece en *C* el rayo que sale de dicho alfiler , le precisa , pues , á que ande la recta *CA* ; y por consiguiente al pasar del agua al ayre la razon de refringencia es de 3 á 4. Si se plantan otros alfileres en la linea *CE* , se verán todos en la prolongacion de *AC* , y toda la linea *CE* se vé dentro del agua como si fuese la recta *AC* continuada. Esto prueba que el rayo que viene desde el alfiler *E* anda una linea recta dentro del agua , y se refringe solamente en su superficie. Al contrario , si estuviese el sol á la altura correspondiente para que la sombra del alfiler *A* coincidiera con

Fig. con AC , se reparará que la sombra refringida coincidirá con CE .

65. 105 Veamos ahora cómo se hace la mudanza de direccion en un rayo de luz que padece refraccion. Imaginemos como antes (104) que el papel en que está trazada la figura esté colocado perpendicularmente á la superficie de una agua mansa , y que en el punto C de su interseccion con RS dá un rayo de luz que se mueve en el ayre en la direccion AC . Suponiendo entonces PCQ perpendicular á la superficie del agua, y que el rayo que viene por AC entra en el agua en C , lejos de proseguir su camino se desvía en C , y traza una recta CE , formando con la perpendicular CQ un ángulo ECQ menor que el ángulo ACP ; y CE está siempre puesta de tal modo, que si desde C como centro se traza un círculo que corte CA en A , y CE en E ; las perpendiculares AD , EF tiradas á PQ desde los puntos A y E , están siempre en una misma razon, sea el que fuere el ángulo ACP . En el paso del ayre al agua EF es siempre los $\frac{3}{4}$ de AD .

106 El rayo AC se llama el *Rayo incidente*; CE , el *Rayo refracto ó refringido*; PCQ , la *Perpendicular de incidencia*; ACP , el *Ángulo de incidencia*; ECQ , el *Ángulo de refraccion*; AD , el *Seno de incidencia*, y EF , el *Seno de refraccion*.

107 Si un rayo despues de haber sido refringido vuelve directamente atrás ácia la superficie refringente hasta encontrar el punto de incidencia, padece otra refraccion que

le obliga á seguir la misma direccion que seguia quando vino Fig.
á dar en la superficie.

108 Al pasar de un medio raro á otro mas denso , la refraccion arrima el rayo á la perpendicular , ó lo que viene á ser lo propio , el ángulo de refraccion es menor que el ángulo de incidencia.

109 El seno de incidencia AD y el seno de refraccion EF están exactamente , ó con muy corta diferencia , por lo menos ; en una razon constante.

Y así , si otro rayo aC se refringe en la direccion de 64 ,
la recta Ce , y tiramos los senos ad , ef , la razon de ad á ef
será la misma que la de AD á EF . Quando la refraccion se
hace del ayre al agua , hemos visto (104) que el seno
de incidencia es al seno de refraccion como 4 á 3 , con
corta diferencia ; al pasar del ayre al vidrio , la razon entre
estos senos es de 3 á 2 , ó con mas precision como 31 á 20.

110 De la última regla se sacan las consecuencias 64 .
siguientes. 1.º Quando el ángulo de incidencia ACP cre- 65 .
ce , el ángulo de refraccion correspondiente ECQ crece tam- 66 .
bien , porque si sus senos AD , EF no creciesen ambos á
un tiempo , no permanecería entre ellos la misma razon. Y
así , si el ángulo de incidencia mengua , el ángulo de refraccion
padecerá una disminucion correspondiente.

111 2.º Que quando un rayo dá perpendicularmente
en una superficie refringente , no se desvía , y prosigue su
camino en la prolongacion de la perpendicular que seguia quan-
do llegó al punto de incidencia.

Fig. 112 3.º Que la inflexion del rayo refracto es tanto mayor quanto mayor es el ángulo de incidencia.

65. Prolónguese AC hasta G , el arco EG , y el ángulo ECG crecerán sin cesar por el aumento continuo del ángulo ACP , como es facil probarlo con hacer la consideracion siguiente. Si el ángulo de incidencia, al paso del ayre al agua, fuese recto con corta diferencia, y fuese por consiguiente el rayo incidente paralelo con muy corta diferencia, á la superficie del agua, el desvío que experimentar á la superficie del agua, el desvío que experimentará el rayo en C , ácia EC , es tan grande como le representa la figura, en la qual el seno de refraccion EF , que siempre es los $\frac{3}{4}$ de AD , es en el caso actual con corta diferencia los $\frac{3}{4}$ del radio del círculo; lo que dá cerca de $48^{\circ}\frac{1}{2}$ para el ángulo de refraccion ECQ , y por consiguiente cerca de $41^{\circ}\frac{1}{2}$ para su complemento ECS que mide lo que el rayo se aparta del rumbo que seguia al llegar á la superficie del agua. Si el rayo pasare del ayre al vidrio, el desvío será todavia mayor, por ser la razon de refringencia que es de 31 á 20 mayor que la de 4 á 3. En este nuevo supuesto hallaremos cerca de 40° para el ángulo ECQ , y 50° para el ángulo ECS .

113 Si el rayo tuviese que volver atrás ácia EC , es evidente que la refraccion le dirigirá por la recta CA , y que por consiguiente se desviará la misma cantidad; pero si el ángulo de incidencia eCQ fuese algo mayor que $48^{\circ}\frac{1}{2}$ en el agua, ó que 40° en el vidrio, el rayo eC no podrá pasar al ayre, y la refraccion será imposible, entonces se

re-

reflectirá en la dirección Cf , formando el ángulo de reflexión QCf igual al ángulo de incidencia QCe . Hay, pues, límites para los ángulos de incidencia, correspondientes á la naturaleza de los medios, pasados los cuales no se verifica la refracción, y se transforma en reflexión. Fig.

114 Representa QC una espiga de rayos paralelos, 67.
que dán oblicuamente en un plano refringente ACB . Estos 68.
rayos despues de refringidos guardan su paralelismo, pues siendo todos iguales entre sí los ángulos de incidencia, lo serán tambien los ángulos de refracción (110). Por lo mismo, si dichos rayos fueren refringidos otra vez por otro plano refringente paralelo ó inclinado al primero, saldrán tambien paralelos. Bien que para esto es preciso, conforme veremos mas adelante, que los rayos sean todos de un mismo color.

115 Los rayos de una espiga QAB que vienen di- 69.
vergentes de un punto Q , para dar en un plano refringen- 70.
te ACB , toman al atravesarle las mismas direcciones que si vinieran directamente, y sin rodeo de otro punto q colocado en el rayo QC perpendicular al plano.

Porque este rayo atraviesa la superficie sin romperse, siendo así que los demás como QA es preciso que se desvian, y se desvian tanto mas quanto dán en puntos mas apartados de C (112), porque los ángulos de incidencia QAE , y por lo mismo los ángulos de refracción correspondientes, crecen en proporción (110). Por esta razon, todos los rayos refractos divergen con muy corta dife-

Fig. ferencia de un punto q puesto del mismo lado que Q respecto de la superficie AB .

69. Si la superficie refringente termina una masa de vi-

70. drio, QC está con qC en la primera figura, como 2 á 3, y como 3 á 2 en la segunda. Si termina una masa de agua, QC y qC son entre sí en la primera figura como 3 á 4, y como 4 á 3 en la segunda. Siguen las razones de refringencia correspondientes á dichos medios (109). Si hiciéramos convergir los rayos incidentes ácia q , es evidente que despues de la refraccion concurrirán en Q .

71. 116 Lo que dejamos dicho (45) se puede

72. aplicar con facilidad á la formacion de una imagen pqr de un obgeto PQR por un plano refringente ACB , con solo tener presente que todas las razones de Ap á AP , de Br á BR son iguales.

73. 117 Las figuras citadas á la margen pintan las

74. circunstancias que caracterizan la refraccion de una espiga

75. de rayos paralelos que dán en una superficie esférica re-

76. fringente ACB . Manifiestan como la refraccion dispone dichos rayos para que converjan ácia un punto T , ó diverjan de él. El rayo QC que pasa por el centro de la superficie, y la encuentra perpendicularmente, la atraviesa sin romperse, siendo así que los otros que son paralelos á QC , la encuentran por causa de su curvatura con diferentes grados de oblicuidad tanto mayores, quanto mas apartados están de QC , y por consiguiente se rompen y mudan mas y mas su primera direccion (112). Así se echa de ver, por

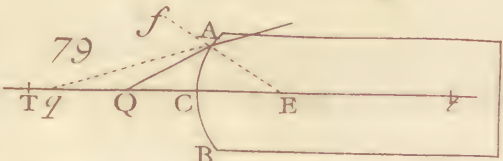
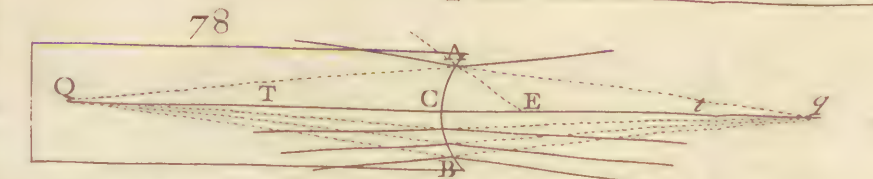
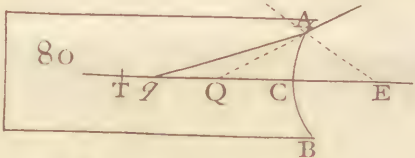
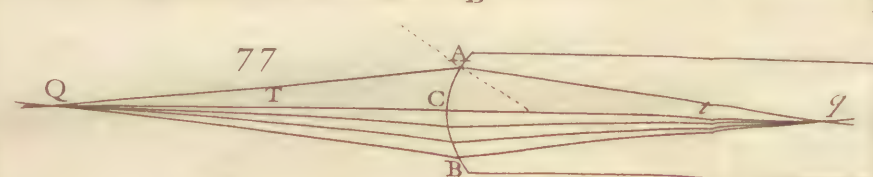
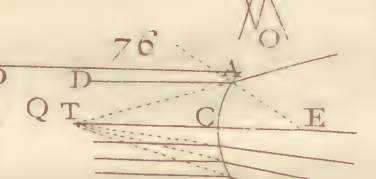
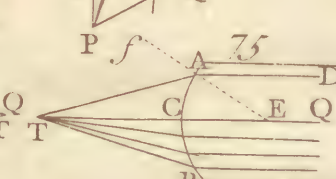
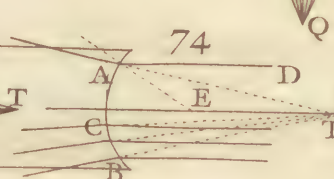
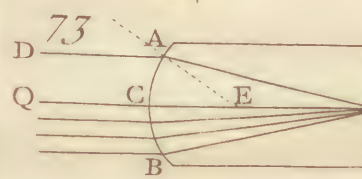
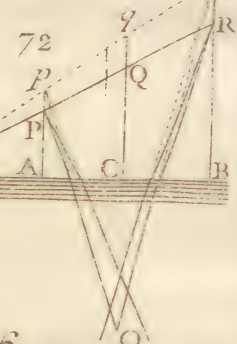
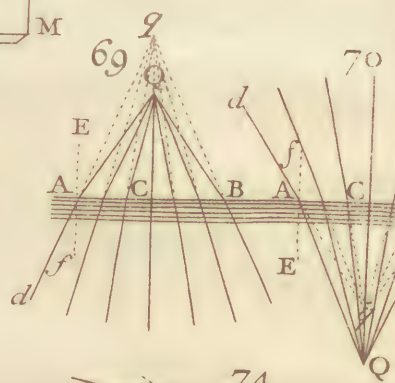
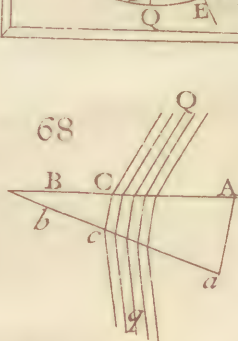
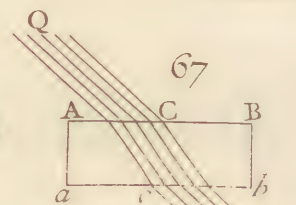
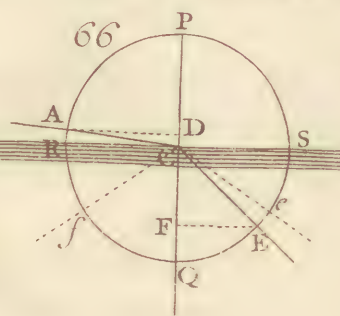
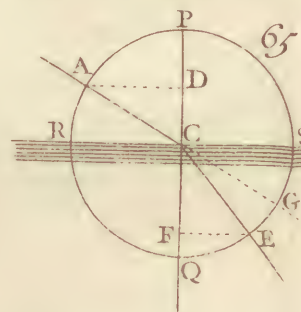
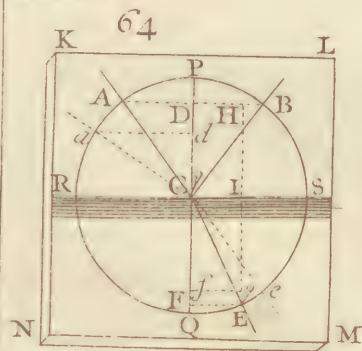
po-

poco que se atienda, que los rayos refractos convergen, y Fig. se v $\acute{a}$ n á juntar, á lo menos con poca diferencia, en un punto T del rayo QC prolongado, si es menester, quando la refraccion los arrima á dicho rayo, y que v $\acute{a}$ n divergiendo del mismo punto quando la refraccion los aparta. Se puede hallar el rumbo que siguen por medio de una perpendicular EA tirada á un punto A de la superficie, y de la posicion conocida del medio mas denso. De donde se sigue, que *si la superficie del espresado medio fuese convexa, los rayos refractos convergirán ácia T , y divergirán si fuese cóncava.*

Si el cuerpo refringente fuese una masa de vidrio, la mayor de las dos distancias CT , TE será á la menor como 3 á 2; si fuese una masa de agua, serán dichas dos distancias como 4 á 3; quiero decir que habrá entre ellas la razon de refringencia que corresponde á la naturaleza de dichos medios.

118 Si en los casos que acabamos de considerar su- 77.
ponemos que los rayos incidentes salen del punto T , se ha- 78.
cen paralelos, despues de la refraccion, al rayo perpendicu- 79.
lar TC que pasa por el centro E . Pero si T estuviere en 80.
otra qualquiera parte Q de la recta QC prolongada, si fue-
re menester, los ángulos de incidencia y refraccion crece-
rán ó menguarán. Los rayos refractos que eran paralelos á
 TC se inclinarán por consiguiente á dicha línea, y tendrán
su focus q al otro lado de la superficie refringente, si Q es-
tuviere de ella á mayor distancia que T ; y si estuviere á
me-

- Fig. menor distancia , le tendrán del mismo lado que Q . El punto Q , y su focus q tienen muchas propiedades , de las quales la mas notable es la siguiente. Ya que los ángulos de incidencia y refraccion crecen y menguan á un tiempo (110), los puntos Q y q se mueven siempre de un mismo lado en la linea QE prolongada. Luego *quando están de un mismo lado de la superficie , ó del centro , si el uno se aparta de ella , ó se la arrima , el otro se aparta tambien , ó se la acerca* , y por consiguiente si se la acercan , se arrimarán continuamente mas y mas uno á otro , hasta que por fin coincidan ambos en el centro , ó en la superficie quando el arco AC fuese muy pequeño. Si los puntos Q , q estuvieren en lados distintos respecto de la superficie , quando el uno se acercare , el otro se apartará , y al revés.
81. 119 Las figuras citadas manifiestan como la imagen pqr de un objeto PQR se forma de diferentes manojos de rayos refringidos por una superficie esférica , cuyos eges son PEp , QEq , REr . Las propiedades de estas imágenes son las mismas que las de las imágenes procedentes de la reflexion que padece la luz en una superficie esférica ; y por consiguiente para enterarse de lo que corresponde á las primeras , se ha de acudir á lo dicho (49).
84. 120 Un rayo de luz EF que dá oblicuamente en un pedazo de vidrio , ú otro medio qualquiera terminado por dos planos paralelos AB , CD , sale de él , despues de dos refracciones , la una en F , la otra en G , paralelamente á su primera direccion EF .





Porque como la recta FG que el rayo traza al atravesar el vidrio, está igualmente inclinada á los dos planos paralelos que le terminan, es evidente que ha de ser igualmente quebrantada en F y G ; y como lo es en direcciones contrarias, síguese que sus dos partes EF y GH que representan el camino del rayo antes de entrar, y despues de salir del medio, son paralelas.

121 Las rectas que trazan el rayo incidente EF , y el rayo emergente GH , prolongadas, están tanto mas inmediatas una á otra, quanto mas delgado es el vidrio, y quanto menos oblicuamente le dá el rayo incidente, porque entonces las inflexiones en F y G son menores. Luego si el vidrio en vez de ser plano fuese un poco curvo, las rectas EF , GH serán tambien con corta diferencia paralelas. Porque el rayo $EFGH$ es quebrantado por las superficies curvas AB , CD , como lo sería por dos planos que tocasen dichas superficies en F y G (39). Pero estos planos son paralelos, ó poco falta, pues suponemos FG poco inclinada entre dichas superficies. 85.

122 Suele llamarse *Lente* un vidrio que tiene uno de sus lados EF plano, siendo el otro ACB una porcion de la superficie de una esfera, ó cuyos dos lados ACB , EDF son porciones de dos superficies de unas mismas, ó de distintas esferas. Muchas veces se le llama simplemente *Vidrio*. 86. hasta 91.

El *Eje* de una lente ó de un vidrio es una recta que le atraviesa perpendicularmente en su mayor ó menor grueso.

Fig. so ; pasa por consiguiente por los centros G y H de sus superficies. El *centro* de un vidrio está en medio de la porcion CD del ege comprendida dentro del vidrio. La figura 86 representa un vidrio plano convexo ; la 87 , un vidrio plano cóncavo ; las figuras 88 y 89 representan la una un vidrio convexo , y la otra un vidrio cóncavo por ambos lados ; y las figuras 90 y 91 dos vidrios cóncavos por un lado , y convexos por otro ; el primero se llama *Menisco*. Conviene tener presente que el grueso CD de todos estos vidrios es generalmente tan corto, que pocas veces se le lleva en cuenta.

92. 123 Un vidrio á quien se le dá la figura de un prisma triangular , se llama simplemente *Prisma*. Este vidrio mirado directamente por un extremo tiene la figura de un triángulo ABC .

93. 124 Quando un rayo $EFGH$ se quebranta en los dos lados AB , CB de un prisma , sale mas ó menos inclinado ácia la parte mas gruesa del prisma , segun es mayor ó menor el ángulo refringente ABC ; y como este ángulo es invariable , la *refraccion total del rayo es constante* en qualquiera ángulo que encuentre el prisma , con tal que las refracciones sean pequeñas.

93. Porque si suponemos primero que el rayo FG , considerandole quando atraviesa lo interior del prisma , esté igualmente inclinado á los lados AB , BC del prisma , es patente por la posicion sola de las perpendiculares á dichos lados en los puntos F y G , que las refracciones que alli pade-

ce , le inclinan indispensablemente ácia el lado AC .

Fig.

Si suponemos ahora que FG llegue á tener inclinacio- 94.
nes desiguales respecto de los lados AB , BC , y se ponga,
girando por grados, en la posicion fg , es evidente que mien-
tras su inclinacion respecto del lado AB disminuye , crece
respecto del otro lado BC . Y así , suponiendo que un rayo
siga dicha recta variable fg , y llegue á atravesar los dos
lados del prisma , se quebrantará mas y mas pasando por el
lado BC , siendo así que saliendo por el lado AB , su infle-
xion irá siempre menguando ; por manera que la refraccion
total del rayo , igual á la suma de las refracciones particu- 95.
lares que padece en los lados del prisma , se mantendrá con
poca diferencia una misma en todas sus posiciones. Si la
recta fg prosigue girando , no solamente hasta que el des-
vío que se hace en f sea nulo , sino tambien hasta que se
haga en la otra direccion ácia el ángulo refringente B , en-
tonces hará que menguen los incrementos continuos que ad-
quiere el desvío mayor que se hace en g ; y por consi-
guiente la refraccion total será todavia la misma.

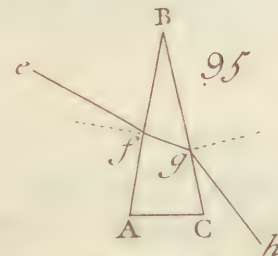
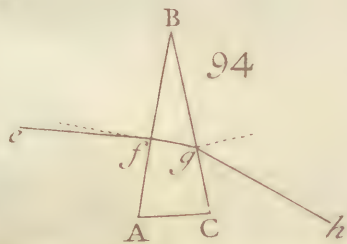
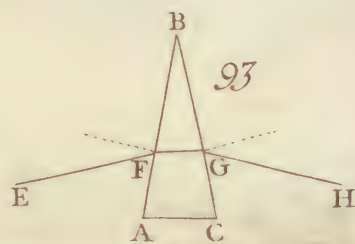
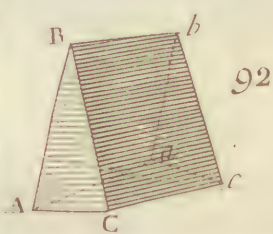
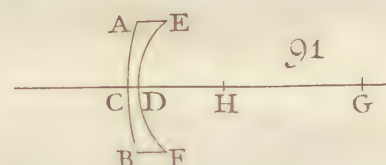
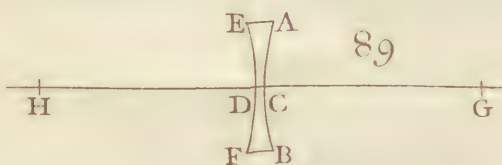
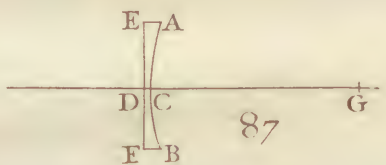
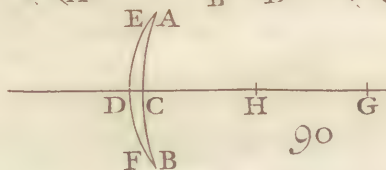
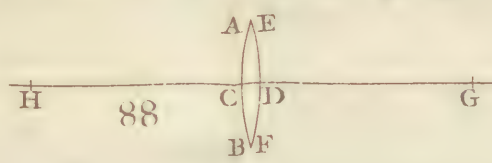
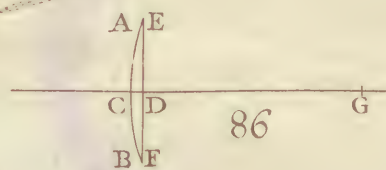
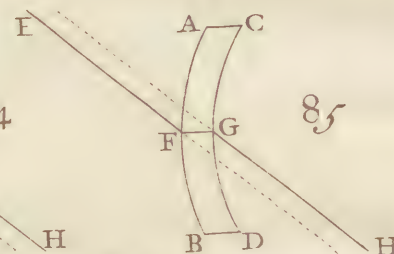
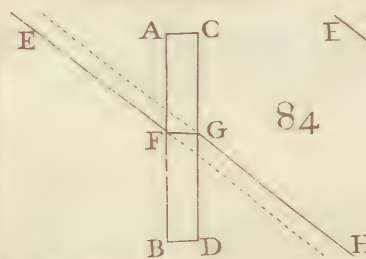
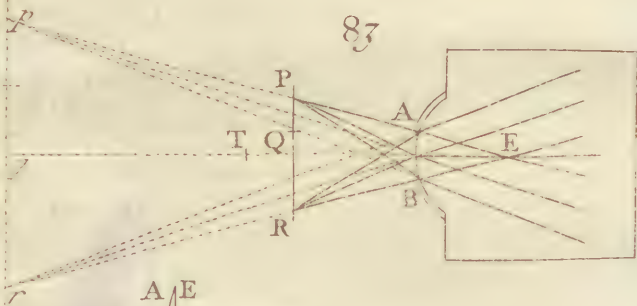
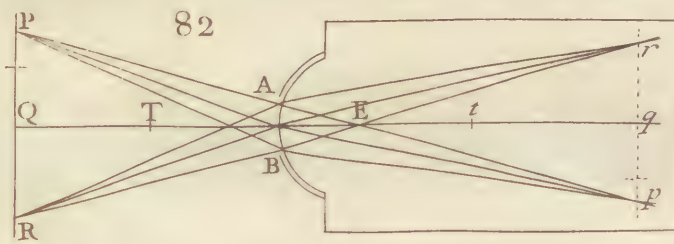
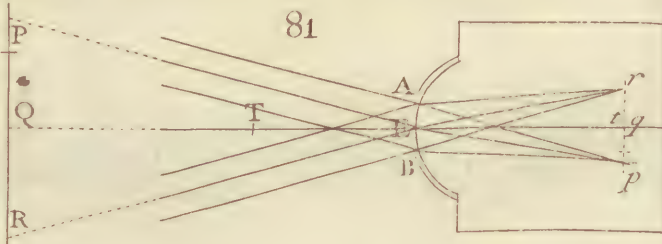
Quando fg es perpendicular á AB , si el segundo lado 94.
 BC se arrima gradualmente al primero AB , girando al re-
dedor de B , la inclinacion del rayo que traza fg sobre el
lado BC , y por lo mismo su rodeo en g , irá siempre men-
guando , y será últimamente nulo , porque se desvanecerá
el ángulo refringente ABC . Finalmente , si muchos rayos
paralelos encuentran el prisma saldrán de él tambien para-
lelos (114). Luego la cantidad del desvío de un rayo

Fig. no pende del mayor ó menor grueso de la parte del prisma que atraviesa , ni de sus inclinaciones respecto de los lados de dicho prisma , y solamente es proporcional á la cantidad del ángulo refringente ABC , tanto mas exactamente , quanto mas agudo fuese dicho ángulo , y menores las refracciones en sus lados.

96. 125 Por la misma razon , quando un rayo $EFGH$ *basta* atraviesa una lente convexa ó cóncava cerca de sus bordes, 103. ó una esfera á alguna distancia de su centro , se desvia en su emersion , de su primer rumbo , *inclinándose ácia el mayor grueso del vidrio* ; porque las refracciones en F y G son las mismas que si el rayo encontrara dos planos FA , GC que tocasen la superficie esférica en F y G (39), y por consiguiente podemos considerar las superficies de los vidrios como que tienen la misma inclinacion que los lados del prisma.

104. 126 Síguese de los dos últimos artículos, que *basta* quanto mas cerca del centro atraviesa un rayo un vidrio , tanto 111. menos se aparta de su direccion al salir ; que si pasa por el centro , su parte incidente y emergente son paralelas , ó no forman sino una misma linea quando el rayo coincide con el ege del vidrio. A medida que el rayo FG se arri- ma al centro del vidrio , el ángulo que forman los planos tangentes FA , GC disminuye , y se desvanece por último, quando llegan á ser paralelos.

127 Quando una espiga de rayos dá en un vidrio, el rayo que pasa por el centro del vidrio se llama el *Ege* de di-





dicha espiga. Y como sus partes incidente y emergente EF , Fig. GH no forman mas que una misma linea, ó dos lineas paralelas (126), podremos considerar este rayo, en todo el trecho que anda, como una linea recta, de la qual no discrepa sensiblemente quando es tan corto el grueso del vidrio, que se puede despreciar, y no le dá la espiga con demasiada oblicuidad. Porque las paralelas EF y GH prolongadas, se arriman mas á medida que la recta FG es mas corta, y que el rayo es menos quebrantado en F y G .

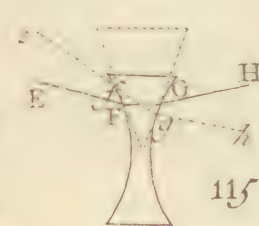
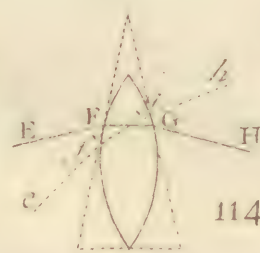
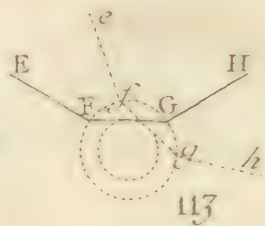
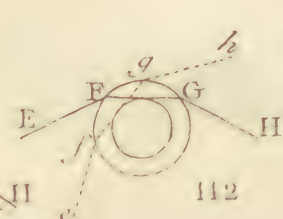
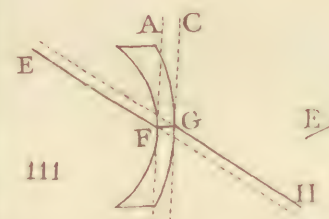
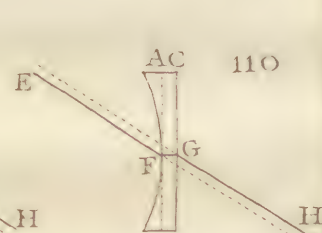
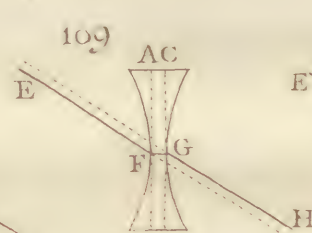
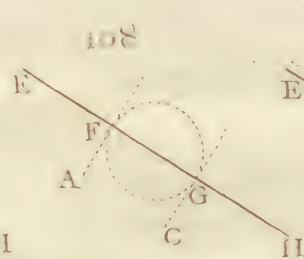
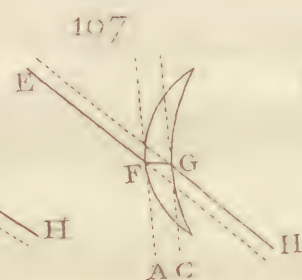
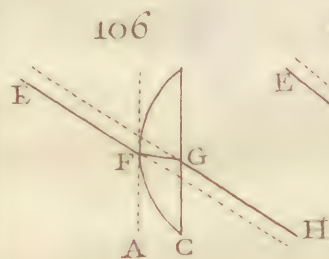
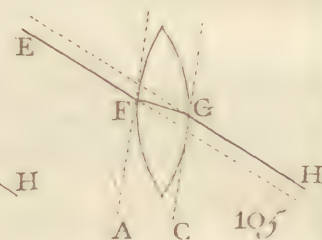
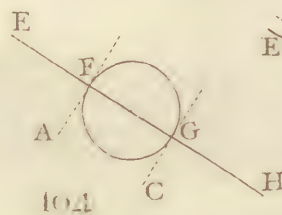
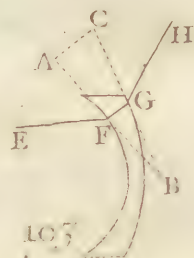
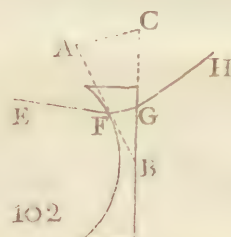
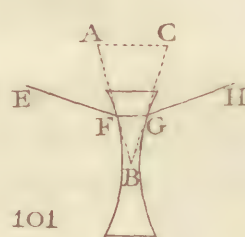
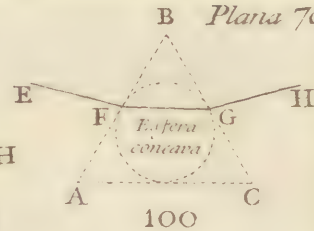
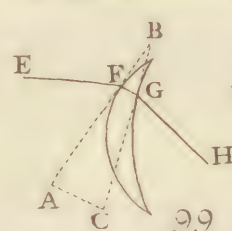
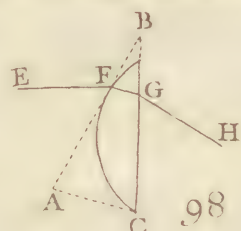
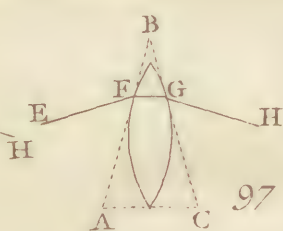
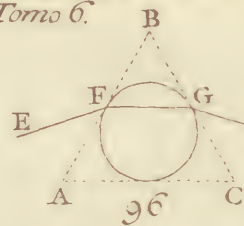
128 *Las refracciones totales de los rayos como EFGH, 112.
efgh que atraviesan una esfera á iguales distancias de su cen- 113.
tro, son iguales.*

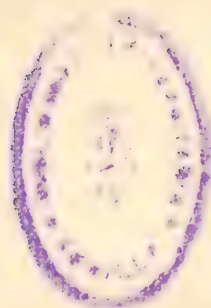
Porque por ser iguales en este caso las cuerdas FG , fg , están igualmente inclinadas a la superficie de la esfera, y por consiguiente las refracciones del rayo $EFGH$ en F y G son iguales, tomándolas juntas y separadamente, con las del rayo $efgh$ en f y g ; así, el ángulo que forman las partes incidente y emergente de un rayo qualquiera, prolongadas hasta que se encuentren, es igual con el ángulo que forman las partes incidente y emergente de otro rayo, tambien prolongadas hasta que se encuentren; y esto es lo que queremos dar á entender quando decimos que su refraccion total es igual.

129 *Hay tambien igualdad entre las refracciones to- 114.
tales de los rayos como EFGH, efgh que se cortan en un 115.
punto dado de una lente, ó que la atraviesan á distancias*

Fig. *iguales de su centro , con tal sin embargo que su incidencia no tenga una oblicuidad sobrado grande.*

Imaginemos en el vidrio una linea FG al principio igualmente inclinada respecto de sus lados , y que despues gire un poco al rededor de uno de sus puntos , hasta llegar á la posicion fg ; es evidente que al paso que se vá inclinando mas al uno de los lados Ff del vidrio , se inclina menos al otro lado Gg ; y que por consiguiente un rayo que siguiese la recta variable fg , atravesará los dos lados de la lente , el desvio que padecerá al salir por el lado Ff irá creciendo mas y mas , siendo así que el que padecerá saliendo por el otro lado Gg , irá menguando ; por manera que la refraccion total del rayo , igual á la suma de sus refracciones particulares , se mantendrá con corta diferencia la misma en todas sus situaciones. Se puede proseguir haciendo que la recta fg dé vueltas al rededor del punto que yá le sirvió de centro de rotacion , no solo hasta hacer que sea nulo el desvio en g , sino tambien hasta que se haga en direccion contraria ; entonces quita los incrementos continuos que adquiere el desvio mayor que parece en f , y mantiene en la refraccion total la misma cantidad. Para que esta refraccion se mantenga la misma , no se necesita mas circunstancia sino la de que los rayos FG , fg atraviesen la lente á distancias del ege las mas iguales que sea posible , pues no puede haber mudanza en la refraccion total sino en quanto la hay en dicha distancia (124), porque solo entonces los planos tangentes que consideramos





mos como que forman el ángulo refringente de un prisma, Fig. mudan de inclinacion.

130 Quando una espiga considerable de rayos paralelos dá directamente, ó con poca oblicuidad, en la superficie de un vidrio mas grueso en medio que en sus bordes, la refraccion dirige siempre los rayos emergentes ácia el que pasa por el centro del vidrio; por el contrario, los desvia del mismo rayo, quando el vidrio es mas grueso ácia sus orillas que en el medio (125); y como á distancias iguales al rededor del centro, los rayos se desvian igualmente en todos estos vidrios, y á medida que dichas distancias son mayores, se desvian mas, los rayos emergentes convergen con poca diferencia ácia un punto F del rayo que pasa por el centro, quando el vidrio es convexo; divergen al contrario de dicho punto ú otro parecido F , quando es cóncavo. 116. *basta* 121.

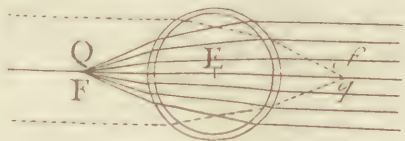
131 Quando unos rayos paralelos ván á dar, siguiéndolo rumbos encontrados en las dos superficies de una lente, las distancias de sus focus al centro de la lente son iguales, ora sean ambas curvas dichas superficies y de esfericidades iguales ó desiguales, ora sea la una de ellas plana, y la otra esférica.

Porque dos rayos qualesquiera que vienen directamente opuestos uno á otro, ó que distan igualmente del ege comun de las espigas cuyos son, encuentran el vidrio á distancias iguales de su centro, donde se rompen igualmente, y ván por consiguiente á encontrar el ege á distancias iguales

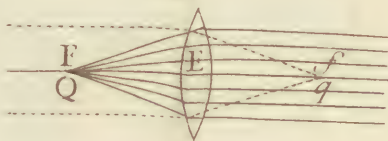
Fig. les EF , Ef del centro del mismo vidrio. Quando unos rayos encuentran un vidrio paralelamente á su ege, sus focus F y f se llaman *Focus principales*, ó solamente *Focus* de dicho vidrio, y el intervalo EF ó Ef se llama *su Distancia focal*.

- Y 16. 132 Es evidente que los rayos que, saliendo del focus F , ván á dar en el vidrio convexo, ó plano convexo
 133. cuyo es, ó que encuentran un vidrio cóncavo con direcciones dirigidas á su focus F , salen paralelos al ege de la espiga FE . Luego si suponemos que el punto F de donde vienen actualmente los rayos incidentes, ó ácia el qual se dirigen, se aparte del vidrio, y pase, por exemplo, á Q , los rayos, despues de su emersion, emergencia ó salida, tendrán su focus q del otro lado del vidrio, sea que concurren con efecto en dicho punto, ó que solo concurren sus prolongaciones; pero si Q estuviere mas cerca del vidrio que F , el focus q real ó virtual de los rayos emergentes, estará del mismo lado que Q ; porque en todas estas direcciones diferentes que les damos succesivamente á los rayos incidentes, son siempre igualmente quebrantados, con tal que no varien sus distancias respectivas al centro del vidrio (128 y 129). Por consiguiente, si el uno de los dos puntos Q , q se mueve en el ege de la espiga, el otro irá del mismo lado. Si el vidrio estuviere entre el punto Q y su focus q , á medida que el uno se le acercare, el otro se apartará; si están de un mismo lado del vidrio, ambos se arriman ó apartan, y se arriman tanto mas uno á otro, quanto mas se le acercan, hasta que
 coin-

116

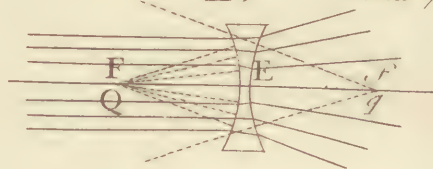


117

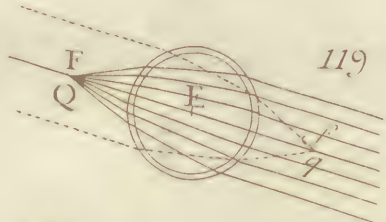


118

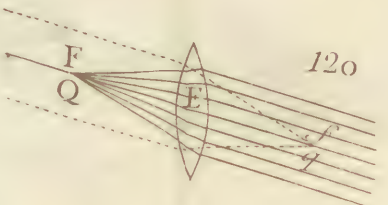
Plana 72



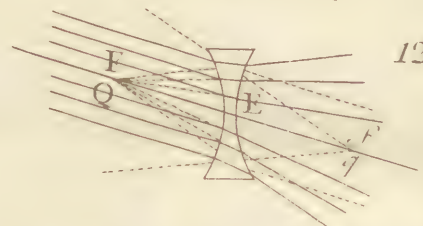
119



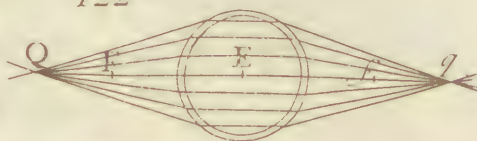
120



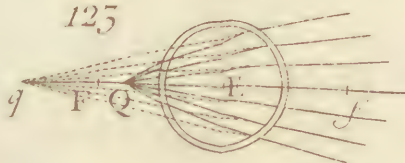
121



122



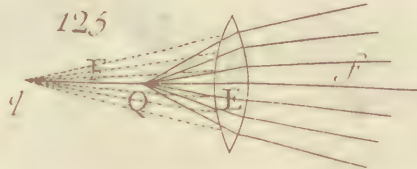
125



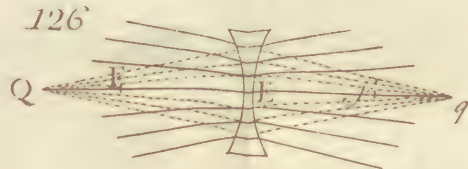
124



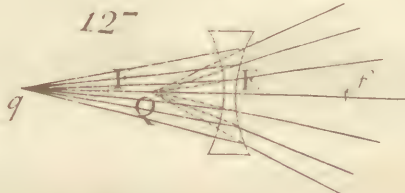
125



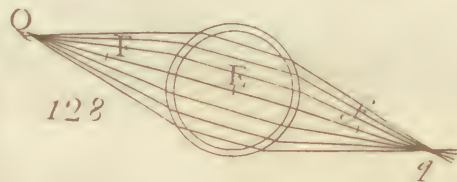
126



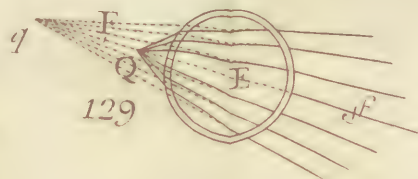
127



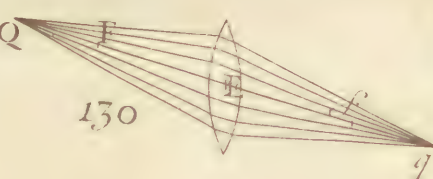
128



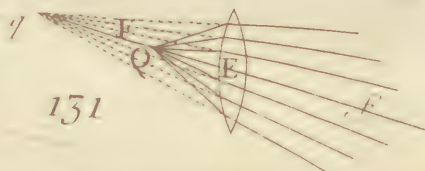
129



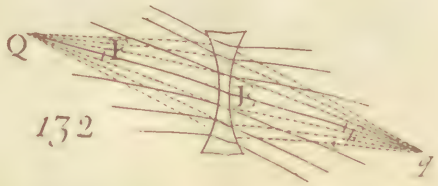
130



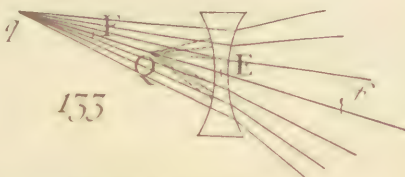
131

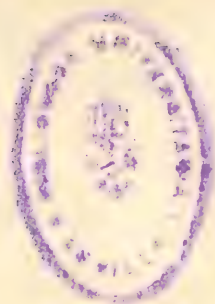


132



133





coincidiendo finalmente el uno con la superficie del vidrio, Fig. el otro coincide con ella tambien, ó muy poco falta, suponiendo sin embargo que el vidrio sea muy delgado, y que los rayos le den muy cerca del ege. Por no concurrir la primera de estas dos condiciones, dichos puntos no pueden dar en la superficie de una esfera, por estar muy apartados uno de otro los puntos de incidencia y emergencia.

133 Como cada uno de los puntos Q, q se puede tomar por el punto que despidе los rayos, y el otro por su focus real ó virtual, suelen llamarse ambos *Focus correspondientes*.

134 Las propiedades de las superficies y vidrios cóncavos son las mismas que las de los convexos, como es facil comprobarlo con imaginar que los rayos siguen direcciones opuestas en las mismas líneas prolongadas, y con mudar, segun los casos, su convergencia en divergencia, ó su divergencia en convergencia, conforme lo pintan las figuras.

135 Si diferentes puntos Q, R que envian rayos á 134 la superficie de un vidrio, ó ácia lo qual se encaminan rayos hasta que van á dar en dicha superficie, están á distancias iguales 141. qualesquiera de su centro, los rayos emergentes tambien tendrán sus focus q y r á distancias iguales del mismo centro, en las rectas EQ, ER prolongadas, con tal que los rayos no den con demasiada oblicuidad en el vidrio.

Tomemos en el vidrio un punto qualquiera A , poco distante del ege Qq que traza el rayo que vá desde el pun-

Fig. to Q á su focus q , y tírese la recta AE ; si imaginámos que la figura $QAEq$ gire un poco al rededor del centro E , y llegue á la situacion $RBEr$, los extremos de las rectas EQ , EA , Eq trazarán arcos pequeños QR , AB , qr , cuyo centro comun estará en E ; si saliendo entonces de R otro rayo, ó dirigiéndose ácia R , pasa por B , en virtud de la refraccion que padecerá al entrar en el vidrio, saldrá dirigido al punto r , sea que concorra en dicho punto con el ege de la espiga que corresponde á R , ó que solo concorra allí mismo su prolongacion; porque dos rayos QAq , RBr , que atraviesan el vidrio á distancias iguales AE , BE de su centro, padecen igual desvio (128 y 129). Es evidente que los demás rayos que vienen de R , ó se encaminan ácia R , tendrán tambien su focus real ó virtual en el mismo punto r , por estar dicho punto en el ege de la espiga (130).

136. Luego las espigas de rayos paralelos, que no dan muy oblicuamente en el mismo lado ó en los lados opuestos de un vidrio, sea el que fuere, siempre tienen sus focus á distancias iguales de su centro. Porque lo dicho poco
138. ha (135) se aplica tambien al caso en que las distan-
139. cias Eq , Er llegan á ser infinitas, que es el caso de los rayos paralelos.

142. 137. Luego si en el supuesto de ser dado el punto hasta radiante Q , queremos determinar el focus ó punto de re-
145. union q de los rayos emergentes, ó de sus prolongaciones; despues de tirado el ege QE del manojo, trazaremos desde el centro E , y con el radio EF igual á la distancia focal

cal del vidrio hallada prácticamente , como enseñaremos Fig.
 mas adelante , el arco FG que encuentra en algun punto G
 uno de los rayos incidentes QA ; tirando despues EG , y su
 paralela Aq , el punto Q donde dicha paralela cortare el ege
 del manajo , será el focus que se busca.

Porque si suponemos que además del rayo GA haya
 otros que salgan del punto G , ó se encaminen á él , todos
 ellos saldrán paralelamente á su ege GE prolongado (136).

138 Tambien se puede considerar la refraccion de 146.
 un manajo de rayos que atraviesan unos vidrios de qual- hasta
 quiera figura , y descubrir su punto de concurso, del modo 151.
 siguiente. La refraccion en la primera superficie AB les dá
 á los rayos nuevas direcciones , en virtud de las cuales con-
 curririan , ellos ó sus prolongaciones , en un punto T , si no
 padeciesen refraccion ninguna en la segunda superficie. Si
 consideramos este punto como que envia rayos á dicha su-
 perficie , es evidente que la refraccion que en ella padecen,
 los encamina todos á un punto F , que es cabalmente el fo- 150.
 cus que se busca. Por egemplo , sea Q el punto que envia
 rayos á un prisma , y sea QC perpendicular á su primer
 lado AB . Si prolongamos QC la cantidad QT igual á su
 mitad , será T el focus de los rayos QA , QB &c. despues
 de su refraccion en la superficie AB (115); y como
 los rayos incidentes en los puntos a y b , de la segunda
 superficie ab , se pueden considerar como procedentes de
 dicho punto , si de Tc perpendicular á ab se quita una parte
 Tq , que sea su tercio , los rayos emergentes prolongados
 con-

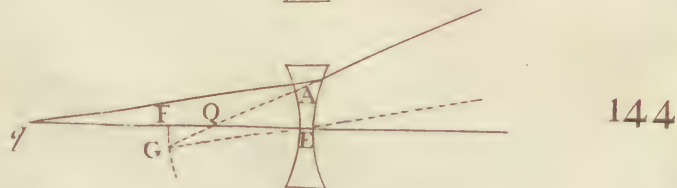
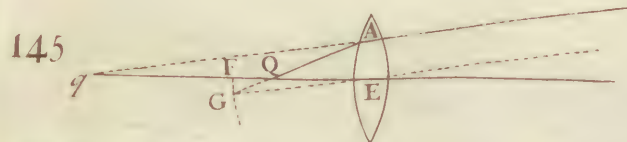
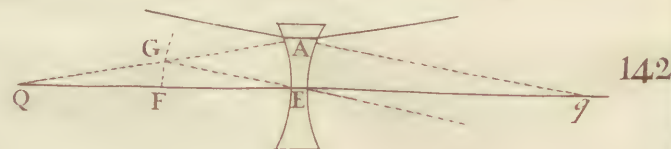
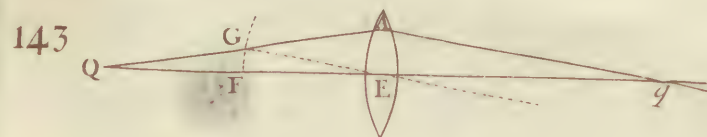
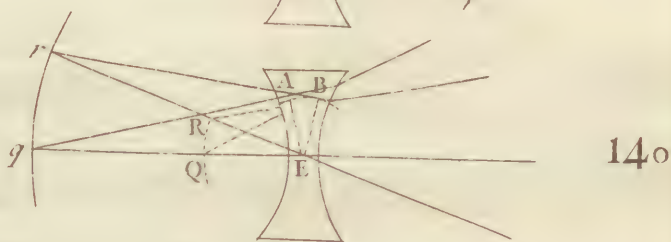
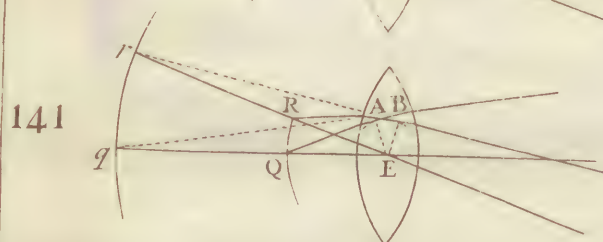
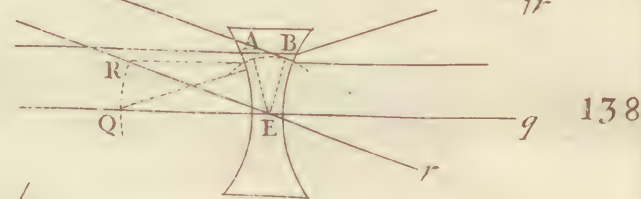
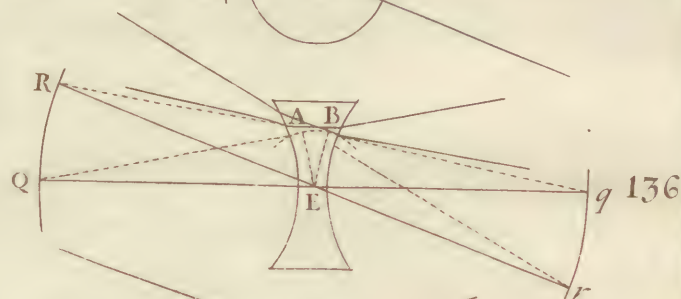
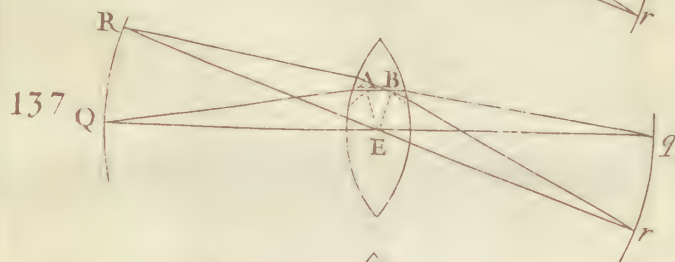
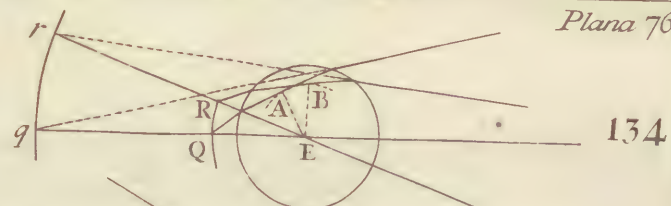
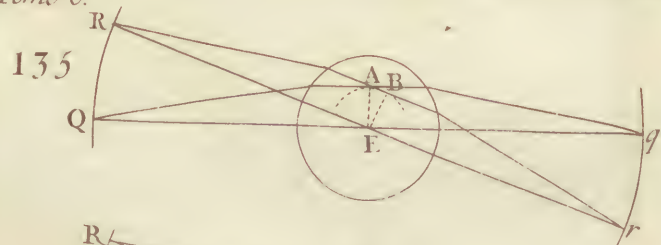
Fig. concurrirán en el punto q , que por consiguiente será su focus (115).

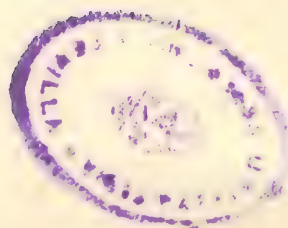
Luego si el ángulo refringente de un prisma tiene poca abertura, y los rayos son poco refringidos, el punto de donde salen los rayos incidentes, y el focus de los rayos emergentes están siempre á distancias con corta diferencia iguales del prisma. Porque en este caso son iguales, con muy corta diferencia, las perpendiculares TC , Tc ; y en el vidrio, QC y Qc son respectivamente sus dos tercios.

1151. Luego quando los planos AB y ab son paralelos, TC y Tc coinciden; y Qq es el tercio de Cc que es el grueso del vidrio.

139 Una imagen pqr formada por un vidrio terminado por planos AB , ab paralelos, es derecha, paralela é
152. igual al objeto PQR ; está al mismo lado del vidrio que el objeto, y un tercio del grueso de dicho vidrio mas cerca de él; porque dejamos dicho que los focus p , q , r de cada uno de los manojos que salen de los puntos P , Q , R , están mas cerca de él dicha cantidad, y que dichos focus están en las rectas PA , QC , RB tiradas desde cada punto del objeto perpendicularmente al vidrio.

154. 140 La imagen que forma un prisma, siempre es derecha, é igual al objeto; y el uno y la otra están siempre del mismo lado y á distancias iguales de dicho prisma, con tal sin embargo que los rayos sean poco refringidos, y que el ángulo del prisma sea de poca abertura. Supongamos que dos rayos PE , QE , procedentes de las estremidades





des del objeto , pasen por un punto E tan inmediato al vértice del ángulo refringente , que se puedan considerar como nulas las distancias de sus puntos de incidencia , y de emergencia. Una vez que los desvios totales de los rayos PEN , QEO son iguales (124), se cortarán dichos rayos formando el ángulo PEQ igual al ángulo NEO , ó al ángulo pEq que forman los rayos emergentes prolongados del lado del objeto ; y por razon de ser la distancia Ep del focus p del manojo perteneciente al punto P , igual á EP (45), la distancia Eq del focus q tambien será igual á EQ , y por consiguiente la imagen PQ es derecha, igual con el objeto , y está del mismo lado del prisma , y á la misma distancia que el objeto.

Lo mismo hubiéramos podido probar imaginando que los dos rayos PA , QB procedentes de los extremos del objeto , sean paralelos , ó que se encuentren en un punto cualquiera E ; porque los rayos emergentes prolongados serán paralelos en el primer caso (114); y en el segundo se cortarán en un punto e , del mismo lado del prisma , á la misma distancia que el punto E (138), y formarán ángulos iguales en E y e , como quando atraviesan el prisma cerca del vértice del ángulo refringente.

141 En las figuras que se citan se vé como se forma la imagen de un objeto por diferentes manojos refringidos al atravesar un vidrio de qualquiera figura. Como los eges PEp , QEq , REr de dichos manojos pasan sin romperse por el centro del vidrio , las propiedades de dichas

Imá-

Fig.

155.

156.

157.

158.

basta

166.

Fig. imágenes son las mismas que las de las imágenes formadas por superficies reflectentes ó refringentes , simples , de que hemos hablado (49) ; á excepcion de que la imagen de un objeto que toca una esfera , no coincide con el objeto en la superficie de dicha esfera , y se queda á alguna distancia por la razon que dimos (132). La teórica nos enseña que la imagen de un arco de círculo es con poca diferencia circular (135), y que quando se trata de un objeto chico colocado á una distancia considerable del vidrio , cuya imagen debe ser por consiguiente muy pequeña , su figura , y la de su imagen no discrepan sensiblemente , ora se consideren ambas como arcos de círculo , ó como líneas rectas. Particularmente si atendemos á que los rayos de un manojó no concurren exactamente en un punto único del ege , y le encuentran en diferentes puntos que componen una parte sensible del mismo ege , segun se echará de ver por los experimentos que propondremos en adelante.

142 Ya se vé que quando unos rayos caen sobre la superficie tosca y desigual de algun cuerpo opaco ó transparente , no son reflectidos , ni refringidos con la regularidad que lo serian por superficies perfectamente iguales y bruñidas , y que se esparriaman por diferentes partes , sin conservar orden alguno , ni seguir direccion determinada.

Fig.

Determinacion del focus de los rayos que dán casi perpendicularmente en una superficie refringente.

143 Una vez que los lados de los triángulos son proporcionales á los senos de los ángulos opuestos (I. 671), y los senos de arcos ó ángulos pequeños no se distinguen de sus mismos arcos (III. 310) ó ángulos , han de ser estos ángulos como sus senos. Por consiguiente los ángulos pequeños BAC , BCE subtenenos por la misma perpendicular BE , son recíprocamente como sus lados BA , BC , ó EA , EC . Porque el ángulo BAC es al ángulo BCE , quando son muy pequeños , como el seno de BAC es al seno de BCE , ó como BC es á BA , ó como EC es á EA . 1671

144 Supongamos que sea ACB un plano refringente, 168. Q el punto de donde salen los rayos incidentes , ó ácia el hasta qual se encaminan , y QC perpendicular al mismo plano ; si 171. del mismo lado de dicho plano donde está QC , determinamos en la espresada perpendicular un punto q , tal que qC sea á QC , como el seno de incidencia al de refraccion , será q el focus de los rayos refractos.

Si QA y Aq , prolongadas como pintan las figuras, representan la una un rayo incidente , la otra un rayo refracto , que vá á dar en algun punto q de QC ; el ángulo AQC será igual al ángulo de incidencia , y AqC al ángulo de refraccion. Por consiguiente el seno de incidencia será al seno de refraccion como Aq á AQ (143), y por lo mismo como Cq á CQ , quando QA es con muy cor-

ta

Fig. ta diferencia perpendicular al plano AB .

172. 145 Si fuese ACB una superficie esférica refringente hasta cuyo centro es E , y fueren los rayos incidentes como DA paralelos á un radio qualquiera CE ; tómese en este radio prolongado del lado adonde se encamina el rayo, ó en direccion contraria, segun fuere el medio denso, convexo ó cóncavo, la CT que sea á CE como el seno de incidencia es á la diferencia que vá de este seno al seno de refraccion, será T el focus de los rayos refractos.

Sea AT el rayo refracto ó su prolongacion, que encuentre en algun punto T el radio CE prolongado: por ser el radio EA perpendicular en A á la superficie refringente, el ángulo de incidencia será igual al ángulo AEC , y el ángulo EAT será el ángulo de refraccion ó su suplemento. Por consiguiente, el seno de incidencia es al seno de refraccion, como AT es á TE (143); y por lo mismo como CT es á TE , quando el punto de incidencia A está infinitamente cerca de C , y son por consiguiente los rayos incidentes casi perpendiculares á la superficie. Luego el seno de incidencia es á la diferencia que vá del mismo seno al seno de refraccion, como CT es á CE .

146 Luego 1.º CT es á TE como el seno de incidencia es al seno de refraccion.

147 2.º Si los rayos incidentes salieren de T , ó se encaminaren á T , los rayos refractos serán paralelos á TE .

148 Si unos rayos paralelos dán en una esfera de una den-

densidad mayor ó menor que la del medio ambiente , sea su *Fig.*
focus despues de su primera refraccion entrando en la esfera, 176.
 en *T* , en el diámetro *CD* prolongado y paralelo á los rayos 177.
 incidentes como *QA* ; su *focus* al salir de la esfera , despues
 de haber padecido otra refraccion , estará en medio *F* de la
 recta *TD*.

Supongamos que los rayos incidente y emergente *QA*,
FG prolongados , se encuentran en *H* , y tírese la cuerda
AG que representa el camino del rayo en lo interior de
 la esfera ; una vez que las refracciones en *A* y *G* son igua-
 les , y *AH* y *FT* son paralelas , los triángulos *AHG*,
GFT son semejantes é isósceles. Luego si el punto *A* se
 acerca á *C* , y llega á confundirse con él , el punto *G* cae-
 rá en *D* , y el triángulo *GFT* desaparecerá ; por consi-
 guiente *GF* llegará á ser igual á la mitad de *GT* ; ó lo que
 es lo mismo , *DF* será igual á la mitad de *DT*.

149 En toda lente convexa ó cóncava hay siempre 178.
 un punto *E* , tal que si por él pasare cada rayo , seguirá al hasta
 salir de la lente un camino aq paralelo al camino *QA* de su 181,
 incidencia. En una lente plano convexa ó plano cóncava , di-
 cho punto está en el vértice de la superficie curva , y en los
 meniscos está á la parte de afuera , del lado de la mayor
 curvatura.

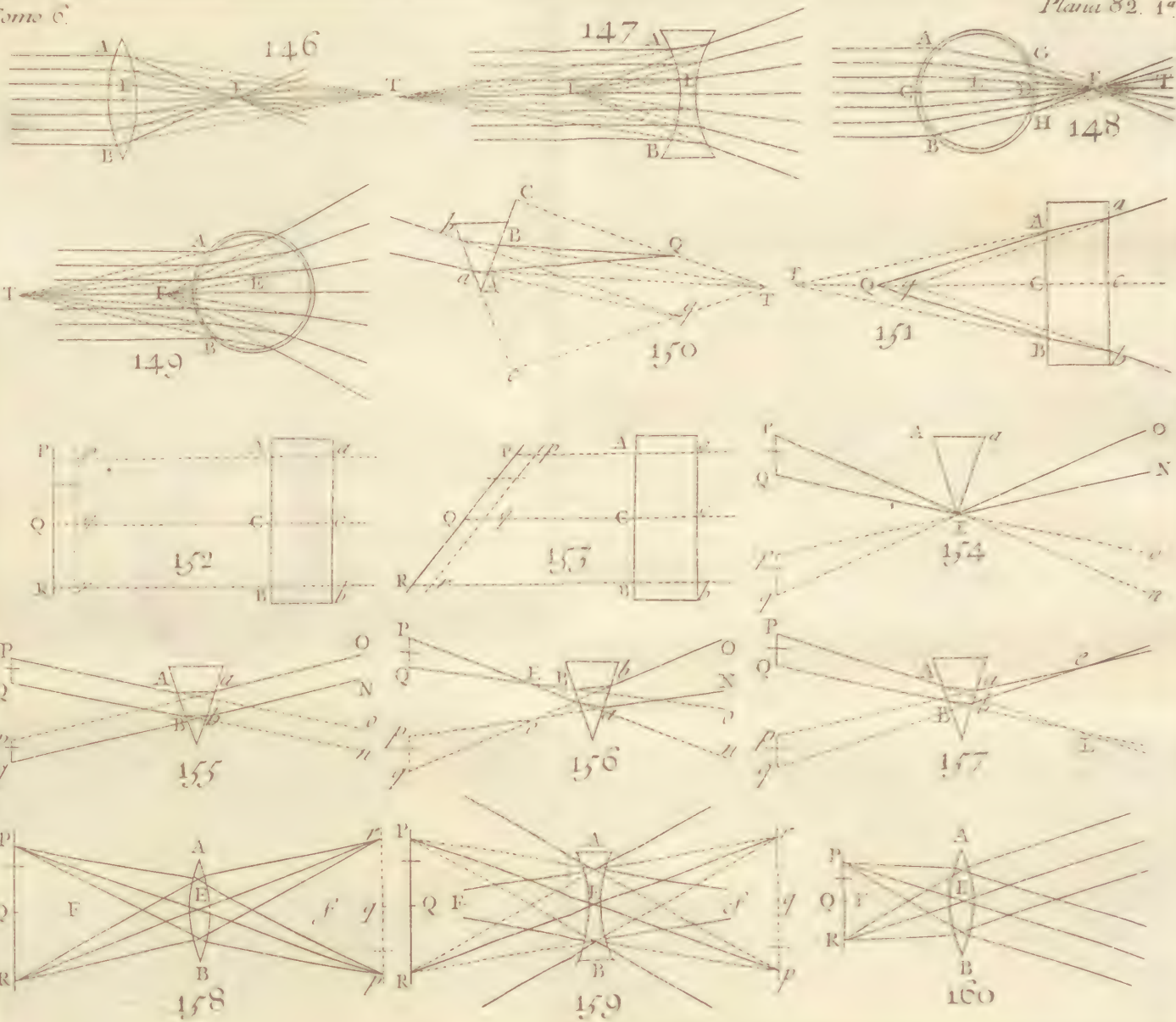
Sea *REr* el ege de la lente que junta los centros *R* ,
 de sus superficies *A* , *a* . Tírense dos qualesquiera de sus ra-
 dios *RA* , *ra* paralelos entre sí que junten los puntos *A* , *a* ;
 la recta *Aa* cortará el ege en el punto *E* que hemos dicho.

Fig. Porque yá que los triángulos REA , rEa son semejantes, RE y Er están en la razón dada de los radios RA , ra , y por consiguiente el punto E es invariable en cada lente.

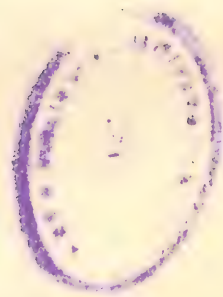
Supongamos ahora que sea Aa el camino de un rayo en lo interior de una lente; como está entonces igualmente inclinado respecto de las perpendiculares á las superficies, las refracciones que padece al salir son iguales, y sus partes emergentes AQ , aq son por consiguiente paralelas. Luego si un rayo dá en una lente siguiendo una direccion QA , tal que despues de refringido al entrar, pase por el punto E , saldrá en una direccion aq paralela á la de su incidencia. Si la una de las superficies de la lente fuese plana, y la otra convexa ó cóncava, el uno de los radios RA , ra será infinito, y por consiguiente paralelo al ege de la lente, y el otro radio se confundirá con el ege, por manera que A , ó a coincidirá con E .

150 Síguese de aquí que quando una espiga de rayos dá casi perpendicularmente en una lente que tiene poco grueso, el rumbo que sigue el rayo que entra por el punto E , se puede tomar sin error sustancial, por una linea recta que pasa por el centro de la lente; porque de la longitud de Aa , y la cantidad de las refracciones que se hacen en sus extremos, se evidencia que la distancia perpendicular entre AQ , aq prolongadas, menguará con el grueso de la lente y la oblicuidad del rayo.

151 Cuestion I. Busquemos ahora el focus de los ra-







ynos paralelos que dán , con muy corta diferencia , perpendicularmente en una lente dada. Fig.

Sea E el centro de la lente , R y r los centros de sus superficies , Rr su eje , gEG una paralela á los rayos que dan en la superficie B , cuyo centro está en R . Tírese el radio BR paralelo á gE , en cuya prolongacion sea V el focus de los rayos despues de su primera refraccion al atravesar la superficie B ; tirando despues la Vr , que corta gE prolongada en G , será G el focus de los rayos despues que hubieren salido de la lente.

Porque si miramos V como un punto de donde salen rayos que van á dar en la segunda superficie A , estos rayos han de tener su focus , despues de haber atravesado dicha superficie , en algun punto del rayo que atraviesa la misma superficie en linea recta , esto es , en la linea Vr tirada por su centro r . Pero como este focus es con evidencia el mismo que el focus que buscamos de los rayos que dán en la superficie B , despues de haber atravesado la lente , ha de estar tambien en algun punto de aquel de dichos rayos , que miramos como que no se desvía , y cuyo camino entero se puede tomar por consiguiente por una linea recta gEG . Luego la interseccion G de las dos rectas gEG y Vr es el focus que se busca. De esta resolucion resulta

152 1.º Que si los rayos incidentes fuesen paralelos al eje Rr , la distancia focal EF será igual con EG .

Porque si los rayos incidentes paralelos á gE se inclinan mas y mas al eje hasta ser paralelos con él , su pri-

Fig. mero y segundo focus V y G trazarán arcos VT y GF que tendrán sus centros en R y E ; porque como está RV con RB en la razón dada del menor de los senos de incidencia y de refracción á su diferencia (145), es invariable; por consiguiente GE es también invariable, por estar con RV , que también lo es, en la razón dada de rE á rR , por ser semejantes los triángulos EGr , RVr .

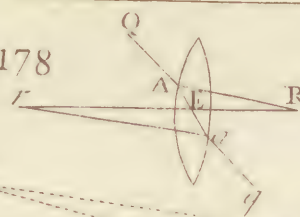
153 2.º De la última proporción sacamos la regla siguiente para determinar la distancia focal de una lente delgada.

El intervalo Rr de los centros de las superficies, es al radio rE de la segunda superficie, como la prolongación RV ó RT del radio de la primera superficie hasta el focus de los rayos refringidos por dicha superficie, es á la distancia focal GE ó FE de la lente, la qual ha de estar del mismo lado que los rayos emergentes, ó del lado opuesto, según fuere la lente mas ó menos gruesa en su medio que en sus bordes.

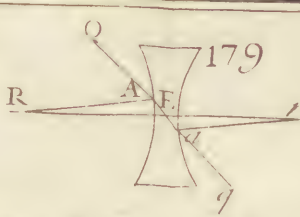
154 3.º Por consiguiente quando unos rayos paralelos dñan en los dos lados de una lente, las distancias focales EF , Ef son iguales.

Porque si es rt la prolongación del radio Er , hasta el primer focus t de los rayos que caen paralelos en la superficie A ; la misma regla que dá rR es á rE como RT es á EF , dá también rR es á RE como rt es á Ef . Pero el rectángulo de rE y RT es igual al rectángulo de RE y rt , porque rE tiene con rt , y RE con RT la misma razón da-

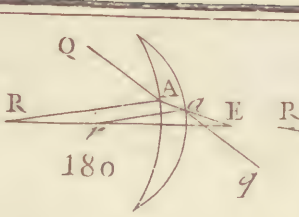
178



179



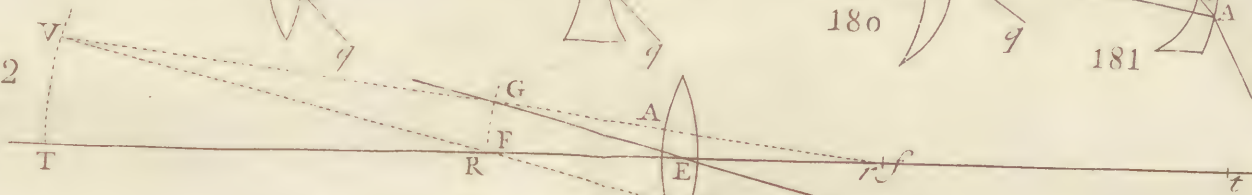
180



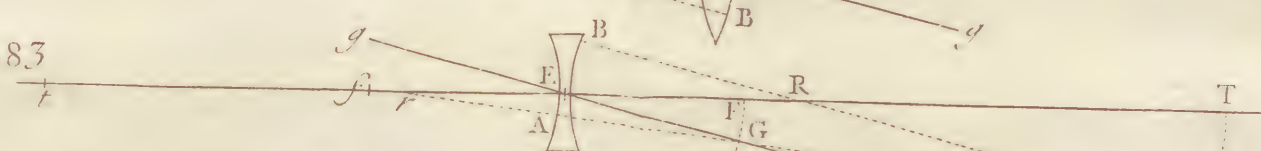
181



182



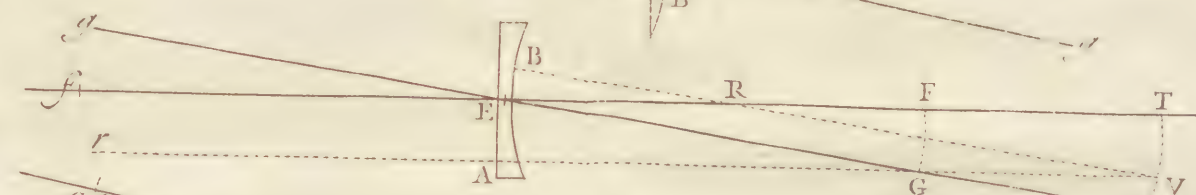
183



184



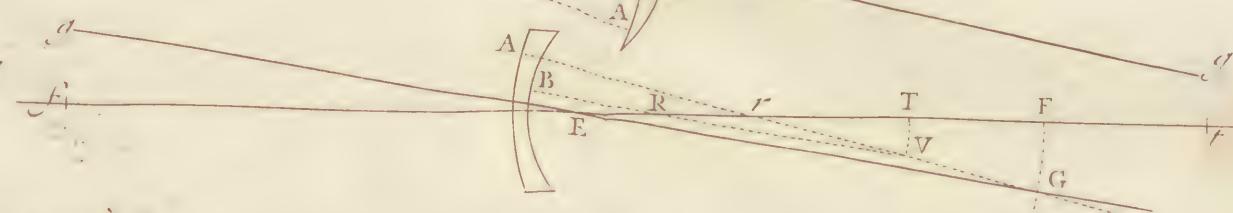
185

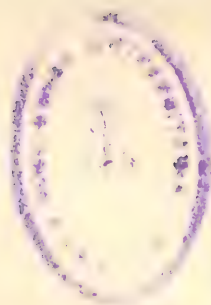


186



187





dada (145); luego Ef y FE son iguales.

Fig.

155 4.º En una lente de vidrio convexa ó cóncava por ambos lados , la suma de los radios de las superficies , ó su diferencia en un menisco , es al uno de ellos , como el duplo del otro es á la distancia focal.

Porque las prolongaciones RT , rt de los radios son duplas de los mismos radios , pues en el vidrio $ET : TR$ y $Et : tr :: 3 : 2$ (109 y 146).

156 5.º Por consiguiente si los radios de las superficies del vidrio fuesen iguales , la distancia focal de dicho vidrio será igual al uno de dichos radios; será tambien igual á la distancia focal de un vidrio plano convexo ó plano cóncavo , cuyo radio fuese otro tanto menor.

Porque considerando el lado plano del espresado vidrio como que tiene un radio infinito , la primera razon de la última proporcion se puede tomar por una razon de igualdad.

157. Cuestión II. Dado el punto de donde salen ó al qual se encaminan rayos que dán en una simple superficie, en una esfera ó en una lente , hallar el focus de los rayos emergentes.

Sea Q el punto de donde salen ó al qual se encaminan los rayos que ván á dar en una superficie esférica, en una lente , ó en una esfera cuyo centro es E ; y sean otros rayos que vienen paralelos á la linea QEq en direccion opuesta á la de los rayos dados , cuyo focus sea F ; si tomamos $Ef = EF$, en la lente ó esfera , y tomamos $Ef =$

Tom.VI.

F 3.

CE

188.

basta

193.

Fig. *CE* en una simple superficie , haremos $QF:FE::Ef:fq$; y colocando fq respecto de f en direccion contraria á la de FQ respecto de F , el punto q será, sin error substancial, el focus de los rayos refractos , con tal que el punto Q no esté tan apartado del ege , ni las superficies sean tan anchas que alguno de los rayos la hiera con sobrada oblicuidad.

Para probarlo, desde el punto E como centro, y con los radios EF y Ef trácense los dos arcos FG , fg que corten un rayo qualquiera $QAaq$ en G y g , y tírense las EG y Eg : si hecho esto suponemos que G sea un punto del qual salen rayos como GA , los rayos emergentes como agq serán paralelos á GE (147, 152 y 154); y tomando tambien g por un punto radiante que arroja rayos ga , los rayos emergentes como AGQ serán paralelos á gE . Por lo qual, los triángulos QGE , Egq serán semejantes, y por consiguiente $QG:GE::Eg:gq$, cuya proporcion se transforma, quando el rayo $QAaq$ está muy inmediato á QEq , en $QF:FE::Ef:fq$ (III. 305). Ahora bien, quando Q se acerca á F , y llega á confundirse con él, los rayos emergentes son paralelos, quiero decir que q se aparta á una distancia infinita; y por consiguiente quando Q pasa al otro lado de F , el focus q pasa al otro lado de f , á una distancia al principio infinita, que despues vá menguando al paso que Q se aparta de F .

158 Por consiguiente 1.º quando los rayos no han de atravesar mas que una simple superficie AC , el focus q se

se puede tambien hallar por esta proporcion $QF : FC :: Cf : Fig. fq$, porque FC y Ef son iguales, del mismo modo que FE y Cf (146).

159 2.º Tambien se puede hallar por medio de esta otra proporcion $QF : QE :: QC : Qq$, y colocando Qq de manera que estas quatro lineas esten todas de un mismo lado respecto del punto Q , ó dos de cada lado; porque los triángulos QGE , QAq son semejantes, y dan $QG : QE :: QA : Qq$.

160 3.º En una esfera ó lente se puede hallar el focus per medio de esta proporcion $QF : QE :: QE : Qq$; y colocando Qq del mismo lado de Q que QF .

Porque si prolongamos el rayo incidente QA , y el rayo emergente qa hasta que se encuentren en e ; los triángulos QGE , Qeq serán semejantes, y darán $QG : QE :: Qe : Qq$; pero si los ángulos de estos triángulos llegaren á ser nulos, el punto e coincidirá con E , porque en la esfera el triángulo Aea es isósceles, y por consiguiente Ae y ae llegan á ser radios de la esfera. En una lente el grueso Aa es muy pequeño.

161 4.º En todos los casos la distancia fq varía recíprocamente como FQ ; porque el producto de EF por Ef , que son los medios de las proporciones precedentes, es constante, y siempre están dispuestas al revés respecto de f y F .

162 5.º Si se ponen diferentes lentes convexas que tienen una misma distancia focal, delante y á la misma

Fig. distancia de un punto radiante, los rayos que arroja dicho punto tendrán su focus á la misma distancia de las lentes, por manera que si se colocasen succesivamente en el mismo sitio, el focus estaría siempre en un mismo punto. Porque las proporciones precedentes solo penden de la distancia focal de la lente, y en ningun modo de la razon que hay entre los radios de dichas superficies.

163 6.º La proporcion por cuyo medio se determina el focus de una esfera de una densidad uniforme, sirve tambien para determinar el focus de una espiga de rayos refringidos por un número de superficies concéntricas, que separan medios uniformes de diferentes densidades.

Porque si unos rayos caen paralelos á una linea qualquiera tirada por el centro comun de dichos medios, y son quebrantados por todos ellos, la distancia de su focus á dicho centro es invariable, del mismo modo que en una esfera de una densidad uniforme.

164 7.º Quando los puntos Q y q están del mismo lado de las superficies refringentes, si los rayos incidentes vinieren de Q , los rayos refractos irán del lado opuesto á q , y divergirán respecto de este último punto; y si Q fuere solamente el punto de concurso de los rayos incidentes, los rayos refractos irán ácia q ; lo contrario sucede quando los puntos Q y q están en distintos lados de las superficies refringentes.

Fig.

*Determinacion del lugar y situacion de las imágenes
formadas por rayos refractos.*

165 *Las imágenes que forman rayos refringidos por superficies planas, son parecidas á los obgetos; y están siempre derechas ó en una situacion parecida á la del obgeto, y del mismo lado respecto de los planos refringentes.*

Sea PQR un obgeto que envía rayos á un plano refringente ACB , tírensele á este plano las perpendiculares PA , QC , RB &c. en las cuales se tomarán Ap , Cq , Br que tengan con AP , CQ y BR la misma razon que el seno de incidencia con el de refraccion (144). Los puntos p , q , r formarán una imagen parecida al obgeto, y en una situacion semejante, estando las partes pq , qr en la misma razon que PQ , QR ; en esto no hay duda quando el obgeto es paralelo al plano refringente; y quando fuere inclinado, se ve de ver que el obgeto y la imagen, prolongándolas, encontrarán el plano en el mismo punto D ; y por consiguiente como AP , CQ , BR son paralelas, tenemos $pq : qr :: PQ : QR$. Asimismo, si los rayos cuyos focus están en p , q , r fueren refringidos otra vez por otro plano paralelo ó inclinado al primero AB , sus segundos focus formarán otra imagen parecida á la primera, y por lo mismo parecida al obgeto; y así prosiguiendo.

166 *Si consideramos un arco de círculo PQR trazado desde el centro E de una superficie esférica, de una esfera ó de una lente, como un obgeto, su imagen pqr será un arco*

194.

195.

196.

hasta

192.

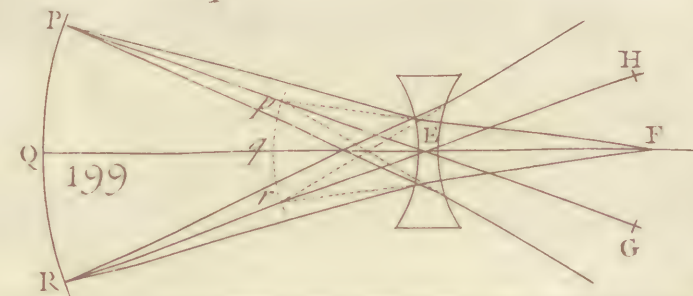
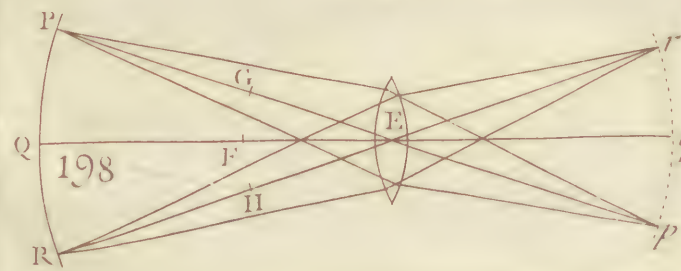
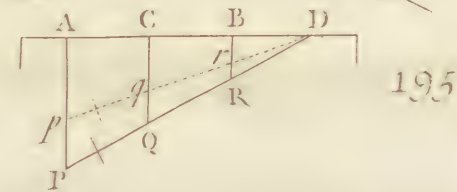
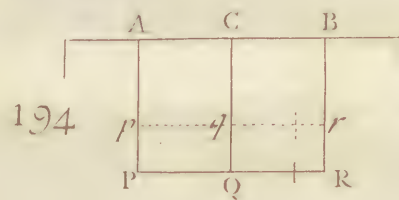
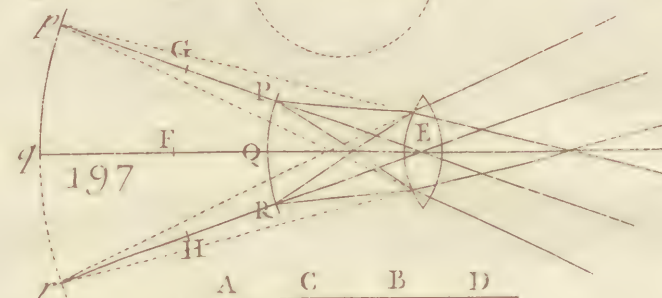
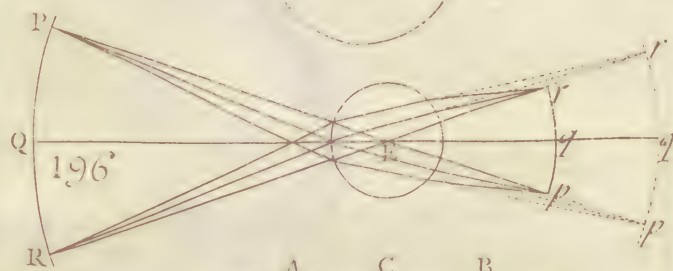
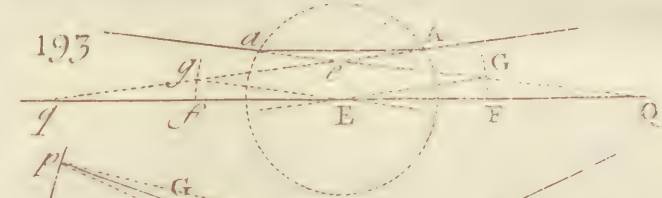
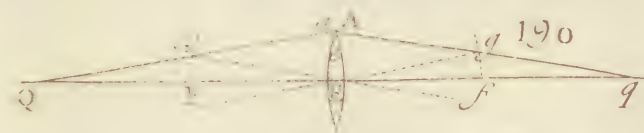
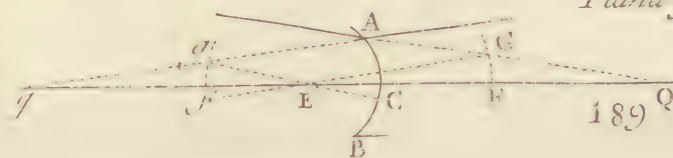
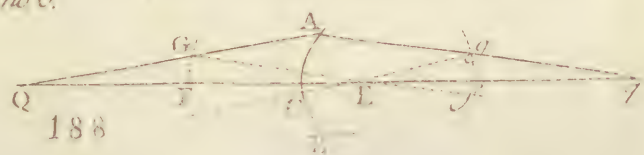
ar-

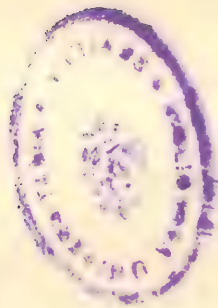
Fig. *arco concéntrico semejante , cuya longitud estará con la longitud del obgeto en la misma razon que sus distancias al centro comun E , y la imagen estará derecha ó trastornada respecto del obgeto , segun estuviere del mismo lado respecto del centro , que el obgeto , ó al otro lado.*

Solo con mirar la primera de las figuras que citamos se manifiesta la evidencia de esta proposicion en todos los casos de refracciones causadas por superficies concéntricas, estando las partes de dichas superficies espuestas del mismo modo á las partes del obgeto concéntrico á las mismas superficies. Y en una lente, los focus de todas las espigas de rayos paralelos estan tambien en un arco concéntrico GFH ; y así, siendo Pp y Qq terceras proporcionales, la una á PG y PE , la otra á QF y QE (160), serán iguales, pues $PG = QF$, y $PE = QE$, y por consiguiente la imagen pqr será tambien un arco concéntrico. Pero una vez que miramos los eges de las espigas como lineas rectas que pasan por E (150), los ángulos pEr , PER son iguales; por consiguiente la razon entre la imagen y el obgeto es la misma que la de sus distancias al centro E . Finalmente, se echa de ver que segun estuvieren la imagen y el obgeto del mismo lado respecto del centro, ó de diferentes lados, la imagen estará derecha ó trastornada.

167 Por consiguiente, un obgeto circular muy pequeño respecto de su distancia al centro E , se arrima mucho á tener la figura de una linea recta, y lo propio decimos de su imagen que le es parecida. Luego la imagen de

un





un pequeño objeto recto , pongo por caso , de una pequeña Fig. línea recta , puesto á una distancia considerable del centro de una superficie refringente , de una lente , ó de una esfera , se puede considerar como una línea sensiblemente recta.

Determinacion de los focus de los rayos que dan con un grado qualquiera de oblicuidad en un número , sea el que fuere , de superficies refringentes.

168 Desde el centro C de un círculo que separa dos 200. medios dados , tírese la CD perpendicular al rayo incidente 201. AB , y la CE perpendicular al rayo refracto BF dado de posicion ; si un punto qualquiera A fuese el punto de donde salen , ó al qual se dirigen los rayos que dán en un arco pequeño Bb de dicho círculo , y fuese F su focus despues de la refraccion , las distancias BF , EF estarán en razon compuesta de la razon directa de las distancias semejantes BA , DA , de las de los senos de incidencia y de refraccion CD , CE , y de la razon inversa de los cosenos BD , BE .

Sea AbF el rayo mas inmediato á ABF ; tírense á Ab las perpendiculares Cd , Bd' , y á bF las perpendiculares Ce , Be' ; los triángulos rectángulos $Bd'b$, BDC serán semejantes , y lo serán tambien los triángulos rectángulos $Be'b$, BEC ; por manera que las figuras enteras $Be'd'b$, $BEDC$ serán tambien semejantes. Es de reparar tambien que CD está con CE , que Cd está con Ce , y que por consiguiente Dd está con Ee en la razon del seno de incidencia al seno de refraccion ; porque la línea CDd se puede considerar como perpendicular

Fig. á los dos rayos AB , ab , quando el ángulo BAb está para desvanecerse. Así, los triángulos BFe' , EFe son semejantes, y siéndolo tambien BAd' , DAd , la razon de BF á EF , ó de Be' á Ec , que se compone de las razones de Be' á Bd' , de Bd' á Dd , y de Dd á Ee , se compone tambien de las razones de BE á BD , de BA á DA , y de CD á CE , que son iguales con las primeras respectivamente. Daremos muy en breve el modo de determinar la posicion del rayo refracto BF .

169 Síguese de la proposicion que acabamos de demostrar: 1.º que quando los rayos incidentes son paralelos, BF es á EF en razon compuesta de la razon directa de los senos de incidencia y de refraccion, y de la inversa de los cosenos, llegando BA y DA á ser iguales quando el punto A está á una distancia infinita.

170 2.º Que la razon entre las subtensas perpendiculares Dd , Ee de los pequeños ángulos A y F es invariable; porque es igual á la razon del seno de incidencia CD al seno de refraccion CE .

171 Sea BH una superficie plana refringente que atra-
 202. viesan rayos emanados de un punto qualquiera A , ó que se
 203. encaminan á dicho punto. Sea ABD uno de los rayos incidentes, y AH perpendicular á la superficie refringente BH , que corta el rayo refracto EBG en G ; bágense las perpendiculares HI , HR á los rayos AB , BG , y en la linea BG tómese $BF : BA :: RG : IA$; será F el focus de los rayos refractos inmediatos por uno y otro lado á EBG .

Sea

Sea un arco de círculo BK cuyo centro esté en C , que toque la línea refringente BH en B , del lado opuesto á A ; sean CD y CE los senos de incidencia y refraccion comunes al plano y á la superficie esférica; si representamos por $m : n$ la razon de $CD \times BE : CE \times BD$, en el supuesto de que el arco BK quebrantase los rayos, tendríamos (168) $BF : EF :: m \times BA : n \times DA$, ó $:: BA : \frac{n}{m} DA$ ó $\frac{n}{m} BA + \frac{n}{m} BD$, y por consiguiente $BF : BE :: BA : \frac{n}{m} BA + \frac{n}{m} BD - BA$ ó $\frac{n}{m} BD$, quando los rayos son refringidos por el plano BH ; por razon de coincidir el arco BK con su tangente BH , quando su radio BC llega á ser infinito; y porque siendo entonces infinita $\frac{n}{m} BA + \frac{n}{m} BD - BA$, podemos omitir $\frac{n}{m} BA - BA$ que es finita. Tendremos, pues, $BF : BA :: m \times BE : n \times BD :: CD \times (BE)^2 : CE \times (BD)^2$ (substituyendo en lugar de m y n sus valores) $:: \frac{(BE)^2}{CE} : \frac{(BD)^2}{CD} :: \frac{(HR)^2}{BR} : \frac{(HI)^2}{BI}$ (por razon de los triángulos semejantes BEC , HRB , y BDC , HIB) $:: RG : IA$.

172 Sea AB un rayo que dá en el punto B de una 204.
curva que separa dos medios refringentes, y Bf , dada de po- 205.
sicion, el rayo refracto que le corresponde. Desde el centro
 C de curvatura en B , ó del círculo refringente, tírese CE
perpendicular al rayo refracto Bf prolongado; y sea Bf á BE
como la tangente del ángulo de incidencia á la diferencia de las
tangentes de incidencia y refraccion, y colóquese Bf del lado
adonde vá el rayo refracto, si la superficie del medio mas denso
fuese convexa, y del lado opuesto si fuese cóncava; f será el fo-
cus de una espiga delgada de rayos paralelos á AB que dan en B .

Por-

Fig. Porque estando Bf con Ef en razon compuesta de la razon directa de los senos de los ángulos de incidencia y refraccion, y de la inversa de sus cosenos, están una con otra en razon de las tangentes de dichos ángulos, y por consiguiente Bf es á BE como la tangente de incidencia á la diferencia de las tangentes de incidencia y refraccion. Por lo que mira á la regla para la posicion de Bf , se funda en que los rayos emergentes son convergentes quando el medio mas denso es convexo, y divergentes quando es cóncavo.

173 Luego 1.º Sea a el focus de los rayos que vienen paralelamente á fB ; entonces tendremos Bf es á Da como BE es á BD ; porque Bf es á Ef como la tangente de incidencia es á la de refraccion, y Ba está con Da en la misma razon, pero trastornada. Luego $Bf : Ef :: Da : Ba$, y por tanto $Bf : Da :: BE : BD$.

174 2.º Tambien se puede hallar el focus f de este modo. Térese la CE perpendicular al rayo refracto Ef , la EG perpendicular al rayo BC , y la Gf paralela á los rayos incidentes; esta paralela cortará los rayos refractos en su focus f .

Porque cortemos en H la AB con la GE ; siendo Gf paralela al lado BH del triángulo BEH , tendremos $Bf : BE :: HG : HE$, cuya proporcion es la misma que la de antes (172), porque GH y GE son tangentes de los ángulos de incidencia y de refraccion GBH , GBE .

175 3.º De esto se infiere que creciendo continua-
men-

mente el ángulo de incidencia , la distancia focal Bf vá Fig. continuamente menguando , hasta ser nula , quando el ángulo de refraccion llega á ser recto , ó igual al coseno de refraccion , quando el ángulo de incidencia es recto. Por consiguiente la distancia focal es máxima , quando el ángulo de incidencia es mínimo , y entonces la proposicion (172) es la misma que la de antes (145), pues las tangentes de los ángulos muy pequeños están en la misma razon que los senos de dichos ángulos , ó de los arcos que los miden.

176 *El incremento infinitamente pequeño de un ángulo de incidencia , es al incremento simultaneo del ángulo de refraccion , como la tangente del ángulo de incidencia es á la tangente del ángulo de refraccion.*

Sean AB , aB dos rayos que forman un ángulo infinitamente pequeño ABa , refringidos en B en las direcciones de las lineas BE , Be por un plano ó una superficie curva. Desde un punto qualquiera C de la perpendicular BC á dicha superficie , tírese la CDd que forme ángulos rectos en D y d con los rayos incidentes ó sus prolongaciones ; y tírese tambien CEe que forme ángulos rectos en E y e con los rayos refractos prolongados , si fuere menester. Ya que CD está con CE , y Cd con Ce en la misma razon de los senos de incidencia y refraccion , tendremos Dd es á Ee como CD es á CE . Pero los ángulos infinitamente pequeños ABa ó DBd y EBe , que son los pequeños incrementos ó decrementos simultaneos de los ángulos de incidencia y refraccion , son entre sí como $\frac{Dd}{DB}$ es á $\frac{Ee}{EB}$; serán , pues , tambien

Fig. bien como $\frac{CD}{DB}$ es á $\frac{CE}{EB}$, esto es, en la razon de las tangentes de incidencia y refraccion.

177 Luego si los ángulos de incidencia y refraccion del uno de los rayos ABE , ABe fuesen invariables, mientras los del otro rayo padecieren alguna leve alteracion, los pequeños incrementos ó decrementos que estos padecieren, estarán en razon constante.

1204. 178 Supongamos que un rayo AB que dá con la oblicuidad que se quisiere en el punto B de una curva refringente, sea refringido en la direccion de la linea BF dada de posicion; sea Ba la distancia focal de rayos que vienen paralelamente á FB , y Bf la distancia focal de otros rayos que vienen paralelamente á AB ; si suponiendo despues que los rayos incidentes vengan de un punto qualquiera A , ó concurran en dicho punto, hacemos $Aa : aB :: Bf : Ff$, y colocamos fF respecto de fB , del mismo modo que Aa lo está respecto de aB , será F el focus de los rayos refractos.

208. Sea AGF el rayo mas inmediato á ABF ; si se tiran las aG y fG , es evidente por los supuestos sobre que caminamos, que un rayo aG se refringirá en G en la direccion GH paralela á BF , y que un rayo fG se refringirá en la direccion GI paralela á BA . Pero el ángulo AGa tiene con el ángulo FGH ó GFf una razon constante (177), la misma que hay entre los ángulos aAG ó AGI y fGF (177). Luego el ángulo AGa es al ángulo aAG como el ángulo GFf es al ángulo fGF ; y como los senos de estos ángulos pequeños están en la misma razon que los ángulos

gu-

gulos , los lados opuestos á dichos ángulos , en los triángu- Fig.
los AGa , Gff , estarán tambien en la misma razon (143);
quiero decir que $Aa : aG :: Gf : fF$, ó $Aa : aB :: Bf :$
 fF (III. 305). Si A se arrima á a hasta confundirse final-
mente con él , entonces fF llegará á ser infinita ; y por
consiguiente si A pasare al otro lado de a , el punto F pa-
sará al otro lado de f .

179 Luego quando el rayo ABF es dado de posi-
cion , fF es recíprocamente como Aa .

180 Cuestion I. *Dado el punto de donde sale un ma-
nojo delgado de rayos que dán con la oblicuidad que se quisie-
re, en un círculo máximo de una esfera de una materia homo-
genea , hallar el focus de los rayos refractos al salir de la
esfera , despues de haber sido reflectidos por dicho círculo
máximo un número determinado de veces.*

Sea $ABCDEZ$ el camino de un rayo incidente en B , 209.
reflectido cierto número de veces , por egemplo , en los
puntos C y D , y que sale despues por E . Sea A el punto
de donde salen los rayos incidentes ; F , su focus despues de
haber padecido refraccion en B ; G , su focus despues de
haber sido reflectidos en C y D ; y H , su focus despues
de refringidos en E al salir de la esfera. Para hallar estos
focus , sean Bf y Ba las distancias focales de rayos que vie-
nen paralelamente , los unos á AB , los otros á FB , y há-
gase $Aa : aB :: Bf : fF$, con lo que se determinará el fo-
cus F , colocando Ff respecto de Bf , del mismo modo que
 Aa lo está respecto de aB (178). Desde el centro S

Fig. de la esfera, tírense las SL , SN perpendiculares á las cuerdas extremas BC , DE ; y del lado del primero y último puntos de reflexion C y D , tómense las LT y NV , tales que cada una tenga con LC ó ND la misma razon que la unidad tiene con el duplo del número de las reflexiones; hecho esto, ya que F es el punto donde concurren los rayos incidentes en C , se habrá de hacer $TF : TL :: TL$ ó $VN : VG$, esto determinará el focus G despues de la última reflexion en D , colocando VG respecto de VN del mismo modo que TF está respecto de TL (72). Finalmente, sean Eg y Eb las distancias focales de rayos que vienen paralelamente, los unos á ZE , los otros á GE ; como los rayos reflejos se juntan en G , desde donde ván despues á dar en E , hágase $Gg : gE :: Eb : bH$, esto dará en H el focus que se pide de los rayos emergentes, colocando bH respecto de Eb , como Gg lo está respecto de gE (178).

181 De aquí inferiremos 1.º que si suponemos que el manajo incidente tenga al rededor de A un movimiento angular en el plano del círculo $BCDE$, las proporcionales Aa , aB , Bf , fF mudarán todas de longitud (175), del mismo modo que TL ; y quando TF , TL , Tf están en proporcion continua, los rayos emergentes serán paralelos á EZ .

Porque teniamos $Gg : gE :: Eb : bH$; luego bH llega á ser infinita quando Gg es nula, esto es, quando VG es igual á Vg ó Tf , cuyas lineas siempre son iguales, porque las cuerdas BC , DE lo son del mismo modo que las refracciones en E y B . Pero, por construccion, TF , TL , VG

están siempre en proporcion continua ; luego quando VG y Fig. Tf son iguales , TF, TL, Tf están tambien en proporcion continua.

182 2.º Luego si los rayos incidentes fuesen paralelos , los rayos emergentes lo serán tambien , quando Tf y TL llegan á ser iguales , y por consiguiente quando Lf es á LC como la unidad es al número de reflexiones.

Porque quando el punto radiante A está á infinita distancia , el focus F coincide con f , y por lo mismo TF, TL, Tf que forman una proporcion continua (181) llegan á ser iguales.

183 3.º Luego si se tira SM perpendicular á AB prolongada , y llamamos n el número de las reflexiones , si los rayos incidentes fuesen paralelos , los rayos emergentes lo serán tambien quando $BL : BM :: (n + 1)SL : SM$.

Porque en virtud de lo probado (182), tenemos $n : 1 :: LC \text{ ó } LB : Lf$, de donde sale $n + 1$ es á 1 como Bf es á Lf , esto es , en razon compuesta de SM á SL , y de BL á BM (169); luego, multiplicando por la razon de SL á SM , tendremos $(n + 1)SL : SM :: BL : BM$.

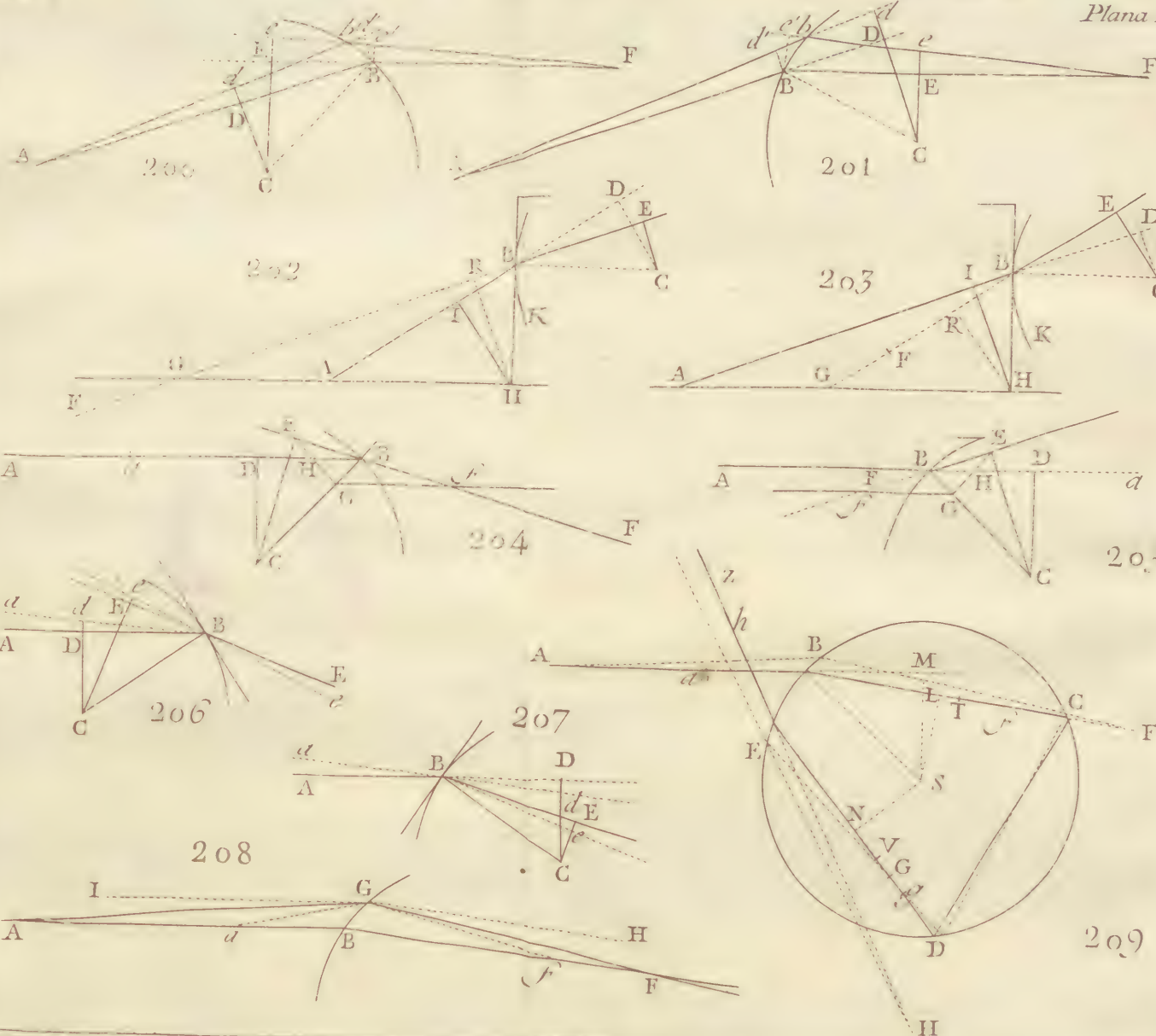
184 4.º Por consiguiente , si hacemos $I : R :: SM : SL$, y $m = n + 1$, tendremos $BM : BS :: \sqrt{(II - RR)} : \sqrt{[mm - 1)RR]}$; esto determina el ángulo de incidencia SBM , quando los rayos que vienen paralelos á AB , salen paralelos á EZ .

Porque por razon de ser $SM : SL :: I : R$, tenemos $SM \pm SL : SM :: I \pm R : I$; y en virtud de lo proba-

Fig. do (183), tenemos $BL \pm BM : BM :: mR \pm I : I$. Pero $(SM)^2 + (BM)^2 = (SL)^2 + (BL)^2$, ó $(SM)^2 - (SL)^2 = (BL)^2 - (BM)^2$, ó $(SM + SL)(SM - SL) = (BL + BM)(BL - BM)$, que dá $SM + SL : BL + BM :: BL - BM : SM - SL$, que se transforma en $\frac{I+R}{I} SM : \frac{mR+I}{I} BM :: \frac{mR-I}{I} BM : \frac{I-R}{I} SM$; de donde se saca $(II - RR)(SM)^2 = (mmRR - II)(BM)^2$, que dá $(BM)^2 : (SM)^2 :: II - RR : mmRR - II$, y por consiguiente $(BM)^2 : (BS)^2 :: II - RR : (mm - 1)RR$; luego finalmente $BM : BS :: \sqrt{(II - RR)} : \sqrt{(mm - 1)RR}$.

185 Cuestion II. *Dada la posicion y naturaleza de dos curvas que separan tres medios dados, y suponiendo que rayos paralelos que forman un manojo sutil, vengan á dar, atravesando uno de los medios exteriores, en dichas curvas, con la oblicuidad que se quisiere; hallar su focus, despues de refringidos por dichas curvas.*

1210. Sea $aAbcCd$ un rayo refringido en A y C por las dos curvas dadas AB , CD ; sean, en dicho rayo, a y d los focus que tendrian rayos paralelos, y muy inmediatos á AC en el medio interior, despues de refringidos por las curvas AB y CD al pasar de dicho medio á los medios exteriores. Y sean b y c los focus de rayos respectivamente paralelos á aA y DC en los medios exteriores, refringidos al pasar al medio interior. Estos focus se pueden hallar por lo dicho (172). Hágase despues $cb : bA :: aA : aI$, y colocando aI respecto de aA , como bc lo está respecto de bA , el punto I será el focus de los rayos paralelos que vienen





nen á dar en la curva CD , atravesando el medio extremo Fig. que limita, y son refringidos por dicha curva, y la siguiente AB (178); porque dichos rayos se juntan en c despues de su primera refraccion. Se hará tambien $bc : cC :: Cd : dH$; y colocando dH respecto de dC , como cb lo está respecto de cC , el punto H será el focus de los rayos paralelos que vienen á dar en AB despues de atravesar el otro medio exterior (178).

186 Luego 1.º Si suponemos que las dos superficies 211. AB , CD pertenezcan á una esfera de una materia homogenea, cuyo centro sea S ; tírese SM perpendicular al rayo incidente aA prolongado, y SN perpendicular al rayo emergente dC , tambien prolongado. Pártanse por medio las aM y dN , la una en I , la otra en H ; los puntos I , H serán los focus de los rayos que dán en la esfera, paralelos á dC y aA .

Porque si dividimos AC en dos partes iguales en L , tendremos $Lc : LC :: Cd : CN$ (173), que dá $Lc : cC :: Cd : dN$; pero por lo probado (185) bc ó $2Lc : cC :: Cd : dH$, y por consiguiente $2Lc \times dH = cC \times Cd = Lc \times dN$; luego $dH = \frac{1}{2}dN$; del mismo modo se hallaría que $aI = \frac{1}{2}aM$.

187 2.º Hallamos antes (172) que Cd es á CN como la tangente del menor de los ángulos de incidencia y de refraccion es á la diferencia de sus tangentes; por tanto el focus H cae dentro ó fuera de la esfera, segun la tangente menor es mayor ó menor que la diferencia de

Fig. dichas tangentes; cuya diferencia crece al infinito, mientras los ángulos de incidencia y de refracción crecen, esto es, mientras el rayo AC se aparta mas y mas del centro de la esfera.

188 Cuestión III. *Dado el punto de donde salen los rayos incidentes, hallar su focus, despues de haberlos refringido dos curvas dadas que separan tres medios dados.*

1310. Sean en el rayo $IaACdH$ dado de posicion, a y d los focus que tendrian rayos paralelos, y muy inmediatos á AC en el medio interior, en virtud de las refracciones que padecerian al atravesar AB y CD , al pasar á los medios exteriores. A mas de esto, sean I y H los focus de otros rayos que viniesen por los medios exteriores, los unos paralelamente á CH , y los demás paralelamente á AI , y fuesen refringidos por las mismas curvas. Sea actualmente P el punto de donde salen los rayos que dán en la superficie AB ; I y a los focus de estos rayos que suponemos que vienen por direcciones contrarias á los rayos incidentes; haciendo $PI : Ia :: dH : HR$, y colocando HR respecto de Hd , como IP lo está respecto de Ia , el punto R será el focus de los rayos que saliesen de P , despues que los hubieren refringido las curvas AB , CD .

Porque si hacemos $Pa : aA :: Ab : bQ$, y colocamos bQ segun acostumbramos, el punto Q será su focus, despues que AB los hubiere refringido (178). Luego si dando los rayos en la curva CD , despues de haberse juntado en Q , hacemos $Qc : cC :: Cd : dR$, y colocamos dR

como acostumbramos, R será su focus despues de las dos Fig. refracciones que hubiesen padecido. Pero por la primera de estas dos proporciones y de las de la cuestion antecedente, $Pa \times bQ = bc \times aI$, y por las segundas, $Qc \times dR = bc \times dH$. De los dos primeros productos se saca $Ia : Pa :: bQ : bc$, de donde, y de los segundos sacaremos $PI : Pa :: dH : dR$, que se reduce á $PI : Ia :: dH : HR$. De esta proposicion inferiremos

189 1.º Que quando el rayo $IACH$ fuere dado de posicion, será HR recíprocamente como PI , por ser invariable el producto $Ia \times dH$.

190 2.º Como en la esfera tenemos $PI : IM :: NH : 211$ HR , podremos determinar el focus R , colocando HR respecto de HN , como lo está IP respecto de IM ; porque hemos sacado antes (186) $IM = Ia$, y $HN = Hd$.

191 Cuestion IV. *Dadas las naturalezas y posiciones de tres curvas que separan quatro medios dados, y suponiendo que una espiga sutil de rayos paralelos viene, despues de atravesar uno de los medios exteriores, á dar con la oblicuidad que se quisiere, en dichas curvas; hallar su focus despues de todas las refracciones.*

Suponiendo que por la cuestion antecedente se hayan 1224 determinado los focus a y d , I y H , respecto de dos superficies consecutivas, como AB , CD ; sea el rayo CeE refringido por la superficie EF en la direccion EfM ; y sean e , f los focus de los rayos que vienen paralelamente, los unos á ME , y los otros á CE , y son despues refringidos

Fig. por la superficie EF . Juntandose en e los rayos que vienen paralelos á ME , y dando despues en CD , haremos $eH: Hd :: aI: IL$, y colocando IL como es costumbre, el punto L será el focus de los rayos que dan paralelos en la curva EF , despues de haberlos refringido las tres curvas (188). Y si hacemos $He: eE :: Ef: fM$, y colocamos fM á lo acostumbrado, será M el focus de los rayos que dan paralelos en la curva AB (178).

192 Cuestion V. Dado el punto de donde viene una espiga sutil de rayos que dan, con la oblicuidad que se quiere, en un número qualquiera de curvas dadas que separan medios dados; hallar el focus de los rayos emergentes.

213. Sean I y f los focus que tendrian, en virtud de las refracciones que padecerian al pasar por los medios exteriores, rayos paralelos y muy inmediatos al rayo dado, en uno de los medios interiores, pongo por caso, en el medio CE ; y sean L y M los focus de otros rayos que viniesen paralelos, los primeros á ME , y los demás á LA , y fuesen refringidos despues por todas las curvas. Sea P el punto de donde salen los rayos incidentes, L é I los focus de dichos rayos que se supone que vienen por una direccion contraria á la de los rayos incidentes; si hacemos $PL: LI :: fM: MS$, y colocamos MS respecto de Mf , como LP lo está respecto de LI , el punto S será el focus, despues de todas las refracciones, de los rayos emanados de P .

Esto se prueba por lo dicho en la última cuestion, del mismo modo que probamos la quarta por la tercera.

De

De las Causticas por Refraccion.

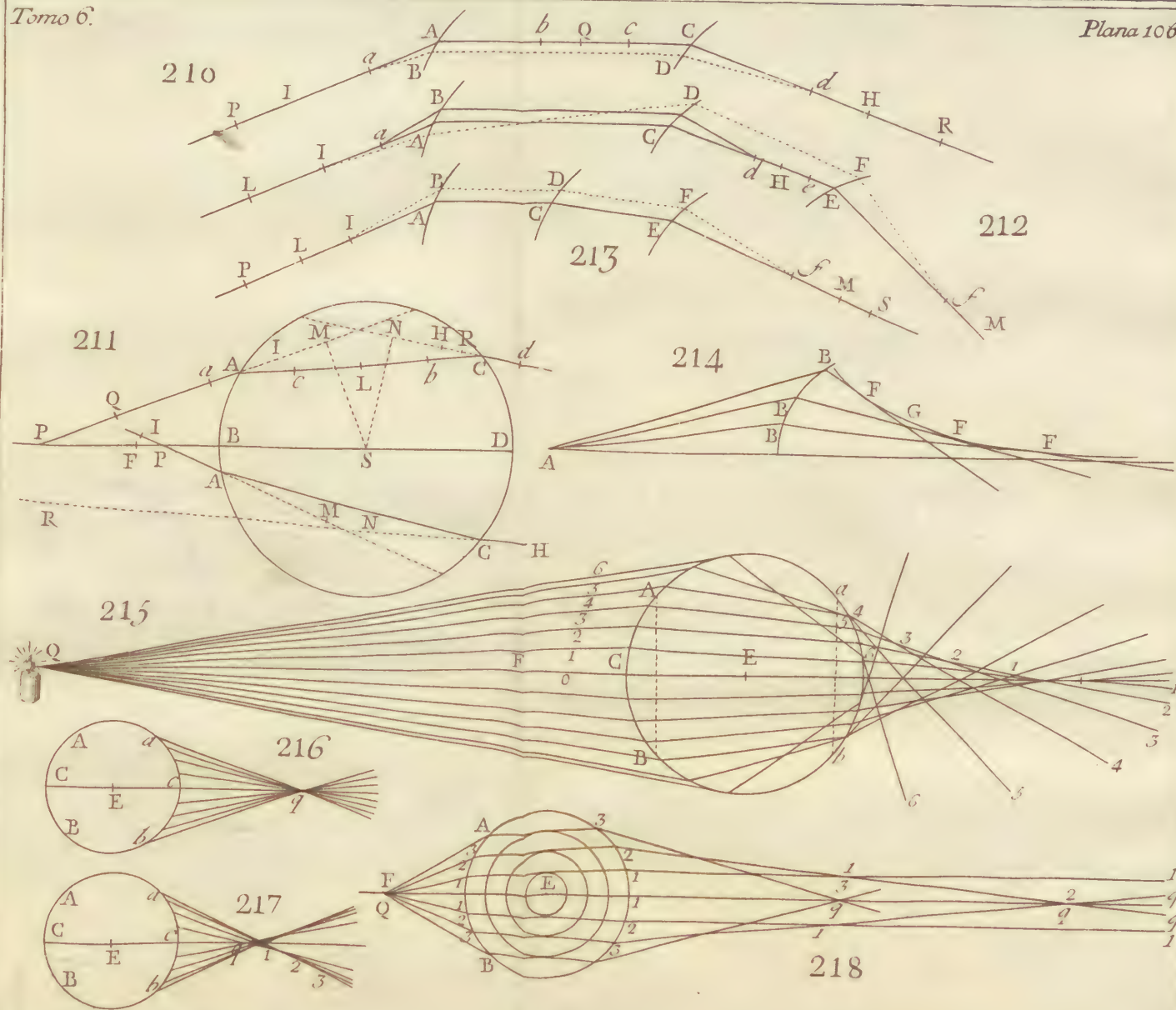
193 Si un número infinito de rayos incidentes *AB*, 214.
AB &c. que todos están en un mismo plano , no concurren en un punto ó focus único , despues de su última refraccion , y se cortan mutuamente en una infinidad de puntos , la curva *FFF* que tocasse cada uno de los rayos refractos prolongados si fuere menester , se llamará *Caustica por Refraccion*.

194 Un experimento nos manifestará la formacion 215.
 de estas curvas. Si hacemos que la luz del sol , ó de una bugía , que pasa por una esfera ó redoma redonda llena de agua , dé en un papel blanco , colocado paralelamente al ege del manojo , y muy cerca del mismo ege , se reparará alli mismo una figura luminosa terminada por dos curvas de una luz muy viva , que serán las causticas , las quales al paso que se apartan de la esfera se arriman una á otra, y por consiguiente al ege del manojo , y se encuentran por fin formando un ángulo agudo , cuyo vértice es el focus del manojo luminoso.

El resplandor de estas curvas está diciendo por medio de la figura , que se forman de las intersecciones sucesivas de cada rayo con el que se le sigue , y por consiguiente el resplandor del papel en lo interior de dichas curvas , proviene de la multitud de intersecciones que se hacen en la figura , siendo así que por falta de ellas queda obscura la parte de afuera.

- Fig. Manifiesta tambien la figura y posicion de la caustica que cada rayo corta el que se le sigue en un punto de la curva antes de encontrar el ege. Porque si cada rayo cortase al que tiene mas inmediato á sí , en un punto del ege,
216. todos ellos cortarian el ege en un solo y mismo punto ; así, la parte iluminada del papel se compondría de dos espacios angulares terminados , no por curvas , sino por rectas que se cortan en el focus , y por consiguiente cada espacio angular estaría igualmente iluminado , á distancias iguales de cada lado del focus , cuya consecuencia no concuerda con el experimento.
217. Y si cada rayo no cortara al que se le sigue sino despues de cortar el ege , sus intersecciones succesivas engendrarian una curva , cuyos dos ramos formarian como antes un ángulo agudo en el focus , y que á medida que se apartarian de la esfera , se irian apartando mas y mas del ege , conforme se vé en la figura ; y esto tampoco concuerda con la esperiencia. Inferamos , pues , de la posicion y figura de la caustica , que ningun rayo encuentra el ege sino despues de cortar al que se le sigue inmediatamente ; que el focus del manojo luminoso está en el punto del ege , donde los rayos mas inmediatos al mismo ege van á encontrarse con él ; y que los rayos incidentes que están apartados del ege , son los que le cortan en puntos mas distantes del focus.

195 Por consiguiente , ya que la inflexion total de un rayo no muda quando atraviesa la esfera á distancias
igua-





iguales de su centro , síguese que si arrimamos gradual- Fig.
mente la bugía á la esfera , los rayos mas inmediatos á su
centro al uno y otro lado , saldrán primero paralelos al 218.
ege del manajo , y luego despues divergirán de un punto 219,
del mismo ege detras de la bugía ; que entonces los rayos
mas inmediatos á aquellos de cada lado del centro , sal-
drán tambien paralelos al ege , y divergirán luego despues
de otro punto del mismo ege mas distante detras de la bugía 220.
que el primero ; y así prosiguiendo. Luego quando los ra-
yos emergentes divergen , dichos rayos , tomándolos de dos
en dos , prolongados detras del punto luminoso , atraviesan
el ege antes de cortarse , y sus intersecciones succesivas
forman una caustica imaginaria compuesta de dos ramos 221.
que forman un ángulo agudo , cuyo vértice está en el fo-
cus , y que se van apartando del ege , á medida que se apar-
tan de la esfera.

196 Quando un manajo grande de rayos atraviesa 222.
una lente convexa , tambien forman sus rayos , despues de 223.
la refraccion , una caustica ó alguna porcion de una caus-
tica que nace en el focus del manajo , y coge mayor ó
menor estension , segun se compone la lente de segmentos
mayores ó menores de esferas de iguales convexidades á la
de los segmentos.

Porque si imaginamos que dos planos AB , ab sepa-
ren de una esfera , por la qual pasan rayos , dos segmentos
opuestos ACB , acb , y se sobreponga el uno de estos seg-
mentos al otro , las refracciones que padecerán dichos ra-
yos

Fíg. yos al atravesar los segmentos sobrepuestos , serán con corta diferencia las mismas que si atravesaren la esfera enteras; y por consiguiente las causticas que la lente y la esfera engendraren , tendrán propiedades semejantes.

Es facil de confirmar lo que acabamos de decir acerca de la generacion de las causticas , tapando una parte de la esfera , ó la una de las superficies de un vidrio convexo grande , con un círculo grande de papel de estraza , despues de hacer en su diámetro con un alfiler algunos agujeros igualmente distantes unos de otros. Porque la luz que pasare por estos agujeros , formará otras tantas manchas luminosas , á distancias iguales unas de otras , en un papel colocado cerca del vidrio perpendicularmente á los rayos. Pero si se apartare el papel del vidrio , los intervalos entre las manchas exteriores llegarán á ser menores que los de las interiores , y esto es señal de que se juntan mas presto.

1224. 197 Por el contrario, si se tapa con el mismo círculo la una de las superficies de una lente cóncava , quando se apartare el papel de dicha lente, los intervalos entre las manchas exteriores llegarán á ser mayores que los de las manchas interiores; esto manifiesta que los puntos de los quales los rayos exteriores divergen , están mas próximos al vidrio que aquellos de donde divergen los rayos interiores. Prevenimos que este experimento no saldrá bien con vidrios cóncavos ordinarios, como aquellos que gastan las personas de vista corta ; no son ni bastante cóncavos , ni bastan-

tante anchos , ni bastante gruesos para que sea reparable Fig. el efecto mencionado.

198 Por estas causticas así reales como imaginarias se echa de ver que los rayos exteriores de un manojo son gradualmente sobrado refringidos , ó lo que viene á ser lo propio , que los interiores lo son muy poco para que puedan juntarse todos en un punto solo ; y que por consiguiente los ángulos de incidencia de los rayos exteriores respecto de la primera y segunda superficie de la lente ó esfera, son muy grandes para que se verifique esta union.

199 Los rayos de un manojo que atraviesa una superficie única engendran tambien , despues de las refracciones , causticas parecidas á las antecedentes ; solo se diferencian de estas en que se apartan ó acercan al ege mas lentamente ; y esto sucede porque la convergencia ó divergencia de cada par de rayos contiguos , no tiene mas causa que una refraccion sola. Todo esto presupuesto

200 Si en el ángulo de incidencia ABC , ó en su suplemento , inscribimos una linea AI que tenga con AB la misma razon que el seno de incidencia tiene con el de refraccion; el rayo refracto BF será paralelo á AI .

Porque en el triángulo ABI , el seno del ángulo ABI es al seno del ángulo AIB como AI es á AB , esto es, por construccion, como el seno de incidencia es al seno de refraccion. Pero ABI es el ángulo de incidencia ó su suplemento ; luego AIB ó IBF es el ángulo de refraccion , ó su suplemento.

Hemos de prevenir que un círculo , cuyo centro es A ,

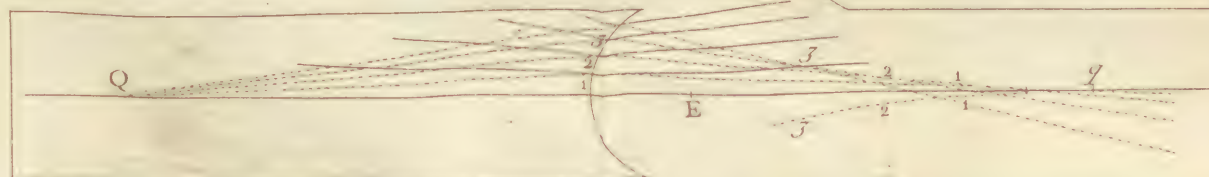
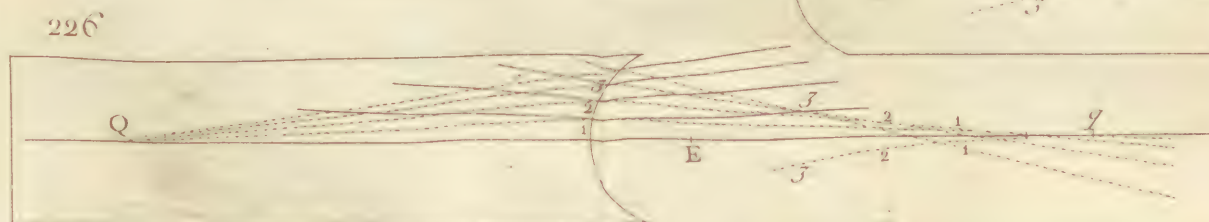
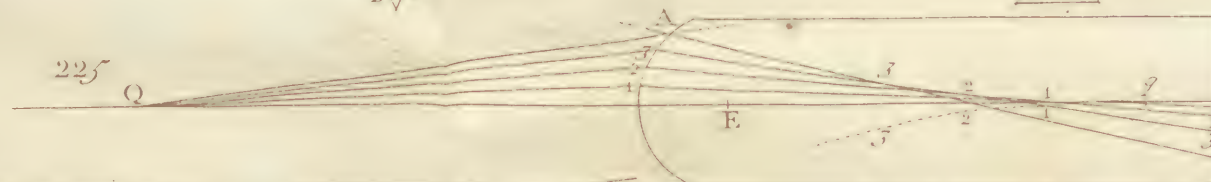
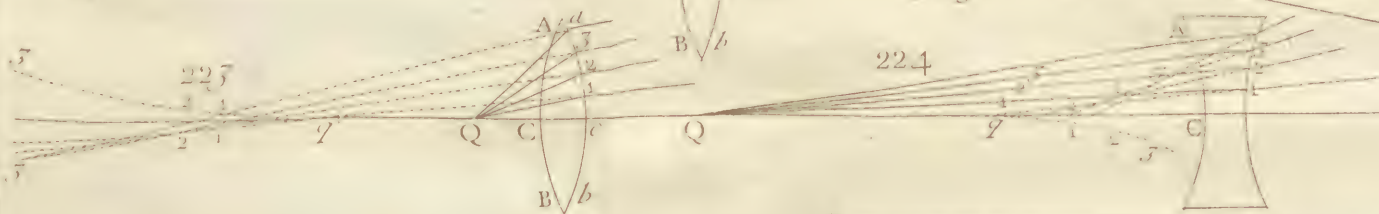
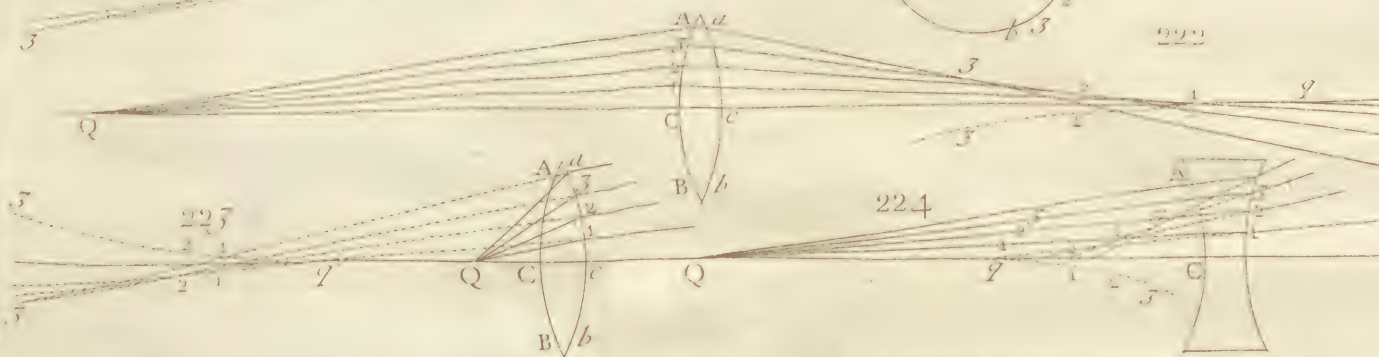
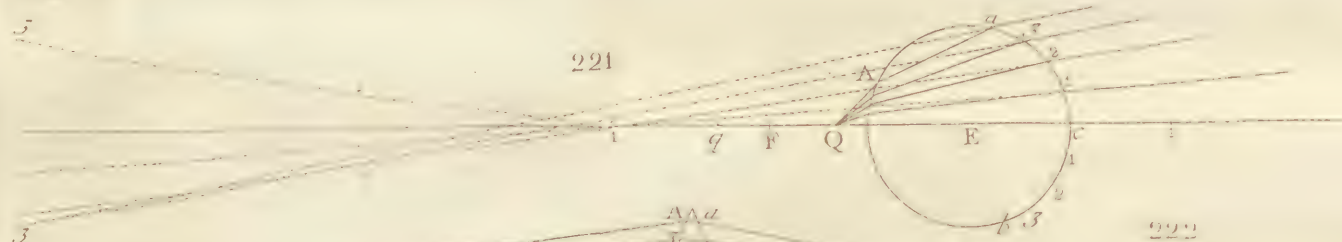
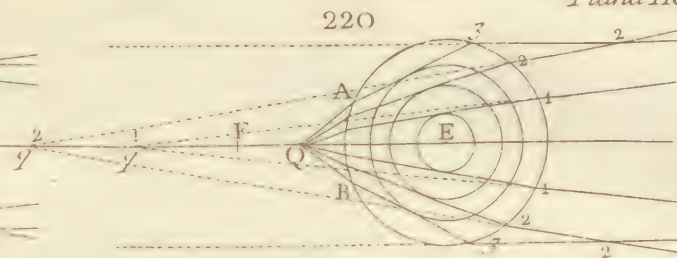
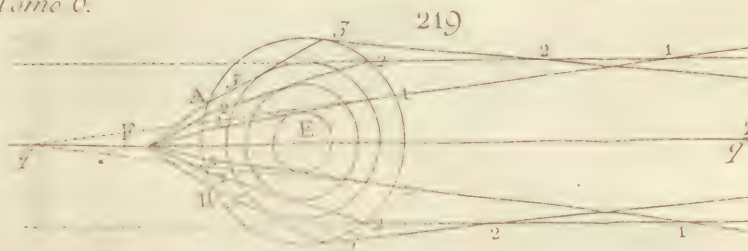
Fig. y AI el radio , cortará BC prolongada , en dos puntos I é i , y que por consiguiente se pueden tirar por el punto B dos líneas BF , Bf respectivamente paralelas á AI y Ai , que formen con CBi ángulos iguales á cada lado de B ; pero es facil distinguir qual de las dos líneas BF , Bf traza el rayo refracto , con reparar si la refraccion arrima ó aparta el rayo de la perpendicular.

227. 201 Síguese de aquí 1.º quando la superficie del medio mas denso es convexa , tómese en el ege AC , la CT á TD como el seno de incidencia es al seno de refraccion; y si CA fuese mayor que CT , todos los rayos que dieren en el arco DB convergirán ácia el diámetro CD .

Porque entonces la razon de CA á AB se acercará siempre mas á la razon de igualdad , que la razon de CT á TD , ó de IA á AB por construccion ; y por consiguiente IA y AB estarán siempre al uno y otro lado del ege AC , de suerte que BF convergirá siempre ácia dicho ege , y le cortará en ángulos mayores al paso que DB fuese mayor.

230. 202 2.º Pero si CA fuese menor que CT , tómese el rayo incidente AH que tenga con AC la misma razon que el seno de refraccion con el seno de incidencia ; el rayo refracto HF será paralelo al ege , y todos los rayos cuyos puntos de incidencia estuvieren mas lejos del ege que H , convergirán ácia el ege , siendo asi que los que cayeren mas cerca divergirán del mismo ege.

Porque en el triángulo ACH , el seno del ángulo AHC es al seno del ángulo ACH ó CHF como AC es á AH ,





ó en la razon de refraccion. Pero si AB está mas lejos del ege que AH , AI y AB han de estar al uno y otro lado del ege, para que se verifique entre ellas la misma razon que entre AC y AH ; luego siendo BF paralela á AI , converge ácia el ege. Pero quando AB está entre AH y AC , tambien lo ha de estar AI ; luego BF divergirá del ege. Fig.

203 3.º Quando los rayos incidentes pasan por dentro de un medio mas denso terminado por una superficie convexa, levántese CE perpendicular al ege CD , y sea CE al radio CD ó CK , como el seno de refraccion es al seno de incidencia; tírese despues EK paralela al ege, y KL que toque el círculo en K , y corte el ege en L . Si CA fuese menor que CL , todos los rayos que vienen de A divergirán del ege despues de refringidos; porque un rayo que saliese de L , y siguiese la tangente LK , se refringiría en la direccion KE , si entrase en el medio refringente. Pero quando los rayos pasan de un medio mas denso á otro que lo es menos, sea CK perpendicular al ege, el radio de un semicírculo CEK en el qual esté inscripta la CE , que tenga con CK la misma razon que el seno de incidencia con el seno de refraccion; y tirando KE que corta el ege en M , si CA fuese menor que CM , todos los rayos refractos divergirán del ege. 2324

Porque un rayo que viniese desde M á dar en K , se refringiría en la direccion KF ; lo demas se viene á los ojos por lo probado (202). Si en este último caso A camina ácia el centro, y pasa mas allá acercándose á la superficie per-

Fig. perficie; quando dicho punto llegare al centro, los rayos saldrán sin refringirse; y quando hubiere pasado mas allá, los rayos divergirán del ege, pero siguiendo una direccion opuesta á aquella que seguian en su primera divergencia.

235. 204 4.º Si tomáramos CA , CB , CG en proporcion continua en la razon del seno de incidencia al de refraccion, y colocáramos A y G del mismo lado de C , en el medio mas denso, los rayos divergirán todos exactamente del punto dado G .

Porque los triángulos CAB , CBG que tienen proporcionales los lados al rededor del ángulo comun C , son semejantes; por manera que el seno del ángulo de incidencia CBA es al seno del ángulo CBG ó CAB , como el lado opuesto CA es al lado opuesto CB ; quiero decir, por construccion, en la razon de los senos que miden la refraccion; por consiguiente CBG es el ángulo de refraccion, y los puntos A y G son invariables.

236. 205 5.º Si los rayos incidentes como AB vinieren paralelos á CD , inscribase en el ángulo BCD ó su suplemento, una linea DI que tenga con DC la misma razon que el seno de incidencia con el seno de refraccion; el rayo refracto BF será paralelo á DI .

Porque en el triángulo DCI el seno del ángulo DCI es al seno de DIC , como DI es á DC , esto es, por construccion, como el seno de incidencia es al seno de refraccion; pero DCI es igual al ángulo de incidencia

ABI ,

ABI , ó á su suplemento ; luego DIC ó FBC es el ángulo de refraccion ó su suplemento. Fig.

206 6.º De aquí sacamos un método práctico muy espedito para tirar en poco tiempo un número qualquiera de rayos refractos, trazando un arco desde el punto D como centro, y con el radio DI , tirando despues una recta qualquiera CB que corte dicho arco en I ; y tirando finalmente DI , y la BF que sea paralela con ella.

207 7.º Luego á medida que el arco DB crece, CF mengua ; porque por causa de los triángulos semejantes CFB , CDI , tenemos $CF : CB :: CD : CI$. Luego CF es recíprocamente como CI .

208 8.º Quando los rayos incidentes son divergentes, se pueden tirar con igual brevedad los rayos refractos. 238.
Tómese una línea DI que sea á DC , como el seno de incidencia al seno de refraccion, y tírese un radio Cd paralelo al rayo incidente AB ; en el ángulo dCB ó su suplemento inscribase una línea di igual con la línea constante DI , y tírese el rayo refracto paralelo á di . En el triángulo dCi , el seno del ángulo dCi es al seno de diC , como di es á dC , como el seno de incidencia es al seno de refraccion, por construccion ; pero el ángulo dCi es igual al ángulo de incidencia ABC ó á su suplemento ; luego el ángulo diC ó FBC es el ángulo de refraccion ó su suplemento. 239.

209 Despues de determinada por lo probado (200 y sig.) la posicion de un rayo refracto qualquiera, y el punto

Fig. donde dicho rayo es cortado por el rayo más inmediato (178), los puntos de una caustica quedarán determinados. Pero solo con considerar muchos casos que pueden ocurrir, podemos formar juicio de estas curvas.

240. 210 CASO I. Quando el punto radiante A , y el
 241. centro C de un círculo refringente EBE están ambos en un medio mas denso. Despues de trazado con el radio AC un arco de círculo DCD , tírense en este arco las cuerdas iguales CD , CD que tenga cada una con el seno CB ó CE la misma razon que el seno de incidencia con el seno de refraccion, y tirando los rayos incidentes ADE , ADE , los ramos de la caustica empezarán en E y E (175 y 178) donde tocan el círculo refringente, y se arrimarán continuamente al ege ACF , hasta que le encuentren en el focus principal F , y alli formarán una punta; con tal que A esté mas lejos del centro que el focus a de rayos paralelos á CA , que viniesen del lado opuesto. Pero si A caminare ácia a , la distancia Ff será infinita, por manera que el ege ACF llegará á ser una asímtota de los ramos de la caustica. Y si A pasare mas allá de a , los ramos se abrirán y tendrán dos asímtotas BF , BF , con las cuales
 241. serán paralelos los rayos al salir en B del círculo refringente. Esto habrá de suceder indispensablemente en cierta posicion de BA , esto es quando los rayos que vinieren del lado opuesto, paralelamente á FB , se juntaren en A . Porque la distancia focal de rayos que son paralelos, mengua á proporcion que el punto de incidencia se aparta del ege,

ege, hasta ser igual con ED (175). Hay tambien Fig.
 otros dos ramos imaginarios que tienen las mismas asím-
 totas, los quales nacen en el focus F actualmente colocado
 del otro lado del centro.

211 II. Quando CA es á CB como el seno de inci-
 dencia es al seno de refraccion, la caustica se reduce á un
 solo punto F , del qual todos los rayos divergirán por lo di-
 cho (204).

212 III. La figura representa una porcion de caus- 242.
 tica engendrada por una lente BBB plano convexa y grue-
 sa, en cuyo lado plano dán perpendicularmente rayos pa-
 ralelos, que por consiguiente no experimentan refraccion
 sino en el lado convexo. La posicion de los rayos refractos
 que dán en la circunferencia de la lente, se determina co-
 mo en el caso siguiente.

213 IV. Quedándose C en el medio mas denso, tras- 243.
 ládesse el punto radiante A al medio mas raro, y tírense 244.
 las tangentes AD , AD al círculo refrigente DBD ; tírense 245.
 despues las CD , CD , sobre las quales como diámetros trá-
 cense los semicírculos CED , CED ácia el medio mas denso,
 en los quales se tirarán las rectas CE , CE que tengan con
 el seno total CD la misma razon que el seno de refraccion
 con el seno de incidencia. Los ramos de la caustica, que
 empiezan en E , en la direccion DE , DE , se irán aproxi-
 mando al ege AC , hasta encontrarle en el focus principal
 F ; con tal que CA sea mayor que Ca ; ó tendrán las mis-
 mas posiciones que en el primer caso.

Fig. 214 Estando el punto radiante A en el medio mas
 243. raro , conclúyase el círculo DBD , que corte la caustica en
 F y F , el ege AC en G , y otro rayo qualquiera ABF
 en b . Suponiendo que el rayo AB se aparte del ege, y
 se arrime, girando al rededor de A , á la tangente AD , el
 arco Gb crecerá al principio hasta ser igual con el arco
 GF , y despues menguara hasta igualarse con el arco Gi ,
 cortado por el último rayo refracto DEi . Esto es eviden-
 te por el movimiento del rayo refracto BbF , mientras toca
 la convexidad de la caustica en F , con tal que el punto ra-
 diante A esté bastante lejos de la superficie, para
 que el último rayo refracto DEi pueda convergir ácia el
 ege AC .

246. 215 Para hallar la longitud de una caustica por re-
 fraccion, imaginaremos que á la caustica HFN se la en-
 vuelva con un hilo empezando desde el punto B ; se tra-
 zará una curva BLK , tal que la tangente LF mas la par-
 te FH de la caustica siempre será igual con la recta AH .
 Sea otra tangente Fml infinitamente próxima á FML , y
 otro rayo incidente Am , y desde los centros A y F trá-
 cense los pequeños arcos MO , MR ; los dos triángulos
 MRm , MOm serán semejantes con los dos triángulos MEC ,
 MGC . Tendremos, pues, Rm es á Om como el seno CE
 es al seno CG , ó como m es á n , representando la razon de
 refraccion por la de $m : n$. Pero Rm es el pequeño incre-
 mento del rayo AM , y Om es el pequeño incremento cor-
 respondiente de LM ; luego $AM - AB$, suma de los pe-
 que-



pequeños incrementos Rm , en la porcion de curva BM , es Fig.
 á ML ó $BH - MF - FH$, suma de todos los pequeños
 incrementos correspondientes Om , en la misma porcion BM ,
 como m es á n , y por consiguiente la porcion $FH = BH$
 $- MF + \frac{n}{m} BA - \frac{n}{m} AM$.

216 Quando el punto radiante A está á una distan-
 cia infinita, $AB = AM$, y AP es una linea recta perpendi-
 cular á los rayos incidentes, en este caso la caustica FH
 $= BH - MF$ ó $NH = BH - NK$.

217 Para hallar los puntos de una caustica qualquiera 247.
 originada de dos refracciones sucesivas, sea el rayo Bfb
 que toca en F la caustica EFF engendrada por la primera
 refraccion, el qual encuentra otra curva qualquiera Gbf , ó
 la misma continuada, y sea dicho rayo refringido en b , don-
 de encuentra la curva en la direccion de la linea bd , en la
 qual sea bd la distancia focal de otros rayos que vinieren pa-
 ralelamente á Bb , y sea en la bB , bc la distancia focal de
 otros rayos que vinieren paralelamente á db ; ya que F es
 el punto de concurso de los rayos que dán en la curva bG ,
 haremos $Fc : cb :: bd : dk$, y colocando dk á lo acostumbra-
 do (178), el punto k será el focus de un manojo muy
 delgado, despues de haber padecido dos refracciones, ó un
 punto de la segunda caustica Kfk . Tambien se pueden ha-
 llar los puntos de dicha curva por lo dicho (188 y 190),
 sin buscar el punto F de la primera caustica.

218 Por donde se echa de ver que una caustica en- 247.
 gendrada por las refracciones que padecen rayos al atrave-

Fig. sar una seccion circular de un cilindro ó círculo máximo de una esfera , tendrá una figura parecida á la que aqui representamos. Esta caustica que el ege ACK parte por medio , tiene cada una de sus mitades formada de dos arcos $KkFl$ y lki convexos el uno ácia el otro , y forman un retroceso l en lo interior del círculo. El arco $KkFl$ de la segunda caustica corta el círculo en el mismo punto F que la primera ; porque por la proporcion de arriba , quando los puntos F , b coinciden , ó quando $Fc = cb$, bd y dk son tambien iguales. El retroceso en l proviene de que mientras bk crece , y despues mengua , el punto b se arrima continuamente á G (214). Los arcos KFl y lki son convexos uno ácia otro , porque el rayo emergente , mientras su punto de contacto k se mueve desde K ácia F , ó ácia l , ó ácia i , corta el ege CK en ángulos siempre mayores , hasta que por último sale por i en la direccion de una tangente al círculo , ó á la caustica. Si el punto de donde vienen los rayos incidentes , estuviere á una distancia de la esfera , menor que la distancia focal de dicha esfera , la segunda caustica FKk tendrá dos asýmtotas como la primera , y se parecerán mucho las figuras de dichas curvas.

Esperimentos Dióptricos y Catóptricos.

219 ESPERIMENTO I. *Para averiguar qué ley sigue la luz en su diminucion , á medida que se aparta del cuerpo luminoso*

Hágase pasar la luz que despidе un punto A por un
agu-

agugero quadrado *bade*, recíbase despues en un plano *BCDE* Fig. paralelo al agugero ; quando la distancia *AB* de dicho plano al punto *A* , fuere dupla de la distancia *Ab* del agugero, las dimensiones del espacio iluminado *BD* serán duplas de las del agugero *bd* ; serán triplas , si *AB* fuese tripla de *Ab*, y prosiguiendo á este tenor ; todo esto se comprueba facilmente plantando una bugía en *A*.

220 Luego el espacio alumbrado *BD* , á una distancia *AB* dupla de *Ab*, será quatro veces mayor que el agugero ; á una distancia tripla, será nueve veces mayor ; á una distancia quadrupla , diez y seis veces &c. Pero se viene á los ojos que una misma cantidad de luz no puede alumbrar un espacio quadruplo , sin esparramarse quatro veces mas, y ser por lo mismo quatro veces mas debil ; que esparramada en un espacio nueve veces mayor , ha de ser nueve veces mas debil &c. Así, *la fuerza ó intensidad de la luz mengua en la misma razon que crece el quadrado de la distancia al punto luminoso*. Esto es lo mismo que probamos antes (13 y 14).

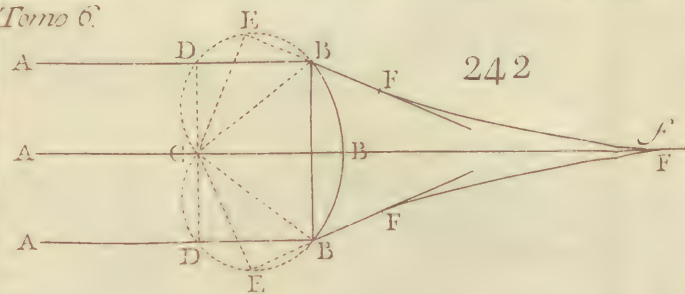
221 ESPERIMENTO II. *Para conocer la distancia focal de una esfera refringente de agua ó de vidrio.* 249.

Teniendo prevenida una bola de vidrio , hágase en un pedazo de papel de estraza un agugero de cerca de una pulgada de diámetro , y encólese en la superficie de la bola, y llénese de agua. Póngase despues vuelto ácia el sol el lado de la bola en que está pegado el papel , de modo que dando los rayos perpendicularmente en el agugero puedan

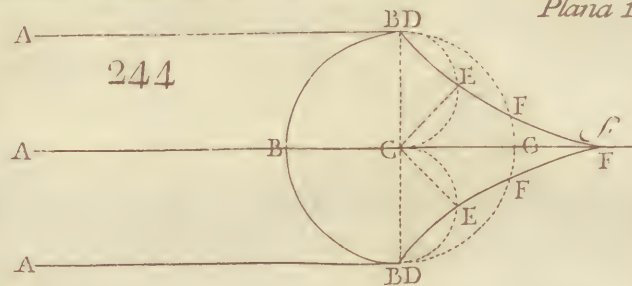
Fig. pasar por medio del agua ; los rayos convergentes se juntarán en el focus, á una distancia de la bola *igual al radio del globo*, conforme se puede verificar haciendo que los rayos refractos vayan á dar en un papel blanco que esté á dicha distancia. Este efecto no tiene (121) mas causa que la refraccion que ocasiona el agua, y de ningun modo proviene de la refraccion del vidrio. Porque si se repite el experimento con la bola vacía, la luz al dar en el papel despues de haber pasado por el agujero, formará una imagen tan ancha como el mismo agujero, sea la que fuere la distancia entre la bola y el papel. Si se hiciere este experimento con una bola sólida de vidrio, la distancia de su focus á la parte mas inmediata del globo, será *la quarta parte de su diámetro*.

222 ESPERIMENTO III. *Para averiguar el focus ó punto de concurso despues de una refraccion no mas.*

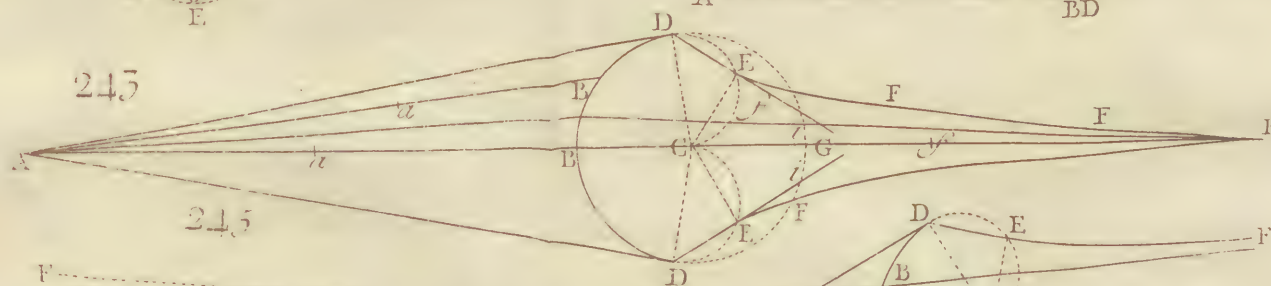
Quedándose todo del mismo modo que en el último experimento, encólese un pedazo de papel blanco y delgado al lado de la bola, que está enfrente del papel de estraza; y quando la luz del sol que viene del agujero, diere en el papel blanco, mídase con un compas su ancho GH , se hallará que es con poca diferencia la mitad del diámetro AB del agujero del papel de estraza. Esto manifiesta que si los rayos convergentes AG , BH se prolongaren, y pudieren ir en linea recta bastante lejos al salir del agua, se juntarian en un focus T , cuya distancia DT al punto mas próximo de la bola sería (219), con corta diferencia, la mitad de



242



244

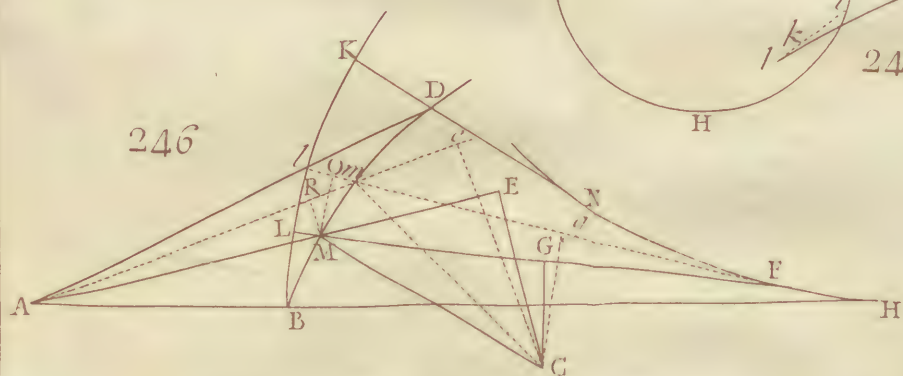


245

245



246



247



248



de CT que es la distancia al punto mas remoto , y sería por Fig.
 consiguiente igual al diámetro CD ; y por lo mismo CT es
 á TE como 4 á 3 , conforme digimos (117). Si el
 papel blanco estuviere pegado á la parte posterior de una
 bola de vidrio maciza , se hallará que el diámetro GH del
 círculo luminoso es igual á un tercio de AB ; por consi-
 guiente los rayos AG , BH convergen ácia un focus T que
 dista del punto D un tercio de su distancia al punto C (219);
 quiero decir que CT es á TE como 3 es á 2 (117).
 Si se hace este experimento con una vela encendida , pues-
 ta á mucha distancia de la esfera ; á medida que la vela se
 arrimará á la bola , el diámetro del círculo GH irá crecien-
 do continuamente ; y esto dá á conocer que el focus T se
 aparta de la bola , conforme digimos (118).

223 ESPERIMENTO IV. *Para hallar la distancia* 250.
focal de un vidrio convexo. Si pegamos al un lado de una
 lente convexa un papel con muchos agugeritos , y se le
 pone directamente al sol , los rayos que pasaren por los
 agugeritos , estamparán en un papel blanco puesto muy in-
 mediatamente detras de la lente , otras tantas manchas blan-
 cas que se irán juntando unas con otras al paso que se ale-
 jare el papel de la lente , hasta que en el focus no forma-
 rán mas que una sola mancha. Se podrá , pues , medir la
 distancia de este focus al vidrio , cuya distancia hemos lla-
 mado *Distancia focal* , y no se hallará sensiblemente muda-
 da , aunque se vuelva al sol el otro lado del vidrio (131),
 ni aunque se le incline un poco ácia los rayos inciden-

Fig. tes (136); y con tal que esta corta inclinación se haga sin comunicar algun movimiento al medio del vidrio, el focus, ó la mancha estampada en el papel no mudará sensiblemente de lugar. Esto manifiesta que el ege del manajo oblicuo prosigue en linea recta del mismo modo que el del manajo directo (127). Si se alejare mas el papel del vidrio, las manchas se separarán unas de otras.

224 EXPERIMENTO V. *Para conocer la distancia focal de un vidrio cóncavo.* Si se cubre del mismo modo una lente cóncava, y se la pone al sol, las manchas de la luz que pasare por los agujeros, y fuere á dar en el papel detras del vidrio, se irán apartando mas y mas unas de otras al paso que el papel se apartare del vidrio. Esto prueba que los rayos emergentes son continuamente divergentes respecto del focus colocado delante del vidrio. Quando la distancia ab de dos manchas qualesquiera es dupla de la distancia AB que hay entre los dos agujeros correspondientes del papel por donde pasan; la distancia Ef entre el papel y el vidrio es entonces igual á la distancia EF de su focus (219), y por este medio se puede medir.

Por medio de estos experimentos se averiguará que la distancia focal EF de una lente plano convexa, ó plano cóncava es igual al diámetro de su superficie convexa ó cóncava; esto es, de toda la esfera cuya parte es. Esto prueba lo dicho (117). Se deberá colocar el lado plano del vidrio perpendicular á los rayos incidentes, á fin de que le puedan atravesar sin quebrantarse. Prueban tambien

los espresados experimentos, que la distancia EF del focus Fig. de una lente doble convexa, ó doble cóncava, cuyas convexidades ó concavidades son iguales, es igual al radio de la una de las dos superficies, y que por consiguiente la distancia del focus de un vidrio de convexidades ó concavidades desiguales, ha de ser de una longitud media entre el diámetro y el radio de esfericidad de la superficie que es la mas convexa ó la mas cóncava. Porque si concebimos que un vidrio de convexidades ó concavidades desiguales se vá aplanando mas y mas, la distancia de su focus se irá haciendo siempre mayor (124 y 125), hasta que por fin sea igual al diámetro de esfericidad de la superficie que queda, conforme hemos dicho poco ha.

Los mismos experimentos se pueden repetir con un espejo cóncavo ó convexo pegándole un papel agujereado del mismo modo, y los resultados confirmarán lo dicho (46).

225 EXPERIMENTO VI. Despues de hallada la distancia EF del focus de un vidrio convexo, coloquémosle en el agujero de una tabla delgada ó carton CE perpendicularmente á una mesa larga ó al piso de un quarto. Por el punto C que está directamente debajo del medio del vidrio, tiraremos una linea larga AB perpendicular á la tabla, en la qual se medirá la distancia EF del focus desde C á F , desde F á I , desde I á II , desde II á III &c. y tambien del otro lado desde C á f , desde f á 1 , desde 1 á 2 , desde 2 á 3 &c. y tomando despues $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ de la distancia del

Fig. del focus , la señalaremos desde F ácia I , ó desde f ácia 1 , con los quebrados $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ &c. en los puntos de division, conforme se vé en la figura. Finalmente , se pondrá obscuro el quarto , y si se pone una luz en Q mas arriba de la señal I , los rayos que atravesarán el vidrio se juntarán en el punto q de un papel puesto mas arriba de la señal 1 ; y si ponemos la vela en II , y el papel en $\frac{1}{2}$, los rayos se juntarán todavía allí mismo. Quando la luz se pone en III , y el papel en $\frac{1}{3}$; en IV , y el papel en $\frac{1}{4}$ &c. y así prosiguiendo , se reparará el mismo efecto. Esto prueba lo dicho (132). Fuera de esto , se reparará que fq *varía en razon recíproca de FQ* ; quiero decir que mengua en la misma razon que FQ crece , y al revers.

226 ESPERIMENTO VII. Quedándose todo del mismo modo , si se coloca otra vela al lado de la primera , y á la misma distancia del vidrio , la union de sus rayos formará otra imagen en el papel q , del lado opuesto del ege QEq ; y se hallará que la distancia entre las dos imágenes tiene la misma razon con la distancia entre las velas , que la distancia de las imágenes al vidrio con la distancia de las velas al vidrio. Estas observaciones esplican por qué la imagen de una vela sola está trastornada en el papel , y porque varía su tamaño , quando muda de lugar ; porque lo que se ha visto de las dos velas , se puede aplicar á dos puntos qualesquiera de una misma vela ; por manera que este experimento aclara bastante lo que hemos dicho acerca de las imágenes (141) ; y lo que hemos esperimen-

mentado con una lente convexa, se puede tambien esperar- Fig.
mentar con un espejo cóncavo puesto en el agujero de la
tabla.

227 ESPERIMENTO VIII. Si los rayos del sol ó de 253-
la luna ó de una vela apartada, que se han hecho conver-
gentes ácia un focus q por medio de una lente convexa E ,
son interceptados por un espejo AB , los reflectirá de mo-
do que se harán convergentes ácia un focus Q tan aparta-
do del espejo ácia adelante, quanto lo está q ácia atras. Se
puede hacer la prueba con poner un pedazo de papel blan-
co en Q , para que le hieran los rayos reflejos. Por consi-
guiente, si suponemos que los rayos reflejos vuelven direc-
tamente del punto Q ácia el espejo AB , los reflectirá de
modo que se harán divergentes ácia q . Esto prueba lo di-
cho (43 y 44). Si plantamos una lente convexa en
el agujero de una ventana, y ponemos obscura la pieza, 254-
las imágenes de los obgetos esteriore, como PQR , que se
veían trastornadas en el papel vertical, como pqr , pueden
parecer derechas por la reflexion que se hace abajo en
un papel orizontal $p'q'r'$, quando el espectador vuelve las
espaldas á la lente.

228 ESPERIMENTO IX. Sea la que fuere la figura y
el tamaño del agujero hecho en el papel pegado á la lente,
la figura y magnitud del obgeto será la misma que quan-
do no estaba cubierta la lente; porque cada parte pequeña
de un manojó de rayos tiene el mismo focus que el manojó
total. Pero la claridad de la estampa irá siendo menor á

pro-

Fig. proporcion de lo que fuere menor el agujero ; porque la claridad de luz que alumbra cada punto de la estampa, mengua en la misma proporcion. Si la lente fuese muy gruesa y ancha , esta diminucion de su abertura aumentará sensiblemente la distincion de la pintura , porque los rayos que dán en los bordes del vidrio no estan refringidos cabalmente en el mismo punto donde dán los de enmedio , conforme lo prueba el experimento propuesto antes (194 y sig.).

*Elementos analyticos de la Catóptrica
y Dióptrica.*

229 Cuestion I. *Dado el focus de los rayos que bien casi perpendicularmente una superficie esférica dada, hallar sus focus despues de las refracciones.*

255. Sea OI la superficie dada cuyo centro está en S , y en uno de sus radios OS prolongado , sea Q el focus dado de los rayos incidentes como QI , ¿dónde estará el focus q de los rayos refractos ?

Llamaremos OS , OQ , Oq respectivamente S , Q , q , y sea $m:n$ la razon dada entre los senos de incidencia y de refraccion , con la circunstancia de que m sea mayor que n . Térese la SI , y una vez que los ángulos muy pequeños son con muy corta diferencia proporcionales á sus senos , tendremos ángulo OSI : áng SIQ :: Q : $Q - S$ (143), y áng SIQ : áng SIq :: $m:n$, y multiplicando ordenadamente estas dos proporciones sacaremos áng OSI : áng SIq :: $mQ:nQ - nS$, de donde (L.394) resultará áng OSI :
án-

áng SqI , esto es $q : S$ (143 y III. 305) $:: mQ : (m$ Fig.
 $-n)Q + nS$. Luego escribiendo s en lugar de $m - n$, in-

feriremos esta fórmula general $q = \frac{mQs}{sQ + ns} = \frac{\frac{m}{s}SQ}{Q + \frac{n}{s}S}$.

230 Este es el valor de q en el caso propuesto, esto es, quando las OQ , OS , Oq están del mismo lado de la superficie OI ; pero tambien abraza la fórmula otro caso qualquiera, quiero decir, que dará el valor de q en todos los casos, tratando siempre OQ como positiva, y mudando el signo de S , quando OS y OQ estuvieren en lados distintos respecto de su origen O , y el signo de s , quando el seno de incidencia fuese menor que el seno de refraccion; y finalmente colocando Oq del lado opuesto á OQ , quando de esto resultare negativo el valor de q en la fórmula.

231 Quando la linea S , esto es OS , llega á ser infinita, la superficie OI llega á ser plana, y en este caso

$q = \frac{m}{n}Q$, porque entonces $\frac{\frac{m}{s}SQ}{Q + \frac{n}{s}S}$ se reduce (II. 183)

á $\frac{\frac{m}{s}SQ}{\frac{n}{s}S} = \frac{\frac{m}{s}Q}{\frac{n}{s}} = \frac{m}{n}Q$. Luego $qO : QO :: m : n$, esto

es, como el seno de incidencia al de refraccion. Esto conviene con lo dicho (144).

232 Quando la linea Q es infinita, supongamos que el punto q llegue á t , entonces la linea q ó $t = \frac{m}{s}S$, por-

que la fórmula se reduce (II. 183) á $\frac{\frac{m}{s}SQ}{Q} = \frac{m}{s}S = q$

=

Fig. ∞t . Asimismo, quando q es infinita, en cuyo caso el denominador del quebrado que espresa su valor ha de ser cero (II. 180), será $Q + \frac{n}{s} S = 0$, y $-Q = \frac{n}{s} S$. Supondremos, pues, que el punto Q pasa á T ; en cuyo caso la línea $-Q$ ó $T = \frac{n}{s} S$. Pero $t - S = \frac{m}{s} S - S = \frac{mS}{m-n} - S = \frac{n}{m-n} S = \frac{n}{s} S$. Por consiguiente, las continuaciones St , OT de SO ácia los focus principales t , T son iguales entre sí, y tiene cada una de ellas con SO la misma razon que n con s ó $m - n$; esto es lo mismo que sacamos antes (145).

233 Si en la fórmula (229) en lugar de $\frac{m}{s} S$ substituimos su igual t , y en lugar de $\frac{n}{s} S$ su igual T , sacaremos $q = \frac{tQ}{Q+T}$. Luego $Q - q = Q - \frac{tQ}{Q+T} = \frac{Q+T-t}{Q+T} Q = \frac{Q-s}{Q+T} Q$. Luego la línea $QT : QO :: QS : Qq$, lo mismo que se sacó (160).

234 Como en la reflexion el ángulo de incidencia es igual al de reflexion, será respecto de los rayos reflejos $m = n$; pero como los senos de estos dos ángulos siempre caen á partes opuestas el uno respecto del otro, será $n = -m$. Por consiguiente, si en la fórmula general (229) substituimos $-m$ en lugar de n , y $2m$ en lugar de s saldrá $q = \frac{\frac{1}{2}SQ}{Q - \frac{1}{2}S}$; cuya espresion determina el focus de los rayos reflectidos por una superficie esférica OI .

235 Por consiguiente, quando S llega á ser infinita, la superficie OI es un plano, en cuyo caso $q = -Q$, conforme probamos (50).

Quan-

236 Quando Q es infinita, imaginemos que q llegó Fig. á T' , entonces la línea q ó $T' = \frac{1}{2}S$, conforme hemos demostrado (52).

237 Si en la fórmula (234) substituimos T' en lugar de su valor hallado en el número antecedente, resultará $q = \frac{T'Q}{Q-T'}$, luego $q - T' = \frac{T'Q}{Q-T'} - T' = \frac{T'T'}{Q-T'}$, cuya espresion está diciendo que $T'Q, T'S, T'q$ están en proporcion continua, lo mismo cabalmente que dejamos probado (54).

238 Cuestion II. *Dado el focus de los rayos que dan casi perpendicularmente en una lente dada, hallar su focus despues de su refraccion.*

Sea $OIEo$ la lente dada, cuyos vértices son O y o ; R 256 el centro de la primera superficie OI ; r , el de la segunda oE ; P , el focus dado de los rayos incidentes en el ege $oOrR$, prolongado; y p , el focus que se pide de los rayos emergentes. Sea p' su focus despues de su primera refraccion en la superficie OI , y $m:n$ la razon de los senos como antes. Llamemos Oo , or , OR , OP , op respectivamente o, r, R, P, p , y en lugar de Q, S, m, n, s substituuyamos en la fórmula general (229) P, R, m, n, s , sacaremos $Op' = \frac{mPR}{sP+nR}$; añadiendo á esta espresion Oo ú o , resultará Op' ó $p' = \frac{mPR+sPo+nRo}{sP+nR}$. En lugar de Q, S, m, n, s escribamos $p', r, n, m, -s$, y saldrá $p = \frac{nrp'}{sP'+mr}$, y substituyendo en esta última cantidad el valor de p' , sacaremos $p = \frac{mnPRr+nsPro+nnRro}{msPr-msPR+mnRr-sPo-nRro}$.

239 Esta fórmula, correspondiente á un menisco,

Fig. cuya superficie cóncava está vuelta ácia P , se aplica igualmente á qualquiera especie de lentes, sea la que fuere su figura, con imaginar que el uno de sus diámetros ó ambos OR , or crecen, menguan, ó llegan á ser infinitos, y despues negativos, hasta que el menisco llegue á tener la forma de la lente dada; y con mudar el signo de R ó r quando los radios están en distintos lados de sus superficies O , o respecto del focus P ; y finalmente, colocando p del otro lado de o respecto de P , quando su valor hallado por este camino fuese negativo.

240 Si fuese R infinita, escribiríamos ∞ en su lugar, en virtud de lo qual la fórmula se aplicaría tambien á las lentes plano convexas cuya primera superficie es plana; y con escribir $-R$ en lugar de R , se aplica á la lente doble convexa; con escribir $-R$ en lugar de R , y ∞ en lugar de r , se aplica á una lente plano convexa cuya primera superficie es convexa; substituyendo $-R$ en lugar de R , y $-r$ en lugar de r , y $o+r$ en lugar de R , se aplica á una lente cuyas superficies son concéntricas, y la primera es convexa; y con escribir $R+o$ en lugar de r , se aplica á una lente cuyas superficies son concéntricas, y la primera es cóncava; y con escribir ∞ en lugar de r , se aplica á una lente plano cóncava cuya primera superficie es cóncava; y con escribir $-r$ en lugar de r , se aplica á la lente doble cóncava. Con escribir ∞ en lugar de R , y $-r$ en lugar de r , se aplica al plano cóncavo cuya primera superficie es plana; y finalmente se aplica á la esfera

cu-

cuyo radio $= R$, y el diámetro $= Oo$, con substituir Fig.
 $-R$ en lugar de R , R en lugar de r , y $2R$ en lugar
 de o ; y con substituir números dados en lugar de la razon
 de la refraccion, el mayor en lugar de m , y el menor en
 lugar de n , se aplicará á una lente de qualquiera materia
 dada.

241 Si todas las cantidades que lleva la fórmula
 fuesen dadas de magnitud y posicion, á excepcion de una,
 sea la que fuere, se hallará su valor acudiendo á las opera-
 ciones que para esto hemos enseñado en los Elementos de
 Algebra, y tambien se hallará la razon entre los senos de
 incidencia y refraccion, con substituir la unidad en lugar
 de m ó n , y buscar el valor de la otra. Este es un egem-
 plo notable de la gran generalidad del Algebra.

242 Síguese de la fórmula 1.º que como el grueso
 de la lente en la mayor parte de los usos ópticos suele ser
 muy pequeño respecto de los radios de sus superficies, y
 como la exactitud de la fórmula pende de la pequeñez de
 los ángulos de incidencia y refraccion; quiero decir, todo
 lo demas siendo igual, del poco ancho, y por consiguiente
 del poco grueso de la lente, la fórmula será todavia bas-
 tante exacta aun despues de desechados todos los términos
 multiplicados por o , considerándolos como estremadamente
 pequeños respecto de los demás. Y dividiéndolos todos pri-
 mero por m , y despues por $sr - sR$, sacaremos $p =$

$$\frac{nPRr}{sr - sR - nRr} = \frac{\frac{n}{s} \times \frac{Rr}{r - R} \times P}{P + \frac{n}{s} \times \frac{Rr}{r - R}}$$

Fig. 243 2.º Quando p es infinita, supongamos que el punto P llegue á F , entonces la línea P ó $F = -\frac{n}{s} \times \frac{rR}{r-R}$, conforme se sigue de lo dicho antes. Luego las distancias de los focus OF , of son iguales, y $r = R : r :: \frac{n}{s} R : F$ ó f . Es la misma regla que dimos (153), porque $\frac{n}{s} R$ es la continuacion de R de que hablamos alli mismo.

244 3.º Si en la fórmula que sacamos poco ha (242), substituimos F en lugar de su valor hallado últimamente (243), hallaremos $p = -\frac{FP}{F-F} = \frac{FP}{F-P}$. Luego $p - P = \frac{FP}{F-P} - P = \frac{FP}{F-P}$. Luego las líneas PF , PO , Pp forman una proporcion continua, y la primera y tercera ván de un mismo lado respecto de P ; esto mismo dejamos probado en otro lugar (160).

245 4.º Luego $p + f = \frac{FP}{F-P} + F = \frac{FF}{F-P}$, y $PF : FO :: of : fp$; lo mismo cabalmente que sentamos (157).

1257. 246 5.º Si Q que es el focus de los rayos incidentes, estuviere á corta distancia al uno ú otro lado del ege de una lente de un grueso qualquiera, se hallará el focus q de los rayos emergentes practicando lo siguiente. Por los puntos Q y R tírese una recta QRI perpendicular á la primera superficie, y el focus q' de la primera refraccion, estará en algun punto de esta línea. Por q' y r tírese $q'rE$ perpendicular á la segunda superficie, y el focus q despues de la segunda refraccion estará en algun punto de esta segunda línea. Se hallará, pues, q' y q por lo dicho (229).

247 6.º Pero en el supuesto de que los dos focus

P y Q estén á iguales distancias de la primera superficie, Fig. sus focus conjugados p y q estarán tambien á distancias iguales de la segunda superficie con cortísima diferencia, con tal que el intervalo entre los focus P y Q , ó por mejor decir que el ángulo PRQ sea muy pequeño.

Porque yá que por el supuesto $OP = IQ$, será $Op' = Iq'$, y por consiguiente $Rp' = Rq'$, y añadiendo Rr á cada miembro, saldrá $rp' = rR + Rq' = rq'$ con muy corta diferencia, siendo muy pequeño el ángulo $p'Rq'$. Luego $op' = Eq'$, ó poco falta, y $op = Eq$.

248 7.º Luego la imagen pq de un obgeto chico PQ perpendicular al ege de una lente, será con muy corta diferencia perpendicular al mismo ege.

249 8.º Luego dicho obgeto PQ tendrá con su imagen pq la razon dada de $(sP + nR)r$ á $(sp + nr)R$, con muy corta diferencia.

Porque si tiramos $p'q'$, las figuras PRQ , $p'Rq'$ serán semejantes, ó poco faltará, lo mismo digo de $p'rq'$ y pqr ; y como $OT = \frac{n}{s}R$ (232), y $PT : PO :: PR : Pp'$, con muy corta diferencia (233), sacaremos, dividiendo, $PT : TO :: PR : p'R :: PQ : p'q'$, y tomando tambien $ot = \frac{n}{s}r$, por ser t el focus de los rayos paralelos despues de la refraccion en oE , que siguen una direccion opuesta á los rayos que suponemos convergentes ácia p' ; tendremos tambien $pt : po :: pr : pp'$, y $ot : pt :: p'r : pr :: p'q' : pq$, y $PQ : pq :: PT \times to : pt \times TO :: (P + \frac{n}{s}R) \frac{n}{s}r : (p + \frac{n}{s}r) \frac{n}{s}R :: (sP + nR)r : (sp + nr)R$.

Eig. DE LA DIFERENTE REFRINGIBILIDAD
DE LOS RAYOS DE LUZ,
Y DE LOS COLORES.

250 Si cada manojó de luz fuera un cuerpo simple y homogéneo, sería de todo punto verdadero quanto dejamos sentado hasta aquí; pero por el contrario, si cada espiga de luz es un cuerpo heterogéneo, no pueden menos de padecer sus restricciones algunas de las proposiciones antecedentes. Es, pues, de suma importancia aclarar este punto, para cuya averiguación lo mas acertado es, en nuestra inteligencia, copiar al pie de la letra los experimentos del gran Newton, con los quales probó á fines del siglo pasado, que todo manojó de luz, conforme viene del cuerpo luminoso, se compone de siete rayos, cada uno de un color distinto, propio é invariable.

1258. 251 ESPERIMENTO I. Hice en la puerta ventana de un quarto muy obscuro un agujero redondo *F* cuyo diámetro venía á ser de un tercio de pulgada; apliqué á dicho agujero un prisma triangular de vidrio *ABC* para refringir el manojó de rayos solares *SF* que entraba en el quarto al salir del prisma, el manojó se apartaba de su primera dirección ácia arriba, é iba á pintar en la pared opuesta del quarto una imagen del sol, ó espectro *coloreado*, esto es de varios colores, figurado en *PT*. En este experimento y los siguientes el ege del prisma, esto es, la línea que pasando por

por medio del prisma vá de un extremo á otro paralelamente al borde del ángulo refringente , era perpendicular al ege del manojo. Volviendo poco á poco el prisma al rededor de su ege , reparé que la imagen coloreada del sol pintada en la pared por la luz refracta , bajaba al principio , y despues subia ; y quando entre el subir y bajar me pareció estacionaria ó fija , paré el prisma y le afirmé en la situacion en que entonces se hallaba. Fig.

En esta situacion del prisma , las refracciones que los rayos padecian en sus lados , eran iguales ; por manera que quando queria que las refracciones en ambos lados del prisma fuesen iguales , reparaba el sitio donde la imagen coloreada del sol se paraba entre el subir y bajar , y quando daba la imagen en dicho sitio , fijaba el prisma.

Hecho esto , hice que la luz refracta diese en una hoja de papel blanco *MN* que puse cerca de la pared opuesta del quarto , y observé la figura y las dimensiones de la imagen solar *PT* que la luz estampaba en el papel. Esta imagen era prolongada , tenia los lados rectilíneos y paralelos , y sus extremos redondos. Por los lados era terminada con bastante distincion , pero en los extremos era muy confusa , debilitándose allí la luz por grados , antes de desaparecerse del todo. A la distancia de diez y ocho pies y medio del prisma , lo ancho de la imagen cogia como dos pulgadas y un octavo , su longitud como unas diez pulgadas y un quarto , y la de sus lados rectilíneos como unas ocho pulgadas. El ángulo refringente *ACB* del prisma que

Fig. dilatada la luz en dicho espacio , era de 64° . Quando el ángulo era menor , la imagen era menos larga , pero cogía lo mismo que antes de ancho. Es tambien de reparar que los rayos de luz iban en linea recta desde el prisma á la imagen , y que por consiguiente tenian entre sí al salir del prisma la inclinacion de que provenia la longitud de la imagen : esta inclinacion era de mas de dos grados y medio. La imagen *PT* era coloreada ; sus colores los mas vivos, empezando á contarlos desde abajo , eran el *colorado*, *anaranjado*, *amarillo*, *verde*, *azul*, *añil* y *violado*, con una multitud infinita de medias tintas entre ellos.

252 De este experimento y otros muchos que traeremos, infirió Newton que la luz del sol se compone de la mezcla de muchas especies de rayos coloreados ; quiero decir , que cada uno de ellos tiene su color propio, entre los quales hay algunos que con incidencias iguales se refringen mas que otros , por cuyo motivo se llaman *mas refringibles*. El colorado *T*, que está mas próximo á la imagen circular que los rayos directos del sol hubieran pintado en *T'* á no haberlos refringido el prisma , pertenece á los rayos menos refringidos. Los demás colores , como el anaranjado , amarillo , verde , azul , añil y violado que se apartan mas de la misma imagen *T'* que el colorado , pertenecen á rayos que han padecido mayores refracciones ; por manera que los mas refractos son los que han dado los colores que están mas arriba.

253 Por lo mismo que la imagen es cinco veces mas lar-

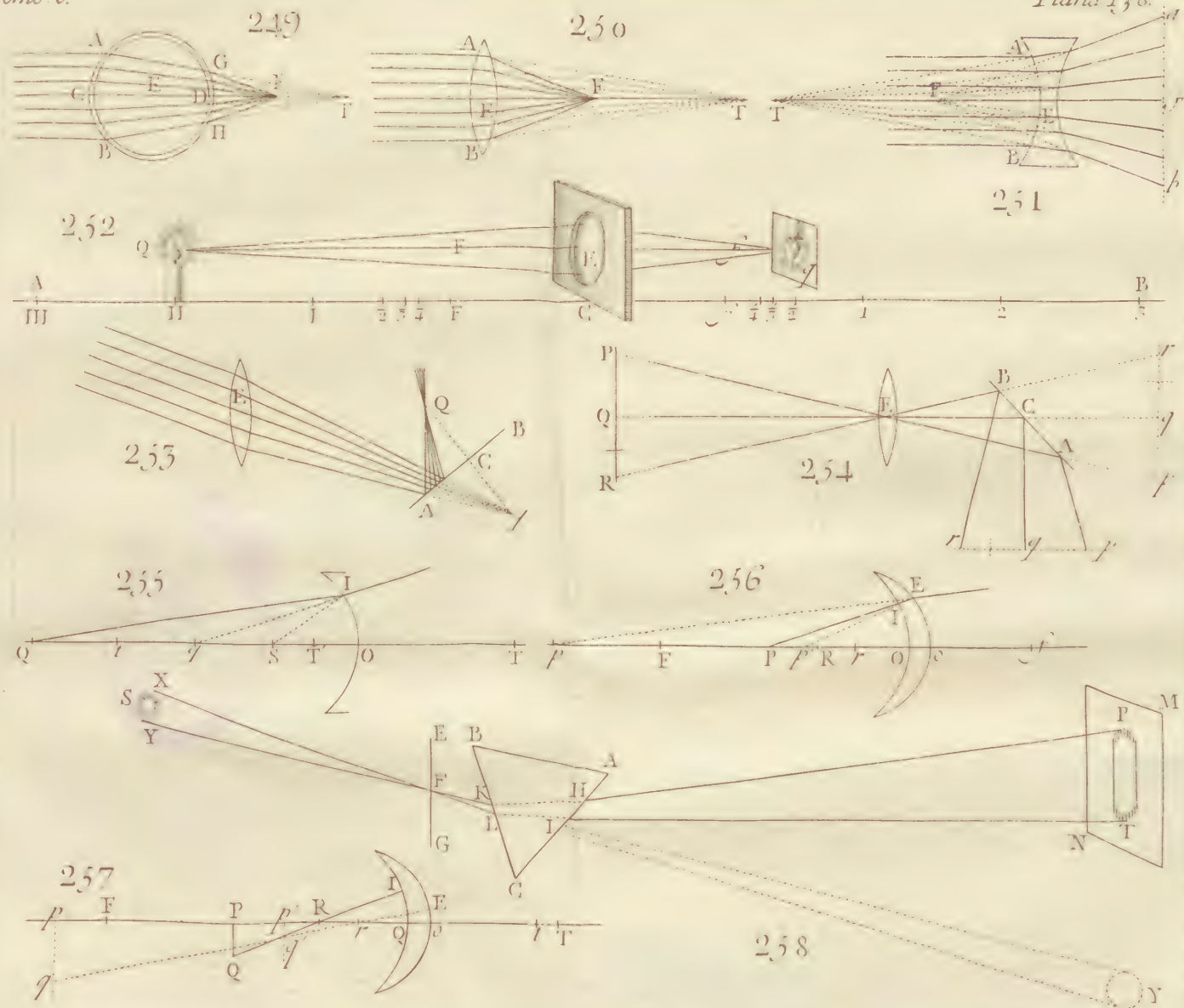
larga que ancha , los rayos nos han padecido todos una re- Fig.
fraccion igual. Porque vamos á demostrar que si todos los
rayos fuesen igualmente refringidos , quando el prisma está
en la situacion espresada (251) ; quiero decir , quan-
do la imagen es estacionaria , y está por consiguiente lo mas
baja que puede estar , la imagen debería ser redonda como
la mancha que está en *T*.

Sea *EG* la puerta ventana , *F* el agujero que se le ha 258.
hecho por el qual el manjo de rayos solares entra en el
aposeno , *ABC* el prisma , *XT* el sol , *MN* el papel en
que se estampa la imagen del sol , y *PT* la imagen misma
cuyos lados son rectilíneos y paralelos , y los extremos *P*
y *T* son redondos. Sean *TKHP* , *XLIT* dos rayos de los
quales el primero que viene del borde inferior del sol , vá
á dar en el extremo superior de la imagen que se vé en el
papel , despues que ha padecido dos refracciones al atrave-
sar el prisma , la una en *K* , y la otra en *H* ; y el segun-
do , que viene del borde superior del sol , vá á dar en el
extremo inferior de la imagen , despues que ha sido refrin-
gido en *L* é *I*. Ya que se supone que las dos refracciones
en los dos lados del prisma son iguales , esto es , que la
refraccion en *K* es igual á la que se hace en *I* , y que la
refraccion en *L* es igual á la refraccion en *H* ; por mane-
ra que la suma de las refracciones en *K* y *L* de los rayos
incidentes es igual á la de las refracciones en *I* y *H* de
los rayos emergentes ; síguese que las refracciones en *K* y
H componen una suma igual á la de las refracciones en *I*
y

Fig. y L , y que por lo mismo una vez que ambos rayos se apartan igualmente de sus direcciones primitivas, están inclinados uno respecto de otro al salir del prisma, del mismo modo que antes de llegar á él, esto es, medio grado que corresponde al diámetro del sol. Luego la longitud PT de la imagen subtendería un ángulo de medio grado, igualmente que su ancho; de donde se seguiría que la imagen sería redonda, y no hay duda en que así sucedería, en el supuesto de que los dos rayos $XLIT$, $YKHP$, y todos los demás que forman la imagen PT fuesen igualmente refringibles. Luego ya que manifiesta la experiencia que dicha imagen no es redonda, que antes al contrario es muy prolongada, se infiere que los rayos que por causa de una refraccion mayor, ván á dar en el extremo superior P de la imagen han de ser mas refringibles que los que ván á dar en el extremo inferior T , á no ser que la desigualdad de refraccion sea casual.

254 Solo falta, pues, probar de modo que no quede duda alguna, que la desigualdad de las refracciones que los rayos padecen no es casual, ni proviene de que cada rayo sea dilatado, y como hendido y esparramado en muchos rayos divergentes; y que antes al contrario es constante y regular, esto es, que con incidencias iguales hay indispensablemente rayos mas quebrantados unos que otros, y que lo son constantemente.

255 Esto se averigua facilísimamente procurando que los rayos padezcan otra refraccion despues que han salido del





del prisma en el experimento propuesto (251); pero Fig. no en la misma direccion , sino de lado , y se egecuta colocando perpendicularmente otro prisma *DH* despues del primero *ABC* , de modo que la luz refracta le haya de atravesar. 259.

Porque si los rayos no fuesen mas que dilatados y esparramados por las refracciones que padecen al atravesar el prisma , de manera que de esto proviniera el ser prolongada la imagen del sol , el segundo prisma debería dilatar y esparramar de lado cada uno de los rayos que salieren del prisma *ABC* , cabalmente del mismo modo que este ha dilatado de arriba abajo los rayos que recibió inmediatamente del sol , y causar por consiguiente en latitud lo que el otro ha causado en altura , de lo qual debería resultar indispensablemente una imagen quadrada *pp'tt'* del sol , compuesta de bandas coloreadas de igual longitud que la primera imagen *PT* , que no serian mas que las porciones coloreadas de dicha imagen *PT* estendidas y dilatadas por la dispersion de los rayos que las tiñen , ocasionada por el segundo prisma.

256 Pero nada de esto sucede. La latitud de la imagen *PT* se mantiene la misma y no crece. La única mudanza que padece la imagen consiste en que en vez de ser vertical , es inclinada conforme está figurado en *pt* ; y esto es una consecuencia natural de las refracciones cruzadas de los dos prismas. Su extremo inferior *T* es el que menos se ha movido , y esto prueba que los rayos que teñian el extremo *P* de la imagen , como los azules y violados , padecen

cen

Fig. cen mayores refracciones al pasar por el segundo prisma, que los rayos colorados y amarillos que formaban el extremo *T*; y que por consiguiente son todavía los mas refringibles despues de haber atravesado el primer prisma.

257 Colocó Newton otro prisma mas allá del segundo, y despues otro mas allá del tercero, á fin de que la imagen fuese muchas veces quebrantada de lado por dichos prismas, y halló constantemente que los rayos que padecian en el primer prisma mayor refraccion que los otros, la padecian tambien mayor en los demás, sin que la imagen se dilatase jamas de lado. Luego, añade, los rayos que son constantemente mas quebrantados que los otros, son los mas refringibles.

258 Pero para hacer esto aun mas patente, hemos de recordar que los rayos que son igualmente refringidos, caen todos (253) en un círculo que corresponde al disco del sol, y que por consiguiente la imagen coloreada *PT* se ha de considerar como formada de imagenes circulares que *se anticipan* unas á otras, ó cogen unas sobre otras, en tanto número quantos son los rayos de diferente refringibilidad. Si la imagen circular *T* del sol, formada por un manjo de rayos no refractos, se transformára en la imagen prolongada *PT* por la dilatacion, y esparramamiento de cada uno de los rayos en particular, ó por otra qualquiera irregularidad en la refraccion del primer prisma, sería preciso por la misma razon que, por causa de la refraccion cruzada del segundo prisma que tambien dilataría los rayos, cada uno de

de los círculos que componen dicha imagen, padeciése también dilatacion, y formase una imagen prolongada; por manera que la latitud de la imagen PT se hallaría tan aumentada como la longitud de la imagen T' habia sido aumentada antes por la refraccion del primer prisma ABC ; y por consiguiente como las porciones coloreadas de la imagen PT causada por el primer prisma, adquirirían la misma longitud que dicha imagen, resultaría indispensablemente una imagen quadrada $pp'tt'$.

259 Luego una vez que la latitud de la imagen PT no es aumentada por la refraccion del segundo prisma, es constante que esta refraccion ni dilata ni parte los rayos, ni los esparrama irregularmente de otro modo ningunos; sino que cada círculo es trasladado todo entero á otro lugar por una refraccion regular y uniforme; que la mayor refraccion lleva el círculo AG á ag ; que una refraccion menor lleva el círculo BH á bb , y así de los demás. Se compone, pues, la imagen inclinada pt , del mismo modo que la primera PT , de círculos dispuestos en línea recta, y de igual magnitud que los que forman la imagen PT , y como lo propio se verifica en la nueva imagen que se forma colocando quantos prismas se quisieren despues de los dichos, hemos de inferir que los rayos que tienen cada uno de los espresados círculos, tienen absolutamente un mismo grado de refringibilidad que guardan constantemente, y que los rayos de diferentes círculos discrepan en la refringibilidad en una razon determinada y constante.

Es~

Fig. 260 ESPERIMENTO II. Al manojo de rayos solares 260. SF que entraban en el quarto por el agujero de la ventana, opuse á la distancia de algunos pies del agujero un prisma ABC , procurando que su ege fuese perpendicular al ege del manojo. Despues miré por el prisma el agujero F , y haciendo girar el prisma al rededor de su ege para que subiese y bajase la imagen pt del agujero, quando entre estos dos movimientos opuestos me pareció estacionaria, paré el prisma á fin de que las refracciones en los dos lados del ángulo refringente pudiesen ser iguales como en el esperimento antecedente. Estando dispuesto de este modo el prisma, miré por él el agujero F , y reparé que en la longitud de su imagen pt , formada por los rayos refractos, cabia muchas veces su ancho; que la parte p de dicha imagen formada por los rayos mas refractos, parecia de color de violeta; que la que formaban en t los rayos menos refractos, parecia colorada, y que las partes intermedias eran el añil, azul, verde, amarillo, anaranjado, en el orden que los acabamos de nombrar, empezando desde abajo. Quité despues el prisma de la luz del sol, y mirando por él el agujero, alumbrado por la luz de las nubes, reparé todavia lo mismo. Sin embargo, si los rayos se refringiesen todos igualmente, habiendo una razon constante entre los senos de incidencia y de refraccion, como se cree comunmente, la imagen formada por la luz refracta hubiera debido salir redonda; se debe, pues, creer en vista de estos dos esperimentos, que siendo iguales las incidencias,

den-

dencias hay mucha desigualdad en las refracciones. Fig.

261 ESPERIMENTO III. Hice en medio de cada una 261.
de las dos tablas delgadas *DE*, de un agujero redondo de un tercio de pulgada de diámetro, y haciendo despues en *F* otro mas ancho en la puerta ventana de un quarto muy obscuro, á fin de introducir en él un manojo grande de rayos del sol, coloqué detras de la puerta ventana enfrente del agujero un prisma *ABC* para refringir dicho manojo, del mismo modo que en los esperimentos antecedentes. Detras y muy cerca de este prisma levanté perpendicularmente la una de mis tablas *DE*, colocándola de manera que el medio de la luz refracta pudiese pasar por el agujero *G* que la habia hecho, interceptando la tabla lo demás. A la distancia de unos doce pies de dicha tabla levanté despues la segunda *de* tambien verticalmente, y la puse de modo que dejase pasar por el agujero *g* que la habia hecho, el medio de la luz refracta que, despues de haber pasado por el agujero de la primera tabla, habia ido á dar en la pared opuesta, y que lo demás dando en la tabla *de*, pudiese pintar en ella una imagen coloreada del sol. Inmediatamente mas allá de esta segunda tabla, puse otro prisma *abc* con la mira de romper la porcion de luz coloreada que habia pasado por el agujero *g*. Estando todo así dispuesto, fui volviendo poco á poco el primer prisma *ABC* al rededor de su ege, á fin de que haciendo subir y bajar la imagen estampada en la segunda tabla *de*, todas sus partes pudiesen pasar succesivamente por el agujero *g*.

Fig. gero de la misma tabla , y dar unas despues de otras en el prisma que estaba mas allá. Al mismo tiempo señalé en la pared opuesta los puntos M y N donde daba dicha luz despues de refringida por el segundo prisma , y reconocí por la diferencia de dichos puntos M y N , que la luz que habia padecido la mayor refraccion en el primer prisma ABC , y formaba el extremo azul de la imagen estampada en la tabla de , padecia todavia al pasar por el segundo prisma abc , una refraccion mayor que la luz que pintaba de colorado el otro extremo de la imagen. Porque quando la parte inferior de la luz que daba en la tabla de , pasaba por el agujero g , iba á dar en la pared abajo, en M ; y quando la parte superior de la misma luz pasaba por el mismo agujero g , iba á dar en la pared mas arriba, en N ; finalmente quando alguna porcion intermedia de la misma luz pasaba por el agujero g , el punto de la pared donde daba , siempre estaba entre M y N . Es evidente que como los agujeros hechos en las tablas nunca mudaban de posición , la incidencia de los rayos en el segundo prisma era la misma para todos; no obstante , habia rayos mas refractos y otros menos. Los que habian padecido mayor refraccion al atravesar el primer prisma , eran los que el segundo prisma refringia mas. Luego es mucha razon llamar *Rayos mas refringibles* aquellos que padecen constantemente mayor refraccion que los otros.

262 ESPERIMENTO IV. *Pero los rayos del sol no solo se diferencian en la refringibilidad , se diferencian tambien*

bien en la reflexibilidad, y los mas refringibles son tambien Fig. los mas reflexibles. Escogí un prisma isósceles ABC de 262. tal forma, que cada uno de sus ángulos de la base era de 45° , siendo recto el tercero en A ; recibí en uno de sus lados AC casi perpendicularmente un manajo de rayos solares FM introducido en un quarto muy bien cerrado, por un agujero F de un tercio de pulgada de diámetro, hecho en la puerta ventana de un balcon, y volviendo poco á poco el prisma al rededor de su ege, hasta que la luz que habia atravesado el uno de sus ángulos ACB , y habia salido resuelta en rayos de distintos colores MG , MH , empezase á ser reflectida en la direccion MN por la base BC , que hasta entonces la habia dejado pasar, reparé que los colores como MH , que habian padecido la mayor refraccion, eran reflectidos antes que los demas. Para asegurarme mejor de que los rayos que desaparecian en H , eran reflectidos y entraban en el manajo MN compuesto de la luz que la base BC del prisma habia reflectido, hice pasar este manajo de luz refleja por otro prisma VXT ; y dicha luz habiendo sido refringida por este segundo prisma, la recibí en una hoja de papel blanco puesta á alguna distancia del prisma, en cuya hoja estampó en pt los colores ordinarios del espectro. Entonces fui volviendo el primer prisma ABC al rededor de su ege, por el orden de las letras A , B , C , y reparé que quando los rayos MH , que habian sido mas refringidos por dicho primer prisma, y parecian azules y de color de violeta, empezaron á ser totalmente reflectidos, la

Fig. porcion azul y viólada p de la imagen pt , que pertenecía á los rayos que habian padecido la mayor refraccion en el segundo prisma, llegó á ser sensiblemente mas viva, siendo así que el colorado y amarillo en t se quedaron tan débiles como antes; y que despues quando lo restante de la luz compuesto de verde, amarillo y colorado, estuvo enteramente reflectido, y hubo desaparecido en G , la otra porcion t de la imagen pt pintada con los mismos colores, se hizo tan viva como la primera. Esto prueba incontrastablemente que los rayos que, con la misma incidencia que los demas en la base BC , habian padecido la mayor refraccion, eran tambien los primeros que la misma base reflectía. Aquí no se trata de ninguna refraccion en los lados AC , AB del prisma, porque los rayos solares entran en dicho prisma, y salen de él perpendicularmente ó casi perpendicularmente á sus lados, y por consiguiente no padecen ninguna refraccion, ó la padecen tan corta por lo menos, que los ángulos de incidencia en la base BC no padecen ninguna alteracion sensible, particularmente si cada uno de los ángulos de dicha base BC del prisma fuere de 40° . Porque los rayos FM no empiezan á ser totalmente reflectidos, sino quando el ángulo CMF es de unos 50° (113); por manera que entonces formarán con AC un ángulo recto.

Manifiesta este experimento que el manajo de luz MN reflectido por la base del prisma, añadiéndole primero los rayos los mas refringibles, y despues los que lo son menos, se compone de rayos distintamente refringibles.

Es

263 Es facil de probar que los rayos *MH* han de Fig. ser con efecto los primeros que se reflectan. Porque (113) quando un rayo pasa de un medio mas denso á otro que lo es menos, hay una oblicuidad de incidencia de tal grado que, en llegando á ser mayor, no puede el rayo entrar en el segndo medio; si el seno de incidencia fuese tal que el seno de refraccion sea mayor que el seno total, es constante que el rayo lejos de introducirse en el segundo medio, por mas raro que sea, se reflectirá. Pero como los rayos *MH* son siempre mas refringidos que los otros, serán por consiguiente los primeros que dejarán de poder entrar en el ayre, y se reflectirán. Por lo mismo es evidente que los rayos mas refringibles han de ser tambien los mas reflectibles.

264 Llamo *Luz simple y homogenea* (dice Newton) aquella cuyos rayos son igualmente refringibles; y aquella cuyos rayos tienen distintos grados de refringibilidad, la llamo *Luz heterogenea ó compuesta*. Si llamo homogenea la primera, no es porque yo crea que lo sea á todos respectos, sino porque los rayos que concuerdan en refringibilidad, concuerdan por lo menos en todas las demás propiedades que consideraré mas adelante.

265 Llamo los colores de las luces homogeneas, *colores homogeneos, primitivos y simples*, y llamo *heterogeneos y compuestos* los colores de las luces heterogeneas. Porque estos siempre se componen de las luces homogeneas, conforme se evidenciará por lo que diré mas adelante.

266 Llamo *Rayos colorados* los que son colorados,

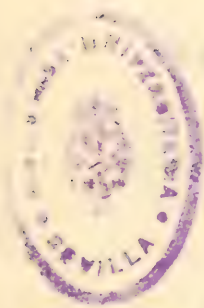
Fig. ó , por mejor decir, los que son causa de que los obgetos se nos manifiestan con este color ; y aquellos que nos manifiestan los obgetos amarillos , verdes , azules ó violaceos, los llamo *Rayos amarillos , verdes , azules , violaceos*. Y si me sucede algunas veces hablar de la luz y de los rayos que la componen , como si fuesen coloreados , suplico al lector tenga presente que entonces no entiendo hablar filosóficamente y con propiedad , sino groseramente y conforme al juicio que formaría el vulgo si viera estos experimentos. Porque, hablando con propiedad , los rayos no son coloreados , y no hay en ellos mas que cierta virtud , cierta disposicion particular á proposito para causar una sensacion de este ó aquel color. Porque así como en el cuerpo sonoro el son no es otra cosa mas que un movimiento de vibracion ; que en el ayre no es mas que el mismo movimiento comunicado desde el obgeto ; que finalmente en el *sensorio* es el sentimiento de dicho movimiento debajo la forma del son ; asimismo , los colores en los obgetos no consisten mas que en una disposicion para reflectir esta ó aquella especie de rayos con mayor copia que otra qualquiera , y en los rayos es una disposicion para comunicar este ó aquel movimiento hasta el sensorio , donde se hacen las sensaciones de dichos movimientos conocidas con el nombre de colores.

267 Por la demostracion matemática de antes (253
263. y sig.) es constante que los rayos que son igualmente refringibles, dan todos en un círculo que corresponde al disco aparente-

rente del sol ; y lo probaremos dentro de poco con un espe- Fig.
rimento. Ahora bien , sea AG el círculo que todos los ra- 263.
yos mas refringibles, emanados del disco entero del sol , ilu-
minarian y pintarian en la pared opuesta , si no hubiera
mas que ellos ; EL , el círculo pintado por todos los rayos
menos refringibles , si no hubiera mas que ellos ; BH , CI ,
 DK &c. los círculos que pintarian sucesivamente en la
pared otras tantas especies intermedias , si el sol enviara
cada una de ellas separada de todas las demás ; imagínese
finalmente una infinidad de otros círculos intermedios que
una infinidad de otras especies intermedias de rayos tra-
zaría sucesivamente en la pared , si el sol enviára succe-
sivamente cada una de ellas separada de las demás. Pero
como todas estas especies de rayos emanan á un tiempo del
sol , es preciso que los rayos que componen todas estas
diferentes especies , pinten todos juntos una infinidad de
círculos iguales que siguiéndose sin interrupcion , segun sus
grados de refringibilidad , forman la imagen prolongada PT
que he pintado en el primer experimento.

268 Pero si se pudieran disminuir los diámetros de
estos círculos , sin mudar cosa alguna en las distancias y
posiciones de sus centros , cogerian menos unos sobre otros,
y por consiguiente la mezcla de los rayos heterogeneos
disminuiría en proporcion. Sean los círculos AG , BH , 263.
 CI &c. de que acabamos de hablar ; y sean ag , bb , ci
&c. otros tantos círculos menores puestos en igual orden
entre dos rectas paralelas ae , gl con las mismas distancias

Fig. entre sus centros , é iluminados por las mismas especies de rayos que los primeros ; quiero decir , que el círculo *ag* sea iluminado por rayos de la misma especie que el círculo correspondiente *AG* , y los demás círculos *bb* , *ci* , *dk* , *el* , *fm* sean iluminados por la misma especie de rayos que cada uno de los círculos correspondientes *BH* , *CI* , *DK* , *EL* , *FM*. En la figura *PT* compuesta de círculos grandes , tres de ellos *AG* , *BH* , *CI* están de tal modo enredados y cogen unos sobre otros , que las tres especies de rayos que iluminan dichos círculos , se hallan mezcladas juntas y con una multitud de otras especies de rayos intermedios en *QR* en medio del círculo *BH* : casi en toda la longitud de la figura *PT* se repara una mezcla semejante. Pero en la figura *pt* compuesta de los círculos chicos , los tres círculos chicos *ag* , *bb* , *ci* que corresponden á los tres grandes de que acabó de hablar , no cogen unos sobre otros ; no hay si quiera un punto en estos tres círculos pequeños , donde estén mezcladas unas con otras dos de las tres especies de rayos que los iluminan , siendo así que en la figura *PT* estas tres especies están mezcladas en *QR*. Por consiguiente para disminuir la mezcla de los rayos , bastará disminuir los diámetros de los círculos. Pero hay seguridad de conseguir esta diminucion , si se puede lograr que el diámetro del sol , á quien corresponden dichos diámetros , sea menor de lo que es , ó lo que viene á ser lo mismo , si fuera del quarto á mucha distancia del prisma , se les opone á los rayos del sol un cuerpo opaco que tenga un agujero redondo



do en medio , á fin de interceptar toda la luz del sol , á Fig.
 excepcion de aquella que viniendo del medio del disco del
 astro , puede ir al prisma por la espresada abertura. Por
 este medio los círculos *AG*, *BH* &c. no corresponderán ya
 al disco entero del sol , sino solamente á aquella parte del
 sol que puede ser vista desde el sitio donde está el prisma,
 por el agujero , esto es , á la magnitud aparente del agujero
 vista desde dicho sitio. Pero para que dichos círculos pue-
 dan corresponder mas distintamente al agujero , se ha de
 poner inmediatamente antes del prisma una lente por medio
 de la qual la imagen del agujero , esto es, cada uno de los
 círculos *AG*, *BH* &c. será distintamente estampado en el
 papel en *PT* ; egecutando esto , no será menester colocar el
 agujero muy lejos , ni siquiera mas allá de la ventana. Por
 lo qual en lugar de valirme de él , me contenté con ha-
 cer uno en la puerta de mi ventana, que me sirvió confor-
 me voy á referir.

269. ESPERIMENTO V. Habiendo introducido en mi 264.
 quarto, despues de estar bien cerrado , la luz del sol por un
 agujero pequeño hecho á la puerta de la ventana , la reci-
 bí á diez ó doce pies de la venta en una lente *MN* que me
 dió una imagen distinta del agujero *F* en un papel puesto
 en *I*. Inmediatamente despues de dicha lente puse un pris-
 ma *ABC* , por el qual teniendo la luz que pasar por preci-
 sion , era refringida indispensablemente, y la imagen redon-
 da formada en el papel por la lente antes de la intercep-
 cion del prisma , se transformaba en una imagen prolonga-

Fig. da *pt* cuyos lados eran paralelos. Despues recibí esta nueva imagen en otro papel que puse á una distancia del prisma igual, con poca diferencia, á la de la primera imagen *I*, arrimando ó apartando el papel del prisma, hasta dar con la distancia á la qual los lados rectilíneos de la imagen *pt* estaban señalados con la mayor distincion. Porque entonces las pequeñas imagenes circulares del agujero que componian esta imagen, del mismo modo que los círculos *ag*, *bb*, *ci* &c. componen la figura *pt*, eran terminadas muí distintamente; y como no se enredaban unas con otras, sino lo menos que era posible, se sigue que la mezcla de los rayos heterogeneos habia llegado á ser la menor que podia ser. Los círculos *ag*, *bb*, *ci* &c. que componen la imagen *pt*, son iguales cada uno al círculo *I*; así, con achicar el agujero *F*, ó apartar la lente de dicho agujero, se pueden disminuir quanto se quisiere, estando siempre sus centros á las mismas distancias unos de otros. Se pueden, pues, con disminuir lo ancho de la imagen *pt*, separar quanto se quisiere los círculos coloreados que la componen. Si respecto de las miras que se pueden llevar, se hallare que dicha imagen es muy angosta, es facil darla mas ancho, substituyendo en lugar del agujero redondo *F* un agujero prolongado, casi á manera de paralelogramo, cuya longitud sea paralela á la del prisma. Porque si dicha abertura tuviere una pulgada ó dos de largo, y una décima ó vigésima de pulgada no mas de ancho, y aun menos, la luz de la imagen *pt* será tan simple como antes, y aun mas; y

la

la imâgen será mucho mas ancha , y por consiguiente mas Fig.
conducente para los experimentos.

270 Este experimento es muy delicado , y se deben tomar algunas precauciones indispensables para que salga bien. Por no haberlas tomado todas, no les ha salido á algunos Físicos que pensaron coger á Newton en un descuido , como si su poca maña fuese una razon para dudar de un experimento hecho por manos tan diestras como las de Newton. Este gran varon * encarga se procure que el quarto sea lo mas obscuro que se pueda , por recelo de que se mezcle alguna luz estraña con la de la imâgen *pt* , y destruya su simplicidad; que la lente esté bien labrada ; que el ángulo refringente del prisma sea bastante abierto como de 65° á 70° ; que dicho prisma sea de un vidrio muy homogéneo , sin ampollas ni venas , y que sus caras sean exactamente planas y bien bruñidas. A mas de esto , se han de cubrir los bordes del prisma y de la lente pegándoles un papel negro á fin de impedir toda refraccion irregular. Se ha de interceptar tambien con papel negro la parte de la luz del rayo solar introducido en el quarto, que no sirve para el experimento ; porque siendo reflectida esta luz inutil por todas partes en el aposento , se mezclaria con la imâgen , y la pondría turbia.

La

* Quando graduo á Newton de varon grande , no llevo otra mira que la de tributar los debidos elogios á su bien merecida gloria , por haber dado muestras , mas que hombre ninguno , de talentos estraordinarios y portentosos para las ciencias matemáticas y físicas.

Fig. 271 *La luz homogenea es siempre refringida regularmente , sin que los rayos se dilaten , dividan ó esparramen; y no vemos confusamente por los cuerpos refringentes , los objetos que nos envian una luz heterogenea , sino por razon de la diversa refringibilidad de las diferentes especies de rayos. Pruébanlo los esperimentos siguientes.*

272 **ESPERIMENTO VI.** Hice que la imagen de luz homogenea de que hablé antes , diese en un pedazo de papel negro que tenia enmedio un agujero redondo de cerca de un quinto ó sexto de pulgada de diámetro , de modo que alguna parte de la luz pudiese pasar por el agujero del papel , mas allá del qual puse un prisma á fin de quebrantar la luz que por dicho agujero pasaba. Opuse perpendicularmente á esta luz homogenea un papel blanco , puesto á dos ó tres pies de distancia del prisma , la imagen no salió prolongada como en el primer esperimento , quando era formada por la luz compuesta del sol ; pero me pareció , en quanto pude juzgarlo con la vista , perfectamente redonda , no teniendo mas de largo que de ancho. Esto prueba que dicha luz era refringida regularmente sin ninguna dilatacion de los rayos , y sirve de prueba ocular de la proposicion que antes probamos (252).

273 Pide tambien muchísimo cuidado este esperimento para salir bien , sin lo qual la imagen no es perfectamente redonda , es un poco prolongada , y está siempre terminada en sus extremos por algun flequillo de colores distintos del suyo. Estas precauciones vienen á ser las mis-

mas

mas que requiere el quinto experimento (269). Es Fig. preciso que el quarto esté perfectamente obscuro ; porque á no serlo , la luz que por él está esparcida , pasando en parte por el agujero de la tabla con el rayo homogéneo , y entrando también con él en el prisma , se resuelve allí , y añade por consiguiente á la imagen colores que sin esto no tuviera.

Requierese también para el buen éxito de este experimento , que el rayo con el qual se hace , sea muy homogéneo y muy puro , porque si no lo es , se resuelve al atravesar el prisma , y dá una imagen en cuyo borde se ven diferentes colores.

Es , pues , preciso que el prisma que hubiese separado este rayo de los demás , sea de un vidrio muy limpio , y que sus lados sean muy planos y lisos , á fin de impedir toda refracción irregular , y sea el rayo lo mas homogéneo que sea posible.

274 EXPERIMENTO VII. Despues de haber recibido un manojo de rayos homogéneos en un círculo de papel de un quarto de pulgada de diámetro , y un manojo de rayos del sol sin quebrantar , blanco y heterogéneo , en otro círculo de igual diámetro , me aparté algunos pies de dichos círculos , y despues los miré por un prisma. El círculo iluminado por la luz compuesta del sol pareció muy prolongado , como en el segundo experimento , siendo su longitud muchos tantos mayor que su latitud , pero el otro círculo iluminado de una luz homogénea , guardó su figura y
pa-

Fig. pareció distintamente terminado del mismo modo que quando se les miraba con los ojos solos.

275 ESPERIMENTO VIII. Puse moscas y otros obgetos pequeños á una luz homogenea , y mirándolos por un prisma , ví sus partes señaladas tan distintamente como si los hubiera mirado solo con los ojos. Pero mirando tambien por un prisma los mismos obgetos alumbrados de la luz del sol , los ví terminados muy confusamente , de modo que no podia distinguir sus partes pequeñas. Presenté tambien letra de molde muy menuda á una luz homogenea , y despues á una luz compuesta ; y mirándola por un prisma , me pareció tan confusa en el último caso , que no me fue posible leerla , siendo así que en el primero la vía bastantemente distinta para leerla con mucha facilidad , y aun me pareció que la vía tan distinta como si la mirara solo con los ojos. En ambos casos miré los mismos obgetos en la misma situacion , por el mismo prisma , y á la misma distancia ; no habia mas diferencia que la de la luz que daba en ellos , la qual en el un caso era simple , y en el otro compuesta ; por consiguiente no hay duda en que la distincion de la vision en el primer caso , y su confusion en el segundo provenia de la diferencia de las luces que habian alumbrado succesivamente los mismos obgetos. Esta es otra prueba de la proposición (271).

276 Es muy digno de notarse que en estos tres experimentos la refraccion jamás ha causado ninguna mudanza , ni alteracion en el color de la luz homogenea. Pero hay

hay todavía mas , y es que estos colores que las refraccio- Fig.
nes no pudieron mudar , tampoco los mudaron las reflexio-
nes. Porque todo cuerpo blanco , pardo , colorado , amari-
llo , verde , azul , violaceo , como el papel , las cenizas , la
mina de plomo colorado , el oropimente , el añil , las vio-
las , las ampollas de agua matizadas de varios colores , plu-
mas de pavo real , el tinte de palo nefrítico &c. todo esto
presentado á una luz homogenea colorada parecia enteramente
colorado ; á una luz azul , enteramente azul ; á una
luz verde , enteramente verde , y así de los demás colores.
Todos estos cuerpos estando dentro de una luz homogenea,
qualquiera que fuese su color , parecian totalmente del mis-
mo color. No se reparaba mas diferencia sino que algunos
reflectian con mas fuerza dicha luz , y otros con menos,
pero hasta ahora no he hallado cuerpo alguno que , reflec-
tiendo una luz homogenea , pudiese mudar sensiblemente su
color.

De todo esto resulta con evidencia , que si la luz del
sol no constase mas que de sola una especie de rayos , no
habría en el mundo mas que un color ; que no sería posi-
ble hacer otro color nuevo , sea por refraccion ó reflexion,
y que por consiguiente la diferencia de los colores pende
de componerse la luz de rayos de colores diferentes.

277 La imagen *pt* formada por los rayos separados
en el experimento quinto , contando desde su extremo *p* teñi-
do de los rayos los mas refringibles , hasta su otro extremo *t*
donde daban los menos refringibles , contenia los colores

si-

Fig. siguientes por este orden , violaceo , añil , azul , verde , amarillo , anaranjado , colorado con una infinidad de medias tintas entre ellos ; de suerte que se vían tantos colores diferentes , quantas eran las especies de rayos de distintas refringibilidades. Y como ni la refraccion ni la reflexion causan mudanza alguna en dichos colores , se sigue que toda luz homogenea tiene su color propio , que corresponde á su grado de refringibilidad.

278 Cada rayo homoganeo considerado separadamente , sigue en su refraccion una sola y misma ley , por manera que su seno de incidencia tiene con su seno de refraccion una razon invariable ; quiero decir , que hay respecto de cada rayo coloreado una razon de refraccion que discrepa de las demás , y no pertenece mas que á él. Antes que manifestemos como Newton ha averiguado con experimentos los números que espresan esta razon , daremos el método por el qual determina la razon de refringibilidad de los rayos de una refringibilidad media , esto es , de los que dán en medio de la imagen. Hemos prevenido (251) que quando el ege del prisma es perpendicular al manojó de los rayos solares , y la refraccion los lleva arriba , volviendo poco á poco el prisma al rededor de su ege , la imagen coloreada del sol estampada en la pared ó en un papel , baja primero y despues sube ; y que si se asegura el prisma en la posición en que se halla quando dicha imagen es estacionaria , esto es , quando se para entre la bajada y la subida , los rayos padecen al salir del prisma,

re-

refracciones iguales á las que padecen al introducirse en él. Fig.

Porque mientras la imagen baja , es evidente que la suma de estas dos refracciones disminuye continuamente, y despues crece mientras sube ; hay , pues , dos situaciones del prisma , la una antes que la imagen sea estacionaria , la otra despues , en las quales la suma de las refracciones en sus lados es la misma , con lo qual la imagen dá en el mismo sitio de la pared. El rayo DE en la primera 265. de estas dos posiciones , y el rayo $d'e'$ en la segunda , que 266. atraviesan el ángulo refringente del prisma, están igualmente inclinados á sus lados AB , BC , bien que ácia direcciones encontradas ; quiero decir , que los triángulos BDE , $Be'd'$ son semejantes. Porque suponiendo que esto sea así, y que los rayos vayan ácia uno y otro lado , por las rectas DE , $d'e'$, las refracciones que padecen al salir en D y e' , son iguales , del mismo modo que las que padecen al salir en E y d' , y por consiguiente la suma de las refracciones desiguales en D y E es igual á la de las refracciones que se hacen en d' y e' ; y por esta razon la imagen queda estampada en el mismo sitio de la pared en ambas posiciones espresadas del prisma. Pero la esperiencia enseña que á medida que dicho sitio se acerca mas á aquel donde la imagen es estacionaria , dichas dos posiciones del prisma se arriman mas á aquella donde está quando la imagen está entre el subir y el bajar. Así los ángulos de los 267. lados DE , $d'e'$ de los triángulos semejantes BDE , $Be'd'$ se arriman al mismo tiempo por grados á la igualdad, y son por

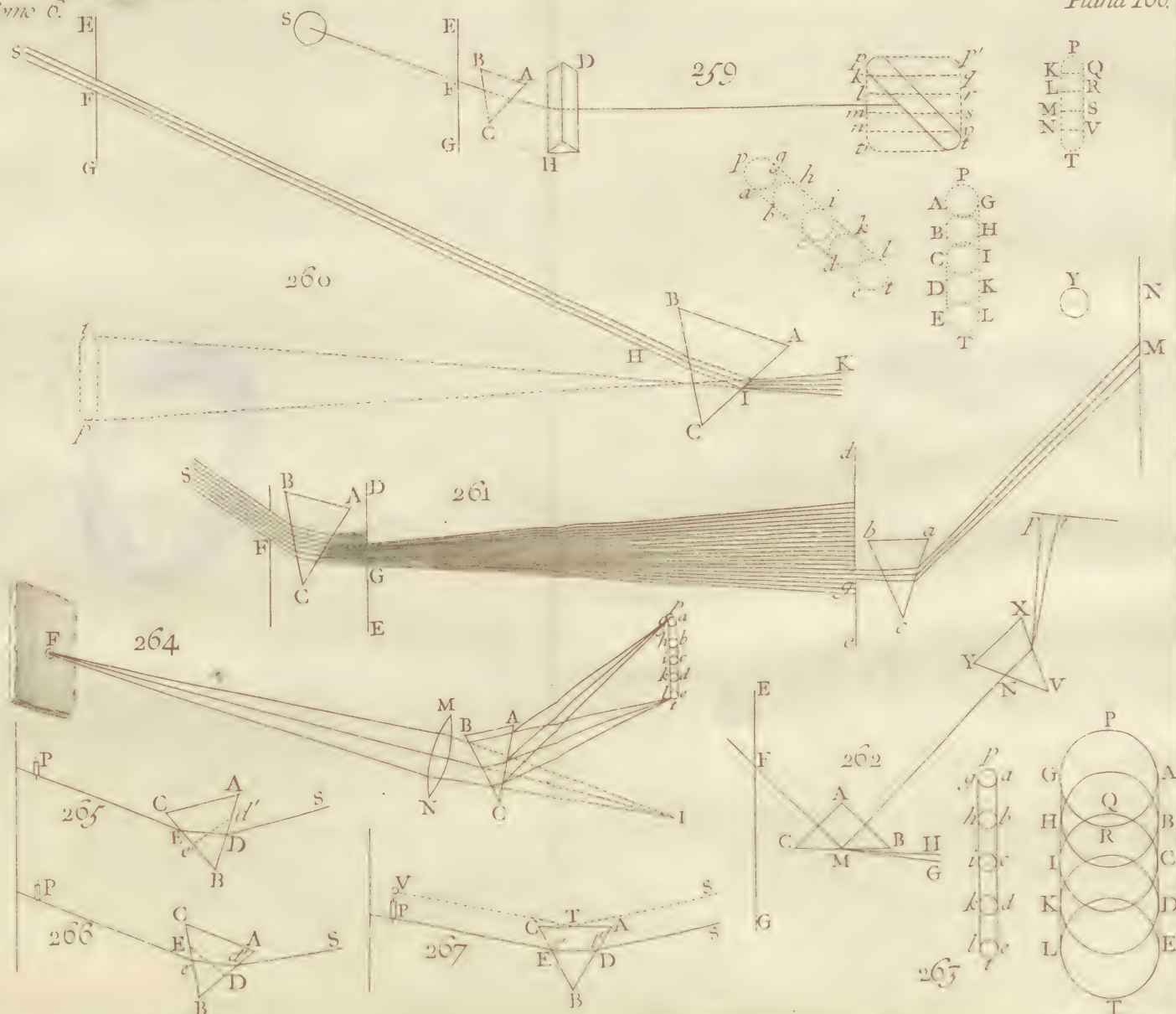
Fig. por fin iguales quando la imagen es estacionaria ; y por consiguiente las refracciones en D y E son entonces iguales ; de modo que suponiendo el prisma isósceles , el rayo refracto DE es paralelo á su base AC .

279 En esta situacion del prisma que dá la imagen estacionaria , el ángulo de refraccion de un rayo , al entrar en el prisma , es igual á la mitad del ángulo refringente ABC .

268. Porque si tiramos LDK perpendicular á AB , y BQ perpendicular á la base DE del triángulo isósceles DBE , que dividirá por lo mismo en dos partes iguales el ángulo vertical B de dicho triángulo ; es evidente que el ángulo de refraccion QDK será igual á la mitad QBD del ángulo refringente del prisma.

280 Pero este ángulo refringente se puede medir facilmente por medio de dos reglas (haciendo que formen un ángulo) puestas encima de una mesa muy lisa , de modo que no descansen sino parte de ellas sobre la mesa , y mudando el ángulo que forman las dos reglas , hasta que coincidan con los lados del ángulo refringente del prisma puesto entre ellas. Porque trazando entonces sobre la mesa el ángulo que forman , se sabrá el valor del ángulo refringente , conforme se puede ver en la figura donde ab y cd son las reglas , y el prisma es e .

268. 281 Estando dispuesto el prisma como antes , para averiguar el ángulo de incidencia SDL , se medirán con un cuadrante de círculo los ángulos que forman el rayo incidente-





dente SD , y el rayo emergente EP con el horizonte; la Fig. mitad de su suma añadida al ángulo de refraccion EDK hallado ya, dará el ángulo de incidencia SDL .

Porque prolongando dichos rayos hasta que encuentren en M y N una horizontal qualquiera MN , despues de cruzarse en I ; los ángulos en M y N serán los ángulos que dichos rayos formarán con el horizonte. Y como estos dos ángulos juntos son iguales al ángulo exterior MIE , que es igual á los dos ángulos interiores juntos del triángulo IDE ; la mitad de la suma de los ángulos que los dos rayos forman con el horizonte, es igual al uno de dichos ángulos iguales IED , IDE ; pero el ángulo IDE añadido al ángulo de refraccion EDK , dá el ángulo de incidencia IDK ó SDL ; luego &c.

282 Si el sol está bastante alto para que el rayo emergente EP llegue á ser paralelo al horizonte, entonces el ángulo en N se desaparecerá; y si el sol subiere aun mas arriba, el rayo emergente se inclinará ácia abajo, y el ángulo en N será entonces negativo; por lo qual, para hallar en este último caso el ángulo de incidencia, se le deberá añadir á la mitad del ángulo refringente del prisma, la mitad de la diferencia de los ángulos que forman los dos rayos con el horizonte.

283 Pondremos aquí una aplicación que Newton trahe de este método; tratábase de determinar la refraccion media al paso de los rayos desde el ayre al vidrio. El ángulo refringente del prisma con que operaba, era de 62°

Fig. 30'; la mitad de este ángulo, que es $31^{\circ} 15'$ es el ángulo de refracción en el prisma, cuyo seno es 5188, siendo el radio 10000. Siendo el eje del prisma paralelo al horizonte, y siendo estacionaria la imagen del sol en la pared, observó con un cuadrante de círculo el ángulo que los rayos de una refringibilidad media, quiero decir, aquellos que daban en medio de la imagen coloreada, formaban con el horizonte, añadiendo despues este ángulo á la altura del sol observada al mismo tiempo, halló que el ángulo *PIM* que formaban los rayos incidentes y emergentes, era de $44^{\circ} 40'$, cuya mitad $22^{\circ} 20'$, añadida al ángulo de refracción $31^{\circ} 15'$, dá $53^{\circ} 35'$ para el ángulo de incidencia, cuyo seno es 8047; y la razon entre estos senos en números redondos es de 20 á 31. Es evidente que al pasar los rayos desde el vidrio al ayre, la razon de 31 á 20 dá la del seno de incidencia al de refracción respecto de los mismos rayos de refringibilidad media.

284 La excelencia de este método es muy patente. No pide mas instrumentos que un cuadrante de círculo y un prisma. Siendo dupla la refracción del rayo, el error que se puede cometer en la práctica, no puede ser mas que la mitad de lo que sería si fuese simple la refracción. A mas de esto, es muy facil colocar el prisma en la situacion necesaria; y aun quando no se consiguiera plenamente, con tal que faltase poco, el lugar de la imagen, ó la suma de las dos refracciones, no por esto dejaría de ser la misma; como es facil verificarlo con hacer la prueba, y es evidente por otra parte, pues la

suma de las refracciones es entonces la menor de todas. Por- Fig.
que se sabe, y se puede inferir de lo dicho (III. 398 &c.)
que las variaciones de las cantidades engendradas por el
movimiento, son generalmente insensibles quando dichas
cantidades llegan á ser las mayores ó menores posibles.

285 Veamos ahora como Newton halló la razon de
refraccion de los rayos mas y menos refringibles al pasar
del vidrio al ayre. De la longitud $9\frac{3}{4}$ ó 10 pulgadas
de la imagen del sol, que el prisma de que hemos habla-
do le habia dado á la distancia de unos 18 pies y medio,
restó la latitud de dicha imagen que cogía $2\frac{1}{8}$ pulgadas,
á fin de sacar la longitud que la imagen tendria si el sol no
fuese mas que un punto, cuya longitud se quedó por con-
siguiente en $7\frac{3}{4}$ pulgadas, al poco mas ó menos; claro está
que esta longitud es la subtensa del ángulo que los rayos
los mas refringibles, y los que lo son menos, forman al
salir del prisma, despues de haberse introducido en él,
siguiendo las mismas lineas. Este ángulo es, pues, de
 $2^{\circ} 0' 7''$ siendo de $18\frac{1}{2}$ pies la distancia desde la imagen
al sitio del prisma donde se forma este ángulo. Pero la mi-
tad de este ángulo es el que dichos rayos forman con los
rayos de una refringibilidad media al salir del prisma; y
la quarta parte de este ángulo, esto es, $30' 2''$ dá el án-
gulo que formarían los rayos emergentes de menor y ma-
yor refringibilidad, con los mismos rayos emergentes de re-
fringibilidad media, si coincidieran con ellos en el prisma,
y si no padeciesen mas refraccion que al salir de dicho pris-

Fig. ma. Porque si en virtud de las dos refracciones iguales que padecen los rayos, la una al entrar y la otra al salir del prisma, el rayo el mas refringible y el menos refringible, forman con el rayo de media refringibilidad, á su salida, un ángulo que sea la mitad de $2^{\circ} 0' 7''$, síguese que en virtud de una sola refraccion, el rayo mas refringible y el que lo es menos, formarán á su emergencia, con el rayo de refringibilidad media, un ángulo que será con corta diferencia la quarta parte de $2^{\circ} 0' 7''$, y esta quarta parte añadida al ángulo de refraccion de los rayos de refringibilidad media, que hemos hallado de $53^{\circ} 35'$, y restado despues del mismo ángulo, dá el ángulo de refraccion de los rayos los mas refringibles de $54^{\circ} 5' 2''$, y el de los menos refringibles de $53^{\circ} 4' 58''$, cuyos senos son 8099 y 7995, siendo el ángulo comun de incidencia de $31^{\circ} 15'$, cuyo seno es 5188. Estos son en números redondos los mas chicos, como 78, 77 y 50.

286 Newton buscó despues la razon de refraccion de los demás rayos, y la sacó de una propiedad muy extraña de la imagen. Por medio de medidas exactas y repetidas averiguó que los espacios coloreados de la imagen eran de una estension igual y proporcional á las diferencias que dejan entre sí las divisiones de un monocordio

270. que dá las notas de la octava *re, mi, fa, sol, la, si, ut, re*; quiero decir, que si por los límites de los colores de la imagen se tiran lineas transversales y perpendiculares á los lados rectilíneos *MG, FA*, las dividirán del mismo

mo-

Fig.

modo que está dividida una cuerda de música , que diese á mas del son principal , el tono inmediatamente mas alto, la tercera menor , la quarta , la quinta , la sexta mayor , la séptima menor , y la octava ; por manera , que prolongando MG en X , haciendo $MX = MG$, si se toman GX , nX , kX , fX , eX , cX , aX , MX en la razon de los números 1 , $\frac{8}{9}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{1}{2}$; ó si se quiere , suponiendo GX de 720 partes , en la razon de estos 720 , 640 , 600 , 540 , 480 , 432 , 405 , 360 , los intervalos Ma , ac , ce , ef , fk , kn , nG serán los espacios ocupados por los colores de la imagen , el colorado , anaranjado , amarillo , verde , azul , añil y violado.

Pero como estos espacios ó intervalos subtenden , dice Newton , las diferencias de las refracciones de los rayos que ván hasta los límites de dichos colores , se pueden considerar , sin recelo de error substancial , como proporcionales á las diferencias de los senos de refraccion de dichos rayos , que tienen un seno comun de incidencia ; y pues el seno comun de incidencia de los rayos de mayor y menor refringibilidad , al paso del vidrio al ayre , es al seno de refraccion de dichos rayos , como 50 á 78 y 77 (285) , para hallar los senos de refraccion de las demás especies , todo se reducirá á dividir la diferencia de los senos de refraccion 77 y 78 en la misma razon que GM , y tendremos 77 , $77\frac{1}{8}$, $77\frac{1}{5}$, $77\frac{1}{3}$, $77\frac{1}{2}$, $77\frac{2}{3}$, $77\frac{7}{9}$, 78 , para los senos de refraccion de los demás rayos de diferentes refringibilidades , que pasan del vidrio al ayre,

Fig. siendo 50 su seno comun de incidencia.

287 Se pueden formar artificialmente colores que á la vista parecerán semejantes á los de las luces homogeneas , pero no en quanto á la inmutabilidad del color , y á la constitucion real de la luz. Estos colores son menos vivos y fuertes á proporcion de lo que son mas compuestos; pueden tambien ser por esto tan debilitados , que desaparezcan enteramente , volviéndose la mezcla blanca ó *grisa*. Se pueden hacer tambien colores compuestos que discrepen mas ó menos de los colores de las luces homogeneas. Porque una mezcla de colorado y amarillo homogeneos produce un amarillo anaranjado , parecido á la vista al anaranjado que en la serie de los colores prismáticos se vé entre el colorado y amarillo ; pero respecto de la refringibilidad , la luz de este último anaranjado es homogenea, y la del otro es heterogenea ; el color del uno mirado por el prisma no muda , siendo así que el del otro muda , y se resuelve en los colores de cuya mezcla se compone , esto es en colorado y amarillo. Tambien se pueden hacer con los colores homogeneos que se siguen , nuevos colores parecidos á los colores homogeneos intermedios ; así , de la mezcla del amarillo y verde resulta el color medio entre los dos ; y si á este color se le añade azul , se sacará un verde que será un medio entre los tres colores que entran en su composicion. Si á este verde ficticio se le añade un poco de colorado y violaceo , se quedará todavia verde , pero será menos vivo y fuerte ó cargado ; y si se le añadiere mayor

yor cantidad de colorado y violaceo , el verde será siempre mas debil , hasta que por la superioridad de los colores añadidos esté como apagado , y se mude en blanco ú en otro color. Asimismo , si á una luz homogenea qualquiera se le añade la luz ordinaria del sol , que se compone de rayos de todas las especies , dicho color no desaparecerá , ni mudará de especie , pero será mas debil , y se debilitará tanto mas quanto mas cantidad de luz solar se le introdugere. Finalmente , si se mezcla en diferentes proporciones el colorado con el violaceo resultarán diferentes colores purpureos , que á la vista jamas se parecerán al color de ninguna luz homogenea , y es evidente , que si con estos colores se mezcla amarillo y blanco , resultarán nuevos colores. Fig.

288 *Con colores se puede componer el blanco y todos los colores grises entre el blanco y el negro ; y la luz blanca del sol se compone de todos los colores primitivos mezclados con debida proporcion.*

289 ESPERIMENTO IX. Recíbese la imagen solar *PT* en una lente *MN* de seis ú ocho pies de focus , cuya latitud pase de quatro pulgadas , que esté como unos seis pies apartada del prisma *ABC* ; dicha lente hará que sea convergente la luz coloreada que sale divergente del prisma , y la juntará en su focus *G* , donde se colocará perpendicularmente á dicha luz un papel blanco *DE* para recibirla. Si se arrima este papel á la lente , y despues se aparta , se verá que cerca de la lente como en *de* , la imagen *pt* en el papel tendrá sus colores muy fuertes ; que apartan-

Fig. do despues el papel de la lente , estos colores se arrimarán continuamente ; y que llegando entonces á mezclarse mas y mas , se irán debilitando mutuamente sin cesar , hasta que el papel llegue al focus G , donde estando perfectamente mezclados , desaparecerán enteramente , y se convertirán en una luz blanca , pintándose entonces toda la luz en el papel como un circulillo blanco. Si se vá apartando mas el papel de la lente , los rayos que antes convergían se cruzarán en el focus G , desde el qual irán divergiendo , y manifestarán los mismos colores puestos al revés ; por manera que fijando el papel , pongo por caso en $d'e'$, el colorado t que antes estaba abajo , estará entonces arriba , y el violaceo p , que antes estaba arriba , estará abajo.

Volvamos á poner el papel en el focus G , donde la luz parece enteramente blanca y circular ; y consideremos su blancura. Esta blancura se compone de los colores que pertenecen á los rayos convergentes.

Porque si estorvamos que alguno ó muchos de estos rayos pasen por la lente , la luz dejará en el instante de ser blanca , y tomará el color que resulta de la mezcla de los colores no interceptados. Si despues se dejan pasar los colores interceptados , combinados estos otra vez con dicho color compuesto , volverán á producir con su mezcla el color blanco. Así , si los colores interceptados fueren el violaceo , verde y azul , los restantes , es á saber , el amarillo , anaranjado , colorado &c. pintarán en el papel una especie de anaranjado ; si despues se dejan pasar los colo-

res interceptados , se juntarán con este anaranjado com- Fig.
puesto , y mezclados con él volverán á dar el color blanco.
Si se interceptase el colorado y violaceo , los demás colo-
res , es á saber , el amarillo, verde, azul &c. pintarán en el
papel una especie de verde ; dégese pasar después el colo-
rado y violaceo , se mezclarán con este verde artificial , y
volverá á parecer el color blanco. Pero en esta composi-
cion de que resulta el blanco , los rayos de diferente espe-
cie no padecen mudanza alguna en sus calidades *coloríficas*
obrando uno en otro ; no hacen mas que mezclarse ; y de su
mezcla resulta el color blanco. Todo esto se hará mas pa-
tente con lo que vamos á añadir.

Si después de puesto el papel mas allá del focus *G*
como en *d'e'*, interceptamos y dejamos pasar alternativa-
mente el colorado , el violaceo que quedare en el papel no
padecerá mudanza alguna. Sin embargo, debería padecerla,
si las diferentes especies de rayos obrasen unas en otras en
el focus *G* donde dichos rayos se cruzan. Lo mismo suce-
derá con el colorado que está en el papel ; si negamos y
damos sucesivamente paso al violaceo , el colorado no pa-
decerá por esto mudanza alguna.

Si después de vuelto el papel al focus *G* , miramos
por el prisma *HIK* la imagen blanca circular pintada en *G*,
esta imagen trasladada á *ru* por la refraccion del prisma,
parecerá pintada de varios colores , es á saber , de viola-
ceo en *v* , de colorado en *r* , y de los demás colores inter-
medios ; si se le niega y se le permite alternadamente mu-
chas

Fig. chas veces al colorado el paso por la lente , se le verá desaparecer y volver á parecer en r otras tantas veces ; pero el violaceo en v se mantendrá siempre el mismo. Si se intercepa el azul quando está para entrar en la lente , y se le deja pasar alternativamente , el azul en v desaparecerá y volverá á parecer otras tantas veces , sin que por esto se repare mudanza alguna en el colorado que está en r . Luego el colorado se forma de rayos de cierta especie , y el azul de rayos de otra ; y estos rayos no obran unos en otros en el focus G ; y lo propio se debe decir de los demás.

A mas de esto , consideré que si despues de conseguir que fuesen convergentes , y por consiguiente inclinados unos á otros , los rayos mas refringibles Pp , y los menos refringibles Tt , se pusiese en el focus G el papel muy oblicuamente respecto de dichos rayos , podria reflectir una de estas dos especies de rayos con mas abundancia que otra , y que mediante esto la luz refleja podria estar pintada , en el focus , del color de los rayos cuyas especies predominasen , con tal que dichos rayos conservasen todos sus colores ó calidades coloríficas en el blanco compuesto que forman en dicho focus. Porque si no las conservasen , y cada especie de rayos en particular contragere allí una disposicion á proposito para excitar en nosotros la sensacion del blanco , dichas especies de reflexiones no podrian hacerles perder su blancura. Incliné , pues , muy oblicuamente el papel á los rayos , conforme se vé en $2d'2e'$, á fin de que los rayos mas refringibles Pp , dando en el papel mas direc-

ta-

tamente que los otros , pudiesen ser reflectidos en mayor Fig. cantidad ; y muy presto el blanco se transformó sucesivamente en azul , añil y violado. Despues incliné el papel al lado opuesto , conforme se vé en $2D_2E$, á fin de que los rayos menos refringibles Tt dando con menos oblicuidad fuesen mas en número que los otros en la luz refleja , y desapareció el blanco al qual succedieron el amarillo , anaranjado y colorado.

Finalmente, imaginé un instrumento XY á modo de peyne , compuesto de diez y seis puas anchas como de pulgada y media , y distantes una de otra dos pulgadas, poco mas ó menos. Colocando sucesivamente las puas de este instrumento delante de la lente , intercepté parte de los colores por medio de la pua interpuesta , y los demás colores que podian pasar por los intervalos que separaban dicha pua de las inmediatas , iban á dar en el papel DE donde formaban una imagen redonda del sol. Tuve cuidado de poner al principio el papel de modo que la imagen pudiese parecer blanca todas las veces que se quitase el peyne ; pero como con la interposicion de las puas del peyne , parte de los rayos de cuya reunion pendia la blancura de la imagen , era interceptada , la imagen perdía su blancura , y tomaba siempre un color compuesto de los que no eran interceptados ; y este color variaba continuamente con el movimiento que le daba al peyne ; de manera que pasando sucesivamente cada pua por delante de la lente , se veía siempre el colorado , amarillo , verde , azul,

Fig. y purpureo sucederse unos á otros. Hice pasar sucesivamente todas las puas por delante de la lente , y quando pasaban despacio se reparaba en el papel una sucesion continua de colores. Pero quando las hacia pasar con bastante rapidez para que los colores se succediesen unos á otros con sobrada prontitud para poderlos distinguir uno de otro , cada uno de ellos desaparecia enteramente. No se veía mas , ni colorado , ni amarillo , ni verde , ni azul , ni purpureo ; de la mezcla de todos estos colores no resultaba sino uno solo , que era de una blancura uniforme ; y sin embargo no habia parte ninguna en la luz que la mezcla de los colores ponia blanca , que lo fuese realmente ; una parte era colorada , otra amarilla , otra verde , otra azul , y otra purpurea ; por manera que cada parte guarda el color que la es propio , hasta que vaya á hacer su impresion en el sensorio.* Si las impresiones se hacen con bastante lentitud para poderlas percibir separadamente , todos los colores causan otras tantas sensaciones distintas que se suceden como ellos. Si al contrario estas impresiones se hacen unas despues de otras con sobrada prontitud para poderse percibir cada una separadamente , resulta de todas estas sensaciones una sensacion comun , que no es la de ningun color en particular , y participa de todas indistintamente ; esta sensacion es una sensacion de blanco. Una sucesion

pre-

* Llamamos *Sensorio* aquella parte del cerebro donde han de llegar las impresiones que se hacen en nuestro cuerpo , para que en virtud de ellas , como causa ocasional , Dios produzca sensaciones en el alma.

precipitada y rápida hace que las impresiones de los diferentes colores se confunden en el sensorio , de cuya confusion resulta una sensacion mixta. Si se mueve circularmente y muy aprisa una ascua de lumbre , se vé un círculo que parece todo de fuego , porque la sensacion que causa el ascua en los diferentes puntos del círculo que anda , se conserva en el sensorio hasta que vuelve el ascua al punto donde se hallaba quando hizo su impresion. Así , quando los colores se succeden con demasiada rapidez , la impresion de cada uno de ellos subsiste en el sensorio , hasta que todos hayan hecho su impresion , y vuelva el primer color, de suerte que las impresiones de todos los colores , que vienen unos tras otros con tanta prontitud , se hallan todas á un tiempo en el sensorio , y juntas causan en él una sensacion única que resulta de la de todos dichos colores. Prueba , pues , con evidencia este experimento , que mezclándose , y como confundiéndose las impresiones de todos los colores , despiertan una sensacion del blanco ; quiero decir, que el blanco se compone de la mezcla de todos los colores.

290 EXPERIMENTO X. Hasta aquí , dice Newton, he hecho blanco con la mezcla de los colores prismáticos; ahora para averiguar lo que resultaría de la mezcla de los colores de los cuerpos naturales , tómese agua de jabon , y meneese hasta que esté hecha espuma ; si despues que esta espuma hubiese descansado un rato , se mira con atencion , se verán por todas partes diferentes colores en la superficie de las diferentes ampollas de que se compone ; pero

Fig. si nos apartamos bastante hasta que no se puedan distinguir uno de otro dichos colores, toda la espuma parecerá de una blancura perfecta.

291 EXPERIMENTO XI. Tambien he intentado hacer blanco mezclando juntos los polvos coloreados, que gastan los Pintores, y he visto que todos los polvos coloreados sorben y apagan una parte considerable de la luz que les alumbrá. Porque llegan á ser coloreados por razon de que reflecten la luz de su propio color en mayor cantidad, y la de los otros colores en menor cantidad; sin embargo, no reflecten la luz de su propio color con la misma abundancia que los cuerpos blancos. Si, por egemplo, se pone mina de plomo colorado, y un papel blanco á la luz colorada de la imagen coloreada formada en un quarto muy cerrado, por la refraccion del prisma, como en el quinto experimento (269), el papel parecerá mas luminoso que la mina, y por consiguiente reflecte los rayos colorados con mas abundancia que ella. Si se les pone á la luz de otro color, la cantidad de luz que el papel reflectiere, será mucho mayor que la que reflectiere la mina de plomo; lo propio digo de los polvos de los demás colores. Por consiguiente, no tenemos que esperar que la mezcla de estos colores produzca un blanco claro y limpio, como el del papel, sino un blanco sombrío y obscuro, como el que puede producir una mezcla de luz y obscuridad, ó de blanco y negro, esto es una especie de gris ó moreno, pongo por caso del color de las uñas de los hombres, de los

los ratones , de las cenizas , de las piedras comunes &c. He hecho muchas veces esta especie de blanco obscuro , mezclando polvos coloreados. Así , una parte de mina de plomo colorada combinada con cinco partes de cardenillo , me dió un color parecido al de los ratones. Porque estos dos colores , considerados separadamente , se componian de tal manera de los demás , que de su union resultaba una mezcla de todos los colores. Gasté menos mina de plomo que cardenillo ; porque el color de la mina de plomo tiene mas resplandor que el del cardenillo. Con una parte de mina de plomo , y quatro partes de ceniza azul hice un color moreno , que tiraba un poco á purpureo ; habiendo añadido una mezcla de oropimente y cardenillo , en proporcion conveniente , dicho color perdió la tinta de purpura que tenia , y se puso de un moreno claro ; pero el experimento sale mucho mejor sin mina de plomo , haciéndole de estotro modo. Añadí poco á poco al oropimente cierto color purpureo vivo , y resplandeciente que gastan los Pintores , hasta que el oropimente dejó de ser amarillo , y fue de un color colorado pálido ; eché en la mezcla quanto cardenillo y azul era menester , para que llegase á ser de un gris ó blanco pálido , tal que no se arrimase mas al uno de estos colores que al otro ; dicho gris ó blanco salió parecido al de las cenizas , ó de la madera recien cortada , ó del cutis humano. Como el oropimente reflectía mas luz que ninguno de los demás polvos , contribuía mas que los otros para la blancura del color compuesto ; es de prevenir

Fig. nir que como los polvos de una misma especie no son siempre igualmente buenos , es muy difícil determinar en que proporcion se han de mezclar. Se percibe no obstante que se ha de aumentar ó disminuir la dosis , segun fueren los polvos de un color mas ó menos obscuro , mas ó menos vivo.

Pero como dichos colores grises ó morenos se pueden hacer con una mezcla de blanco y negro , y no se distinguen del blanco perfecto sino en el grado de claridad , y no en la especie del color ; es evidente que para que salgan perfectamente blancos , basta aumentar suficientemente su resplandor ; y al contrario , si con aumentar su resplandor se pueden hacer perfectamente blancos , se podrá tambien inferir que son de una misma especie , en quanto al color , que los blancos mas perfectos , y que no se distinguen de ellos sino en la cantidad de luz ; para asegurarme de que es así con efecto , hice el experimento siguiente. Tomé la tercera parte de la última mezcla de gris , compuesta , conforme he dicho , de oropimente , purpurea , azul y cardenillo , de la qual puse una capa bastante gruesa sobre el piso de mi quarto en un lugar bañado del sol que entraba por una ventana abierta , y puse á la sombra muy cerca de dicha capa un pedazo de papel de igual estension ; despues me aparté doce ó diez y ocho pies , hasta que ya no podia distinguir las desigualdades de la superficie de los polvos , ni las sombras que hacian sus partes mas gruesas ; entonces me parecieron los polvos sumamente blancos ; mas blancos aun que el

el papel , particularmente quando procuraba que fuese mas Fig.
 espesa la sombra donde estaba el papel con interceptar la
 luz que reflectian las nubes ; en cuyo caso el papel compa-
 rado con los polvos , parecia de un gris semejante al color
 que los polvos tenian antes. Pero poniendo el papel en un
 sitio donde dé el sol pasando por las vidrieras de una ven-
 tana , ó cerrando la ventana , para que el sol no dé en los
 polvos sino pasando por las vidrieras , ó aumentando ó dis-
 minuyendo por otro medio semejante , la luz que dá en los
 polvos y el papel , se puede hacer que la luz que ilumina
 los polvos , sea mas fuerte que la que dá en el papel , en la
 proporcion correspondiente para que los polvos y el papel
 parezcan exactamente de igual blancura. Pero si conside-
 ramos que la blancura de los polvos puestos al sol , se com-
 ponía de los colores que cada uno de los polvos componen-
 tes tenia al sol , se ha de inferir de este experimento , como
 del antecedente , que diferentes colores mezclados unos con
 otros pueden producir un blanco perfecto.

292 *Los colores de los cuerpos naturales provienen de que estos cuerpos reflecten cierta especie de rayos con mas copia que los de otra qualquiera especie.* El bermellon y cinabrio reflecten los rayos menos refringibles ; esto es , los rayos colorados con mas abundancia , y esta es la causa de parecer coloradas dichas sustancias. Las violetas reflecten los rayos mas refringibles en mas cantidad , y de esto proviene su color. Lo mismo digo de los demás cuer-
 pos ; cada uno de ellos reflecte los rayos de su propio co-

Fig. lor en mas copía que los de otra qualquiera especie; por manera que la especie de rayos que predomina en la luz refleja, es la que dá el color á cada cuerpo.

293 ESPERIMENTO XII. Porque si se meten cuerpos de diferentes colores en las luces homogeneas que se sacan en el quinto experimento, se hallará, como yo lo he hallado, que cada cuerpo tiene mas resplandor, y es mas luminoso en la luz que es de su color. El bermellon tiene mas resplandor quando está en un colorado homogeneo; pero en el verde tiene mucho menos, y todavia menos si se le pone en el azul. El añil puesto en un violaceo azul, tiene mas resplandor, y si se le aparta de dicho color haciendo que pase succesivamente por el verde, amarillo y colorado, su viveza mengua por grados. Una sustancia verde refleja con mas fuerza el verde, despues el azul y amarillo que componen el verde; y los refleja mas que los otros colores; es á saber, el colorado y violaceo. Pero para hacer que estos experimentos sean mas sensibles, se deben escoger los cuerpos que tienen sus colores fuertes y vivos, y comparar dos de estos cuerpos de colores diferentes. Por egemplo, si se ponen juntos el cinabrio y el ultramar ú otro azul que tenga mucho resplandor, á una luz colorada homogenea, parecerán ambos colorados; pero el cinabrio será de un colorado muy vivo, y tendrá mucho resplandor, y el ultramar será de un colorado debil, sombrío y obscuro. Si se ponen juntos á una luz azul homogenea, ambos cuerpos parecerán azules, con la diferencia de que el ultramar

será de un azul muy resplandeciente y vivo , y el cinabrio Fig. de un azul debil y sombrío. Esto manifiesta con evidencia que el cinabrio refleja la luz colorada homogenea con mas abundancia que el ultramar ; y que el ultramar refleja la luz azul en mayor cantidad que el cinabrio. Este mismo experimento sale igualmente bien con el bermellon y el añil , ó con otros dos cuerpos coloreados qualesquiera , con tal que se hagan las compensaciones que requiere la diferente viveza ó debilidad de sus colores.

No solamente la causa á la qual atribuyo los colores de los cuerpos naturales , es la verdadera , sino que es tambien la única que se pueda señalar ; como lo confirma la consideracion de que el color de una luz homogenea no se puede mudar por la reflexion de los cuerpos naturales. Porque si los cuerpos no pueden ocasionar por reflexion mudanza alguna en el color de qualquiera rayo , sea el que fuere , dichos cuerpos no pueden parecer coloreados por otro medio sino porque reflecten los rayos que son de su color , ó los que con su mezcla le han de producir.

Por lo que mira á los licores coloreados transparentes, es de notar que su color varía con su grueso. Por exemplo , un licor colorado contenido en un vaso cónico puesto entre la vista y la luz , parece en el fondo del vaso donde tiene poco grueso, de un color amarillo pálido ; un poco mas arriba , donde tiene un poco mas de grueso , es de un color anaranjado ; mas arriba donde su grueso es todavia mayor , es colorado ; finalmente donde su grueso es el ma-

Fig. yor, el color colorado que le pinta es el mas fuerte y mas obscuro. Porque hemos de pensar que el licor de que hablamos detiene muy facilmente los rayos añil y violaceo, menos facilmente los verdes, y con mas dificultad los colorados; y que si el volumen de dicho licor no tiene mas que el grueso conveniente para poder detener un número suficiente de rayos violaceos y añil, sin disminuir mucho el número de los demas rayos, estotros rayos han de producir un amarillo pálido. Pero si el volumen del licor tiene bastante grueso para detener tambien un número considerable de rayos azules y algunos de los verdes, lo restante ha de formar un color anaranjado. Quando vá teniendo bastante grueso para detener tambien muchos rayos verdes, y un número considerable de rayos amarillos, los demas han de empezar á formar el color colorado, y este ha de ser siempre mas cargado y obscuro, á medida que por el aumento de su grueso, el licor detiene mayor copia de rayos amarillos y anaranjados; de suerte, que á excepcion de los rayos colorados, hay pocos que le puedan atra-
yesar.

Si se mezclan uno con otro dos licores de colores subidos y cargados, el uno colorado, por egemplo, el otro azul, que tengan suficiente grueso cada uno, esto es que sean en suficiente cantidad para que su color sea bastante fuerte; bien que tomándolos separadamente sean bastante transparentes, su mezcla será no obstante opaca. Porque si el uno no deja pasar mas que los rayos colorados, y el otro

los

los rayos azules, no podrá pasar ninguno de ellos por su Fig. mezcla.

Por consiguiente, una vez que los cuerpos son coloreados porque reflecten ó dejan pasar una especie de rayos con mas abundancia que todos los demás, hemos de creer que detienen y apagan los rayos que no reflecten, ó no dejan pasar. Porque si entre el ojo y una luz se pone una hoja de oro, la luz parecerá de un azul verdoso; es, pues, preciso que los rayos azules tengan la libertad de entrar en lo interior del oro quando está en masa, donde, despues de innumerables reflexiones en sus poros, se apagan mientras reflecte esteriormente los rayos amarillos, por lo qual parece de este color. Y así como una hoja de oro es amarilla por una luz refleja, y azul por una luz que la penetra, del mismo modo tambien, con corta diferencia, ciertos licores, como la tintura de palo nefrítico, y algunas especies de vidrio, dejan pasar ciertas especies de rayos con mayor cantidad, y reflecten otras, y por esta razon parecen de diferentes colores, segun las diferentes situaciones del ojo respecto de la luz. Un cuerpo transparente que por la luz que le penetra, parece de cierto color, puede parecer tambien del mismo color por la luz refleja, si la primera superficie de dicho cuerpo reflecte la luz del expresado color.

Fig.

Determinacion de las Aberraciones que ocasiona la diferente refringibilidad de los rayos de la luz, y de las que provienen de la figura esférica de las superficies refringentes y reflectentes.

294 Una vez que la luz conforme viene del cuerpo luminoso, es un cuerpo heterogeneo compuesto de rayos que con una misma incidencia tienen todos distinta refringibilidad, es consiguiente que un manojó de luz refringido por algun cuerpo ocupe en la superficie en que dá despues de la refraccion, un espacio de alguna estension. Por razon de la diferente refringibilidad de cada una de sus partes, se desvian estas unas de otras, y forman como una imagen ó mancha que por ser matizada de varios colores suele ser algo confusa. Este esparramamiento de los diferentes colores que componen un rayo luminoso, igualmente que el que procede de la figura esférica de las superficies refringentes y reflectentes, se llama la *Aberracion* de la luz, y la llamaremos *Aberracion óptica*, para distinguirla de otra especie de aberracion descubierta por un Ingles en este siglo, y que calificaremos de aberracion *Astronómica* al tiempo que la diéremos á conocer en los Elementos de Astronomía. La aberracion óptica es un punto digno de suma atencion por lo mucho que se opone á la perfeccion de algunos instrumentos cuya descripcion y usos traheremos mas adelante, y por lo mismo se nos hace indispensable declarar desde ahora lo que acerca de ella nos importa saber.

Sea,

295 Sea , pues , el seno comun de incidencia al seno de Fig.
 refraccion , respecto de los rayos menos refringibles , como
 I es á R , y respecto de los mas refringibles como I es á S;
 el diámetro del menor espacio circular en el qual una super-
 ficie convexa , ó una lente plano convexa pueda juntar rayos
 paralelos heterogeneos , será al diámetro de su abertura en
 la razon constante de $S - R$ á $S + R - 2I$.

Sea PA un rayo heterogeneo que dá en una superfi- 272.
 cie esférica refringente ACB ; y supongamos que la refrac-
 cion le resuelva en los rayos AF , Af , que cortan el ege
 EC paralelo á PA , el uno en F , el otro en f . Sea BP otro
 rayo heterogeneo paralelo á PA , que dá en la superficie
 refringente á una distancia del ege igual á la de PA , re-
 suuelto por la refraccion en los rayos BF , Bf que cortan los
 dos primeros AF , Af en R y S . Tírese RS , y prolónguese
 hasta que encuentre los rayos incidentes prolongados el uno
 en I , el otro en K , y las perpendiculares EA , EB á la su-
 perficie refringente en A y B , la una en H , y la otra
 en L .

Si suponemos ahora que la abertura sea de un ancho
 mediano AB , y que por consiguiente los rayos que pasan
 por A y B sean poco refringidos , los ángulos de incidencia
 y de refraccion HAI , HAR , HAS , ó los arcos que los
 miden , ó finalmente sus subtensas HI , HR , HS estarán,
 con muy corta diferencia , en la razon de los senos I , R ,
 S de dichos ángulos ; de suerte que las diferencias de dichas
 subtensas serán proporcionales con las de los senos ; quiero

Fig. decir que $RS : RI :: S - R : R - I$, y doblando los consecuentes $RS : 2RI$ ó $IK - RS :: S - R : 2R - 2I$, que viene á ser $RS : IK$ ó $AB :: S - R : S + R - 2I$. Y porque RS y AB crecen y menguan juntas en una razon constante, se sigue que todos los rayos intermedios que dan en AB , pasan por RS . Si unos rayos paralelos dan perpendicularmente en el lado plano de una lente plano convexa, como no padecen refraccion sino en el lado convexo por donde salen, las aberraciones son las mismas que en el caso precedente.

296 Síguese de lo que acabamos de probar 1.º que el diámetro RS del círculo de aberracion, en el qual se juntan todos los rayos que dan en un vidrio plano convexo, despues de refringidos, es la 55^{ma} parte del diámetro AB de la abertura de dicho vidrio, sea la que fuere su distancia focal.

Porque si suponemos que AR y AS representen, la una los rayos colorados, la otra los rayos violaceos, hemos visto (285) que siendo 50 su seno comun de incidencia I , sus senos de refraccion R y S son 77 y 78, de donde sale $S - R$ es á $S + R - 2I ::$ 55.

297 2.º Tambien se puede determinar el diámetro del menor espacio circular en el qual son contenidos los rayos de un solo color, ó de muchos colores contiguos, por medio de la razon conocida de sus senos. Se halla, por egemplo, que todos los anaranjados y amarillos estan com-

comprendidos en un círculo cuyo diámetro es como la Fig. 260^{ma} parte del diámetro de la abertura del vidrio plano convexo, siendo los senos de refraccion de los rayos extremos anaranjados AR , y de los amarillos AS al seno de incidencia, como $77\frac{1}{8}$ y $77\frac{1}{3}$ á 50.

298 3.^o En diferentes superficies esféricas ó vidrios plano convexos, los ángulos de aberraciones RAS son directamente como los diámetros de las aberturas AB , y recíprocamente como las distancias focales CF ; porque un ángulo pequeño como RAS es directamente como su subtensa RS , y recíprocamente como su radio AR ó CF .

299 Para demostrar con mas desembarazo algunas de las proposiciones siguientes se nos hace preciso probar primero la siguiente.

Los senos versos AB , AC de arcos muy pequeños BD , 273 . CD que pertenecen á círculos desiguales BDG , CDH , y 274 . que tienen comun un seno AD , están en razon inversa de los diámetros BG , CH de dichos círculos, con muy corta diferencia; quiero decir que $AB : AC :: CH : BG$.

Porque $BA \times AG = CA \times AH$; luego $AB : AC :: AH : AG$ ó $CH : BG$, con muy corta diferencia, quando los senos versos son sin comparacion menores que los diámetros (III.305).

300 Si unos rayos paralelos NA , EC homogeneos dan 275 . en una superficie esférica refringente ACB , cuyo centro está en E , la aberracion longitudinal FT de un rayo refracto AT ,

Fig. esto es, la porcioncita del ege ECF comprendida entre el punto *T* donde dicho rayo refracto le encuentra, y el focus *F*, es al seno verso del arco *AC* comprendido entre el punto de incidencia y el ege, como el quadrado del seno de refraccion es al rectángulo del seno de incidencia, y de la diferencia de los senos, con muy corta diferencia; la aberracion es tambien la misma, quando los rayos dan perpendicularmente en el lado plano de una lente plano convexa.

Quando la refraccion se hace al paso de un medio denso á un medio raro, la interseccion *T* del rayo refracto *AT* con el ege *ECF*, está entre la superficie refringente y su focus *F* (199). Despues de trazado desde el punto *T* como centro, y con el radio *TA*, el arco *AD* que corta el ege en *D*, se tirarán el seno *AP* de los arcos *AC*, *AD*, y los senos *EN*, *EM* de incidencia y refraccion, que llamaremos *n* y *m*. Por ser semejantes los triángulos *ETM*, *ATP*, tendremos $ET : TA \text{ ó } DT :: EM : AP \text{ ó } EN :: EF : FC$ (146), que dá $TF : EF :: FC - TD \text{ ó } TF - CD : FC$, y por consiguiente $TF : CD :: EF : EC :: m : m - n$ (145). Pero por lo que acabamos de probar (299) $PD : PC :: CE : DT \text{ ó } FC$ (III.305), que llega á ser $CD : CP :: EF : EC :: m : n$; multiplicando esta proporcion por la precedente, saldrá finalmente $TF : CP :: mm : (m - n)n$.

301 Luego 1.º se puede considerar el segmento *ACBPA* como una lente plano convexa; así, si caen rayos

yos

yos paralelos en su lado plano, la aberracion longitudinal Fig. de los que caen en los bordes de dicha lente, como en A , es igual á los $\frac{2}{2}$ de su grueso CP ; y esto se halla con substituir 3 y 2 en lugar de m y n .

302 2.º La aberracion FT es tambien igual con $\frac{mm}{(m-n)n} \times \frac{(AP)^2}{2EC}$, y por consiguiente igual con $\frac{mm}{(m-n)^2} \times \frac{(AP)^2}{2CF}$; porque $PC = \frac{(AP)^2}{2EC}$, con muy corta diferencia, y $EC = \frac{m-n}{n} \times CF$ (145).

303 3.º Prolónguese el rayo quebrantado AT hasta que encuentre la perpendicular FG al ege; se hallará que la aberracion latitudinal $FG = \frac{mm}{n} \times \frac{(AP)^3}{2EC^2} = \frac{mm}{(m-n)^2} \times \frac{(AP)^3}{2CF^2}$; porque $FG : TF :: AP : TP$ ó CF ó $\frac{n}{m-n} \times CE$.

304 4.º Quando el radio de la convexidad de una lente plano convexa es dado, ó lo que viene á ser lo propio, quando es dada su distancia focal, las aberraciones longitudinales son como los quadrados de los diámetros de las aberturas, y las aberraciones latitudinales como sus cubos.

305 Quando unos rayos paralelos QA , EC son re- 276. flectidos por un espejo cóncavo esférico ACB , que tiene poca abertura, cuyo centro es E , y el focus F , la aberracion longitudinal TF de un rayo AT que cae en el borde de dicho espejo, es, con muy corta diferencia, igual á la mitad del seno verso CP de la mitad AC de la abertura.

Porque, en virtud de lo probado (299), el seno verso CP es sensiblemente la mitad del seno verso PD del

ar-

Fig. arco AD trazado desde el centro T , y con el radio TA igual, con corta diferencia, á la mitad del radio del arco AC . Pero $2TF = 2TE - 2EF = ED - EC = CD$ exactamente, ó CP con corta diferencia; luego TF es sensiblemente la mitad de CP .

306 Por consiguiente 1.º La aberracion longitudinal $TF = \frac{(AP)^2}{4CE}$; porque $CP = \frac{(AP)^2}{2CE}$, con corta diferencia.

307 2.º La aberracion latitudinal $FG = \frac{(AP)^3}{2CE^2}$; porque $FG : FT :: AP : PT$ ó $\frac{1}{2} CE$, con corta diferencia.

308 3.º Quando el diametro del espejo, ó su distancia focal es dada, las aberraciones longitudinales son como los quadrados de los diámetros de las aberturas, y las aberraciones latitudinales como sus cubos.

309 Si rayos paralelos de una misma especie son refringidos por un vidrio plano convexo; ó rayos de toda especie, tambien paralelos, son reflectidos por un espejo esférico cóncavo, el diametro del círculo de aberraciones causadas por la esfericidad, es igual á la mitad de la aberracion latitudinal de los rayos que caen en los bordes del vidrio ó espejo, y es por consiguiente determinado por lo probado en las proposiciones antecedentes.

Sea $a'Tt'$ un rayo qualquiera refracto ó reflejo, que
 277. corta en t' el ege ECT , y en T el rayo extremo ATG re-
 278. fracto ó reflejo del otro lado del ege. Tírese TX perpendicular al ege; es evidente que si suponemos ATG inmo-
 bil, y que el punto de incidencia a' se mueva apartándo-

se

se del vértice C , la perpendicular TX crecerá primero, Fig. porque el ángulo $Ct'a'$ crece continuamente, y despues menguará, porque la linea Tt' mengua sin cesar; y quando Xt' fuese la mayor posible, es evidente que todos los rayos que caen del mismo lado del ege, la atravesarán. Para averiguar su mayor cantidad, sea la cuerda APB cortada en b' por el rayo incidente qa' , y suponiendo la aberratura variable $Pb' = v$, la variable $TX = x$, las constantes $PA = a$, $PT = f$, $TF = b$; por lo probado (304 y 308), la aberracion $t'F$ es á la aberracion TF como $(p'a')^2$ es á $(PA)^2$; así $t'F = \frac{vv}{aa}b$, y por consiguiente $Tt' = \frac{b}{aa}(aa - vv)$. Fuera de esto, $PT : PA :: TX : Xt' = \frac{ax}{f}$, y $p'a' : p't' \text{ ó } PT :: Xt' : Xt' = \frac{ax}{v}$. Luego $Tt' = \frac{x}{v}(a + v) = \frac{b}{aa}(aa - vv)$, de donde se saca $x = \frac{b}{aa}v(a - v)$. Así, TX es la mayor posible quando el rectángulo $v(a - v)$ ó $Pb' \times b'B$ es el mayor, y esto sucede quando sus lados Pb' y $b'B$ son iguales, ó quando $v = \frac{1}{2}a$. Substituyendo este valor de v en la última equacion, sale $x = \frac{1}{4}b$, y quiere decir que TX , quando es la mayor, es igual á $\frac{1}{4}TF$; por consiguiente, quando Xt' es la mayor que puede ser, es $= \frac{1}{4}FG$, por ser $TX : Xt' :: TF : FG$. Pero si imaginamos que esta recta Xt' gira al rededor del ege PX , trazará el círculo de aberracion por el qual pasan todos los rayos que caen en AB .

310 La proposicion que acabamos de probar se puede proponer con mas generalidad en estos términos: *En qualquiera lente ó systema de muchas lentes, el focus físico*
de

Fig. de los rayos refractos , esto es , el menor círculo donde se juntan dichos rayos , dista del punto donde el rayo extremo encuentra el ege , la quarta parte de la aberracion del mismo rayo , y el diámetro de dicho círculo es al diámetro de la última lente , con corta diferencia , como la quarta parte de la aberracion es á la distancia que hay entre dicho focus y la lente.

1277. Consideremos primero el caso en que no hay mas que una lente , y supongamos que represente la figura una lente, la que se quisiere , cuyo focus sea F , y AG un rayo extremo que encuentra el ege en T , cuya aberracion es por consiguiente TF . Imaginemos que el rayo $a't'$, que suponemos en el plano PAT , y cuya aberracion es $t'F$, coincida primero con el ege , y despues se vaya apartando de él mas y mas , hasta que el punto a' esté en B en el borde de la lente , y que dicho rayo llegando á ser entonces el rayo extremo , encuentre el ege en T . Es evidente que en el discurso de este movimiento , la parte TT' que el rayo $a't'$ le quita continuamente al rayo extremo AT , crece primero hasta cierto punto , despues mengua , y por fin desaparece quando a' coincide con B . Sea $a'Y'$ la posicion de dicho rayo , quando la parte TT' es la mayor ; todos los rayos quebrantados en el radio PB de la lente , encontrarán el rayo extremo AT entre los puntos T é Y' , y prosiguiendo este rayo extremo su movimiento mas allá de Y' , aparrándose siempre mas y mas del ege , se echa de ver que la perpendicular $Y'X$ al ege ,

ti-

tirada desde dicho punto, es el radio del menor círculo, Fig. en el qual se junten todos los rayos refringidos por la lente.

Sea el radio PB ó PA de la lente $= k$, $PF = f$, $TF = b$, $a'p'$ ó $b'P = u$, y $TX = x$. Por lo dicho (304) la aberracion TF es á la aberracion $t'F$ como $(PA)^2$ es á $(Pb')^2$ ó $(p'a')^2$, y por consiguiente $t'F = \frac{buu}{kk}$; por consiguiente $Xt' = TF - TX - t'F = b - x - \frac{buu}{kk}$. Por otra parte tenemos $TP : PA :: TX : XT'$, y por lo mismo $XT' = \frac{kx}{f}$; fuera de esto, $t'P$ ó $t'p' : p'a' :: t'X : XT'$, de donde sale $XT' = \frac{bu}{f} - \frac{ux}{f} - \frac{bu^3}{fkk}$. Si comparamos estos dos valores de XT' , sacaremos $x = \frac{b}{kk} (ku - uu)$. Diferenciando esta equacion, considerando u como variable, é igualando con cero la diferencial que resultare, porque TT' , y por consiguiente TX ó x ha de ser un *máximo*, resulta $u = \frac{1}{2}k$, cuya cantidad substituida en lugar de u en el valor de x , dará x ó $TX = \frac{1}{4}b$, y $XT' = \frac{bk}{4f}$.

Si las lentes fuesen muchas, la proposicion se demostraría del mismo modo. Porque las distancias á que están del ege los puntos de incidencia de cada rayo en cada lente, están en razon constante, y las aberraciones de los rayos refringidos por todas las lentes, ó las distancias que hay entre el último focus y los puntos donde cortan el ege, son proporcionales á los quadrados de las distancias que hay entre el ege, y los puntos donde dán en la última lente.

Luego la prueba que hemos dado respecto del caso en
que

Fig. que no hay mas que una lente, sirve tambien para el caso en que son muchas, con tal que por el diámetro de la última lente entendamos el diámetro del círculo que ocupa todo el manojo en dicha lente.

311 Como esta proposicion se verifica igualmente en un espejo esférico cóncavo, se infiere que en el supuesto de ser uniforme la densidad de los rayos reflejos en el círculo de aberracion, es dicha densidad á la de los que dán perpendicularmente en un plano AP , como toda la superficie de la esfera cuya parte es el espejo esférico, es á la de un círculo cuyo diámetro fuese el seno verso PC del arco chico AC , con cortísima diferencia; suponiendo sin embargo que todos los rayos incidentes sean reflectidos.

Porque como los mismos rayos están comprendidos sucesivamente en los círculos trazados por las líneas AP é TX , dando la vuelta al rededor de EC , sus densidades en dichos círculos son recíprocamente como los mismos círculos; quiero decir, que la densidad de los rayos reflejos es á la de los rayos incidentes como $(AP)^2 : (XT)^2$, ó $\frac{1}{16}(FG)^2$ (309), ó $\frac{(AP)^2}{16 \times 4(CE)^4}$ (307), esto es, escribiendo D en lugar de $2CE$, como $4D^4$ es á $(AP)^4$, ó como $4D^2$ es á $(PC)^2$, porque D , AP , PC están con muy corta diferencia en proporcion continua, y por consiguiente como la superficie de la esfera es á la superficie del círculo cuyo diámetro es PC , con muy corta diferencia.

Lue-

312 Luego la mayor densidad de los rayos reflejos *Fig.* está en el focus *F* considerado como un punto físico, y es mucho mayor sin comparacion, que la de los rayos incidentes.

Porque si suponemos *AP* infinitamente disminuida, en cuyo supuesto *XT* es el focus *F*, la proposicion será exactamente rigurosa; y la densidad en *F* es siempre una misma, ora sea delgado el manojo que dá en el espejo, ora sea ancho, porque los rayos mas distantes del ege pasan despues de reflectidos, lejos del punto *F*.

313 Asimismo, quando unos rayos paralelos dán en el lado plano de una lente plano convexa, representando $\frac{m}{n}$ la razon entre el seno de incidencia y el de refraccion, al pasar del ayre á dicha lente, su mayor densidad en su focus *F* es á la de los rayos incidentes, como la superficie entera de la esfera, cuyo segmento es la lente, á la area de un círculo cuyo diámetro es $\frac{mm}{nn} PC$, y que por consiguiente en el vidrio es los $\frac{2}{4}$ del seno verso de la menor abertura de la lente; de suerte que la densidad en el focus es sin comparacion mayor que la de los rayos incidentes. Se demuestra por lo dicho (303).

314 *El círculo de aberraciones causadas por la esfericidad del obgetivo * de un antejo es estremadamente pequeño en comparacion del círculo de aberraciones causadas por la diversa refringibilidad.*

Tom.VI.

N

Su-

* En un antejo que tiene mas de un vidrio, se llama obgetivo al que está del lado del obgeto, y ocular al que está del lado del ojo. Este y otros puntos que suponemos aqui, se declararán mas adelante.

Fig. Supongamos que el obgetivo sea un vidrio plano convexo cuyo lado plano está vuelto ácia el obgeto. Sea S el radio de su abertura ; D , el diámetro de la esfera , cuyo segmento es dicho vidrio ; $\frac{n}{m}$, la razon entre el seno de incidencia y de refraccion al pasar del vidrio al ayre. Es evidente, por lo probado (303 y 309), que si los rayos paralelos al ege del vidrio fuesen todos igualmente refringibles, estarian esparcidos en el parage donde la imagen del obgeto es mas distinta , en un circulillo cuyo diámetro es $\frac{mm}{nn} \times \frac{S^2}{DD}$, con muy corta diferencia. Por egemplo, si n fuese á m como 20 á 31, y D es de 100 pies ó 1200 pulgadas , y por consiguiente el antejo de 100 pies (145), y S de dos pulgadas , el diámetro de dicho círculo de aberracion será la $\frac{961}{72000000}$ parte de una pulgada. Pero el diámetro del círculo chico donde se juntan todos los rayos despues de haber sido separados por su diferente refringibilidad, viene á ser la 55^{ma} parte de la abertura del obgetivo , que en el caso actual es de quatro pulgadas. Así , la aberracion causada por la esfericidad es á la que procede de la diferente refringibilidad, como $\frac{961}{72000000}$ á $\frac{4}{55}$; ó como 1 á 54493 y por consiguiente siendo tan corta la aberracion de esfericidad respecto de la otra , no merece ser atendida en la teórica de los anteojos. Si suponemos que el diámetro del pequeño círculo de aberraciones causadas por la diferente refringibilidad , no es mas que la 250^{a} parte del diámetro de la abertura , no contendrá mucho mas de los rayos amarillos y anaranjados

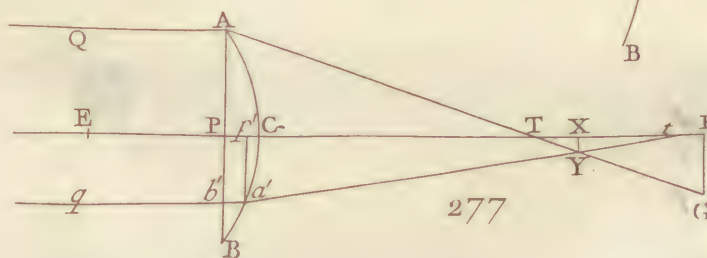
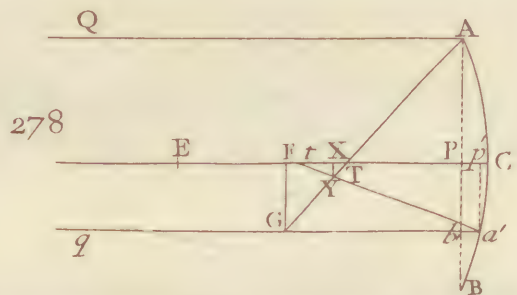
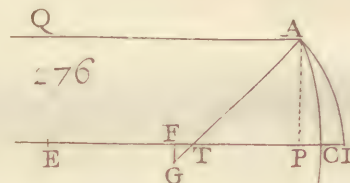
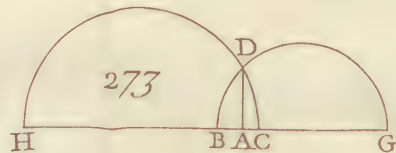
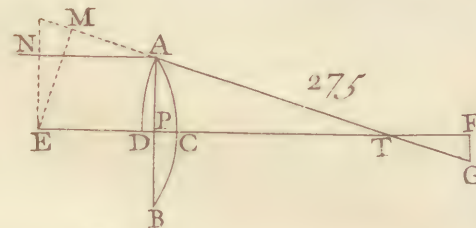
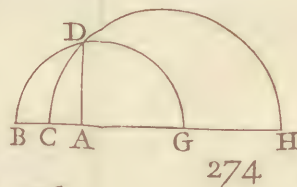
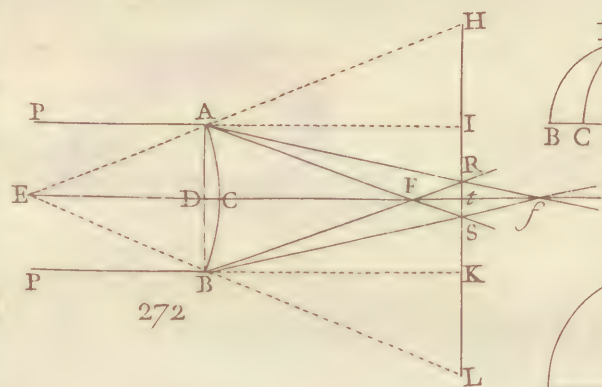
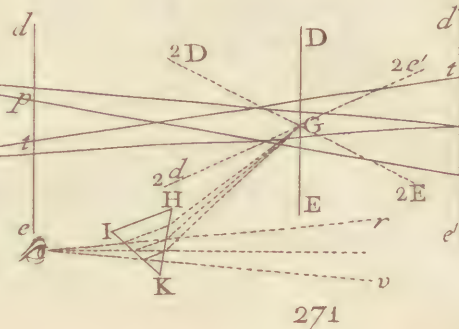
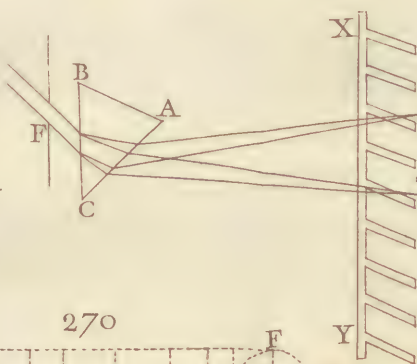
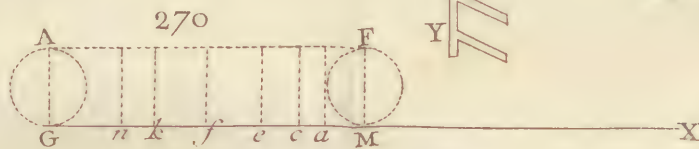
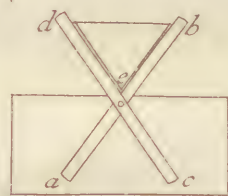
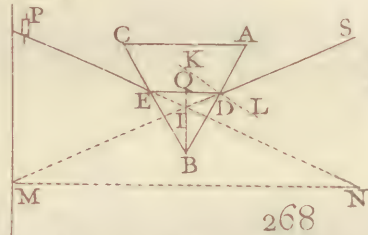
dos , los demas , cuyos colores débiles y sombríos son apenas perceptibles , pasarán fuera de dicho círculo ; y la aberracion causada por la esfericidad será á la que proviene de la diversa refringibilidad , en un anteojó de 100 pies , como $\frac{961}{72000000}$ á $\frac{4}{250}$, ó como 1 á 1200 , con lo qual queda bastante probada la proposicion.

315 Luego 1.º Si un espejo cóncavo , y un vidrio plano convexo tienen la misma distancia focal , y la misma abertura , el diámetro del círculo de aberracion de esfericidad será treinta veces menor en el espejo que en el vidrio.

Porque estos diámetros son (303 , 307 y 309) $\frac{(AP)^3}{16CF^2}$ y $\frac{mm}{(m-n)^2} \times \frac{AP^3}{4CF^2}$, respectivamente , y por consiguiente son como $\frac{1}{4}$ á $\frac{mm}{(m-n)^2}$ ó $\frac{31 \times 31}{11 \times 11}$. Luego si un anteojó y un telescopio catoptrico tienen cada uno 100 pies de largo , las aberraciones latitudinales en el telescopio , serán 30. $\times$ 5449 ó 163470 veces menores que las aberraciones latitudinales causadas por la diferencia de la refringibilidad en el anteojó.

316 2.º El número de espigas de las quales algunos rayos se mezclan unos con otros en cada punto de una imagen confusa , es como la area del círculo de aberraciones de los rayos de una espiga qualquiera , y por consiguiente la mezcla de los rayos de diferentes espigas causada por la esfericidad del obgetivo , sería , si dichos rayos fuesen todos igualmente refringibles , á la mezcla de los mismos rayos causada por su diferente refringibilidad,

Fig. como 1 á 5449×5449 ó 29691601 en el ejemplo propuesto. Porque considerando un punto qualquiera de una imagen confusa como el centro de un círculo de aberraciones, es evidente que todos los demás círculos de aberraciones iguales con dicho círculo, cuyos centros caen en el mismo círculo; quiero decir, que el número de espigas mezcladas en el centro del círculo de aberraciones, es como la area de dicho círculo.





DE LA VISION,

Fig.

Y DESCRIPCION DEL OJO.

317 Representa la figura un ojo humano cortado casi horizontalmente. La cavidad donde mora este órgano 279, pertenece al craneo, y se llama *Orbita*. Un nervio llamado *Nervio óptico* se introduce en esta cavidad, se esparra-
ma y forma, despues de esparramado, el globo del ojo, que por consiguiente se compone esteriormente de las partes que tegan los nervios. La *dura Madre*, primera cubierta del nervio óptico, y demás nervios, es tambien la primera que abriéndose forma el globo que estamos describiendo. Entonces se llama *Esclerótica*, y guarda este nombre mientras es opaca. Esta es la túnica mas fuerte y gruesa del globo del ojo. Su parte anterior *ABC*, donde es mas delgada y flexible, es transparente, y es parte de una esfera menor que la del ojo, por lo qual es mas saliente, y hace que el ojo pueda recibir mejor rayos procedentes de las partes laterales de los obgetos. Esta porcion se llama *Cornea transparente*, para distinguirla de la esclerótica *ATC* que se llama *Cornea opaca*.

Hablando con rigor, *la cornea transparente no es una porcion de una esfera; antes es una porcion de un esferoide algo prolongado*; esto es una consecuencia precisa de la disposicion de los músculos rectos que comprimen el ojo en la direccion de su ege, y le tiran al mismo tiempo ácia el fondo de la orbita.

Fig. En la Historia de la Real Academia de las Ciencias de Paris , para el año de 1728 , se lee que la cornea transparente es una porcion de esfera cuyo diámetro suele ser de 7 , $7\frac{1}{4}$ ó $7\frac{1}{2}$ lineas ; su cuerda es de 5 , $5\frac{1}{4}$ ó $5\frac{1}{2}$ lineas ; y su grueso es por lo comun de $\frac{2}{12}$ ó $\frac{3}{12}$ de linea.

318 La *pia Madre* , segunda cubierta del nervio óptico y de los demás nervios , que está inmediatamente debajo de la dura madre , se dilata y abre como ella , y aforra interiormente toda la cornea opaca. Se compone de dos hojas , la una de las cuales , verdaderamente membranosa , se aplica exactamente á la cornea opaca , y se confunde por último con ella , cerca de la cornea transparente ; la otra que llaman la *Choroide* no es mas que un compuesto de nervios y vasos que salen de la superficie interna de la primera. Dichos vasos contienen una especie de tinta que dá un color negruzco á dicha última hoja , y forman con los nervios , abriéndose en parte unos y otros , el tegido felpudo que se vé en la choroide , cuyo tegido se llama *Túnica de Ruyschio* , porque así se llamaba su inventor.

En el lugar donde la cornea se junta con la esclerótica , la choroide se separa del globo , y forma aquella separacion en que está el agujero de la pupila , que divide el segmento pequeño del ojo del segmento grande ; á dicha separacion ó tabique suelen llamarle la *Uvea*. A la distancia de una linea , y algo mas de las dos corneas , la primera hoja de la choroide se junta estrechamente con la cornea opaca. Al rededor de esta adherencia muda de color

lor, y forma una como cimbra blanca de igual ancho que la espresada adherencia; cerca del borde de la esclerótica, dicha cimbra parece mas fuerte que en lo restante, y de un tegido particular. Fig.

En dicha cimbra *orbiculociliar*, conforme la llaman algunos, deja la choroide su nombre, y toma el de uvea.

319 Acia la parte anterior del ojo la choroide se desdobla. Su parte anterior forma aquella corona coloreada que llaman el *Iris*, en medio de la qual hay un agujero redondo que se llama la *Niña* ó *Pupila*. Esta corona se compone de fibras musculares, de las quales las unas son rectas, y las otras circulares. Las primeras se dirigen al centro de la niña como otros tantos radios; sirven para abrir y dilatar la niña, quando el ojo necesita de mas luz. Las otras son todas concéntricas con el agujero de la niña, sirven para angostarla, quando una luz muy viva hiere con sobrada fuerza el órgano de la vista.

Quando decimos que la pupila está en medio del iris no queremos dar á entender que esto sea siempre así; antes al contrario, se verifica muy pocas veces: suele estar la niña algo mas cerca de la nariz que el centro del iris.

320 La parte posterior de la choroide forma la *Corona ciliar DE*. Tiene como engastado directamente enfrente del agujero de la niña un cuerpo transparente *FG* bastante sólido, de forma lenticular, mas convexo ácia la parte posterior del ojo que ácia la parte anterior, y que llaman el *Cristalino*.

Fig. Los *Pliegues* ó *Procesus ciliares*, que son lo mismo que la corona ciliar, son unos dobleces pequeños que salen de la hoja posterior de la uvea. Su contorno corresponde en parte al contorno de la cimbra blanca de la hoja esterna. Son unas hogitas prolongadas y puestas de canto; sus extremos posteriores ó inmediatos á la choroide son muy sutiles, y rematan en punta. Sus extremos inmediatos á la pupila son anchos, salientes, y rematan en ángulos agudos. En el doblez de cada proceso ciliar se halla una red de vasos muy sutil.

321 Componse el cristalino de una multitud de hojas esféricas fibrosas, en que hay muchos vasos intimamente unidos unos con otros, y muy transparentes. Las hojas exteriores son mas blandas que las interiores, y estas van siendo mas duras al paso que se ván acercando al centro. Está el cristalino mas cerca de la cornea que del fondo del ojo. Ocupa una cavidad que hay en la parte interior del humor vitreo, y le tiene allí sugeto una membrana muy fina y sutil que le sirve de vayna, y se llama por esta razon *Capsula del cristalino*.* Esta capsula es

* Hasta poco ha se creyó que la causa de la ceguera conocida con el nombre de *Catarata*, consistia en la opacidad del cristalino; pero despues de considerada con toda madurez esta enfermedad, se ha averiguado que no siempre proviene del espresado vicio del cristalino. Mr. Tennon acaba de probar demostrativamente con una serie de observaciones curiosas y primorosas, que la catarata está con frecuencia en la vayna del cristalino. Hace patente que en esta enfermedad suele hallarse transparente el cristalino, y que le inutiliza la opacidad de su capsula, interceptando la luz; que sea el cristalino transparente ú opaco, dicha

mem-

adherente por su parte posterior á la vayna del humor vi- Fig.
treo. Estas dos membranas no son en realidad adherentes,
sino en la circunferencia del cristalino , ó de la cavidad
que ocupa. Alli estan tan pegadas una á otra , que se nece-
sita un instrumento muy afilado para separarlas. En otras
partes se separan facilmente sin instrumento alguno.

Los pliegues de los procesus ciliares se meten en pe-
queñas ranuras ó surcos que hay en el humor vitreo,
ó por mejor decir en su vayna , y son adherentes al borde
de la parte anterior de la capsula del cristalino , por medio
de fibras que arrojan , y de vasos linfáticos distribuidos en
la

membrana está viciada y enferma en ambos casos , pero mucho mas en
el último , en tal extremo que algunas veces queda destruida , de donde
resulta caerse por sí el cristalino , sin que sea menester abrir la capsula;
finalmente que otra prueba de estar viciada sin duda alguna , es que los
fragmentos que de ella se quedan en el ojo , pueden estorbar el ver per-
fectamente , y que por consiguiente se la ha de destruir quando se pue-
da , para que salga perfecta la operacion ; que tampoco se debe mirar co-
mo curado el enfermo por haberle quitado el cristalino , y la capsula an-
terior; porque puede suceder muy bien que la capsula posterior sea opaca.
De aqui parece resultar que siempre que el cristalino es transparente, bas-
taría despojarle de su capsula , para dar vista al enfermo. Pero la dificul-
tad de saber , dice Mr. Tenon , si el cristalino es opaco ó transparente en
una catarata capsular anterior , la que habria para destruir dicha capsula
sin dañar el cristalino , y á mas de esto , el temor de que una vez des-
pojado de su capsula , dejase de nutrirse y perdiese su transparencia ; to-
das estas consideraciones deben darle mucha circunspeccion á un Ciru-
jano que se empeña en curar la catarata , y obligarle á maniobrar como
si el cristalino fuese opaco , y sugerirle precauciones para quitar dicha
capsula.

Fig. la superficie de cada hoja. Se cree que su oficio es mantener firmes en su situacion natural al cristalino y humor vitreo.

La convexidad del cristalino mengua con el discurso del tiempo, no tiene color ninguno, y es de todo punto transparente hasta la edad de 25 ó 30 años; pasada esta edad, se vuelve un poco amarillo en su centro, cuyo color se vá volviendo mas fuerte, y coge ácia la circunferencia. Tambien varía su consistencia segun la edad, y vá siempre creciendo. Empieza á ponerse mas sólido por el centro.

El diámetro del cristalino en el hombre suele ser desde 4 líneas hasta $4\frac{1}{2}$ líneas; su grueso es de 2 líneas, y de $2\frac{1}{4}$. Su superficie anterior es una porcion de esfera cuyo diámetro es de 6, ó $6\frac{1}{2}$ líneas hasta 9 líneas, y aun algunas veces de 12. Su superficie posterior es una porcion de esfera cuyo diámetro es de 5 líneas, y aun $5\frac{1}{2}$ líneas, bien que pocas veces.

3 2 2 La parte medular del nervio óptico, esta tercera substancia que ocupa su centro, como el de todos los nervios, se dilata del mismo modo que las membranas antecedentes, y forma una tela blanca, babosa y muy sutil pegada á la choroide. Esta tela que llaman *Retina*, remata en la corona ciliar, y es la última y mas interior de las tunicas del ojo.

3 2 3 El espacio que hay entre la cornea transparente, el cristalino y la corona ciliar, está lleno de una agua clara y cristalina, que llaman el *Humor aqueo*, en la qual

na-

nada el iris. Este espacio le divide naturalmente el iris en Fig. otros dos que se comunican por el agujero de la niña. El que está entre la cornea transparente y el iris, llamado *Cámara anterior*, es mayor que el que coge desde el iris hasta la corona ciliar y el cristalino, al qual llaman *Cámara posterior*. Entre el fondo del ojo y el cristalino hay otro espacio mucho mayor que los precedentes, lleno de una especie de gelatina transparente llamada el *Humor vitreo*, en cuya superficie anterior, que ocupa de las quatro partes del ojo cerca de las tres, está puesto el cristalino como un diamante en su engaste. La potencia refringente de estos humores es menor que la del cristalino.

3 2 4 Jurin ha hallado que quando la luz pasa del ayre al humor aqueo, la razon entre el seno de incidencia y el de refraccion, viene á ser la de 4 á 3; al pasar del humor aqueo al cristalino es la de 13 á 12; y al pasar del cristalino al humor vitreo es de 12 á 13.

3 2 5. La capacidad de la cámara anterior del ojo es de 11,542 lineas cúbicas; la de la cámara posterior es de 7,354; y entre las dos contendrán unos quatro granos de humor aqueo. La distancia de la superficie interior de la cornea al cristalino es de $1\frac{1}{4}$ linea. La cámara anterior suele tener $\frac{2}{3}$ de linea ó 1 linea de alto. Es la distancia que hay entre el iris y la cornea. La altura de la cámara posterior es por lo comun de $\frac{1}{6}$ ó $\frac{1}{8}$ de linea.

3 2 6 Todas las partes que hemos individualizado son las que componen principalmente el globo del ojo. Otras hay

Fig. hay de que daremos una breve noticia , que le son menos esenciales , quales son las dos túnicas que le cubren esteriormente ; la una que forma lo que llamamos el blanco del ojo , que los Anatómicos llaman la *Albuginea* , y la otra que está debajo de ella , cuyo nombre es la *Conjuntiva*. Diremos tambien algo de paso de las demás partes , así interiores como exteriores , que sirven yá para conservarle y resguardarle , ya para moverle.

3 2 7 La *Albuginea* es una *expansion* ó dilatacion tendinosa de los músculos del ojo , que cubre toda su convexidad anterior hasta el estremo de la esclerótica , donde se une con la cornea cubriendola $\frac{1}{3}$ ó $\frac{1}{2}$ linea. Esta membrana es muy adherente á la esclerótica.

3 2 8 La *Conjuntiva* es una membrana muy sutil , floja y flexible , que entre otras cosas sirve para tener el ojo sugeto en su orbita , dejándole no obstante libertad para moverse ácia todos lados. Esta membrana coge toda la parte anterior del ojo , vuelve atrás en el borde de la orbita , y forma despues la superficie interna de aquellas especies de cortinas que llamamos *Párpados*. Esta última parte de la conjuntiva , mas conocida por el nombre de *Membrana interna* de los párpados , tiene una multitud de agugeritos , por los quales sale el fluido que viene de la glándula lacrimal. Este fluido que llaman *Lágrimas* , sirve para limpiar la cornea , y mantenerla , humedeciéndola , siempre transparente. Como baja á manera de gotitas del párpado superior al inferior , las quales quedasen entregadas á sí mis-

mismas, no se esparramarían con bastante uniformidad sobre la superficie del ojo, y causarían refracciones desiguales, la naturaleza ha precavido este inconveniente dando á los párpados la facultad de hacer aquellos movimientos vivos y alternativos, que llamamos *Guiñaduras*, cuyo oficio es estender con igualdad el fluido necesario para conservar la transparencia de la cornea, y estorvar por consiguiente que perjudique la vision. Este es principalmente el oficio del párpado superior, que en el hombre es el mayor y mas mobil.

Fig.

329 Nadie ignora que cada ojo tiene dos párpados, el superior é inferior, y que se unen uno con otro en los dos lados del globo. Llamamos *Ángulo interno* ó *Ángulo mayor* su union del lado de la nariz, y llamamos *Ángulo esterno* ó *Ángulo menor* su union del lado de las sienas. Se componen los párpados, primero del cutis, el mismo que cubre las demás partes de la cara, bien que es mas fino y mas docil; de una faja de fibras carnosas, semicirculares, intimamente pegadas al cutis, y á cada ángulo del ojo, de un cartilago á manera de arco que las ciñe, llamado *Tarso*, y de la membrana que cubre su superficie interna, que hemos llamado conjuntiva.

El párpado superior baja y el inferior sube por la accion de las espresadas fibras semicirculares pegadas á la piel, y que tienen sus puntos de apoyo en los dos ángulos del ojo. Este efecto le producen contrayéndose y poniéndose mas rectas. Quando queremos abrir el ojo, no

mo-

Fig. movemos mas que el párpado superior , y lo egecutamos por medio de un músculo particular que le levanta. Este párpado tiene mas movimiento que el otro, y sirve comunmente para limpiar el ojo , y distribuirle , segun hemos dicho, las lágrimas; el inferior no tiene músculos para bajarle, y así no contribuye para abrir el ojo , sino porque no estando en accion sus fibras , vuelven á cobrar su primera curvatura. Los músculos de las cejas tambien sirven para levantar los párpados.

Sobre tener por oficio indispensable limpiar el ojo , y conservar la transparencia de la cornea , sirven tambien para resguardar el ojo de las impresiones sobrado fuertes de una luz viva , del humo , del polvo , y de todos los cuerpillos que podrian ofenderle y dañarle; para lo qual contribuyen tambien , segun parece , aquellos pelillos que llevan los párpados , y llamamos *Pestañas*.

330 Las *Cejas* son aquellas eminencias en figura de arcos , pobladas de pelos, que se vén mas arriba de cada orbita. Estos pelos son ásperos y algo fuertes ; están tendidos oblicuamente ; sus raices están del lado de la nariz, y sus puntas vueltas ácia las sienes. Las cejas hacen diversos movimientos , se levantan , se bajan, se arquean &c. Detienen quanto podria bajar por la frente é incomodar la vista. Son tambien de mucho socorro para quando una luz sobrado viva viene desde arriba á dar en los ojos ; se resguarda entonces la vista bajando y arqueando las cejas.

Este es el órgano de la vista. Aunque es maravilloso , y le ha hecho el Criador con infinita inteligencia,

cia , hubiera servido de muy poco , si no hubiese tenido la Fig. facultad de moverse ácia todas las direcciones , y dirigirse ácia todos los obgetos. Necesitaba por consiguiente de una suma movilidad para ser un órgano perfecto , y de todo punto acomodado para cumplir con su destino. Seis músculos , que por razon de sus direcciones se distinguen en quatro *rectos* y dos *oblicuos* , le dán esta virtud tan esencial é indispensable. Los quatro rectos y el uno de los oblicuos nacen en el fondo de la orbita , del ángulo formado por la division de dos hojas de la dura madre ; y son por lo mismo una produccion de esta membrana. Pertenecen particularmente á la hoja que aforra la orbita. Los quatro músculos rectos forman una especie de cono , cuyo ege ocupa el nervio óptico ; al paso que se apartan del vértice se ponen mas planos y anchos , abrazan el ojo , y se introducen esteriormente en su mayor circunferencia ; llegan á pegarse á la esclerótica , se mantienen así hasta la cornea, y forman la túnica albuginea. De los dos músculos oblicuos , el uno que se llama el *oblicuo grande* , viene del fondo del ojo como los rectos ; el otro que por ser menor se llama el *oblicuo chico* , trae su origen de ácia el borde de la parte inferior de la orbita debajo del ángulo mayor. Todos estos músculos están cubiertos de mucha gordura que mantiene la flexibilidad de sus fibras. Por su medio egecuta el ojo todos sus movimientos , y se dirige ácia los obgetos que queremos ver. Quizá tienen aún otros usos ; quizá sirven tambien para alargar y acortar el ojo quando

Fig. do queremos mirar obgetos inmediatos y distantes.

331 Es sumamente facil en virtud de esta descripción concebir como las diferentes substancias diáfanas que hay en la cavidad del ojo , contribuyen para formar una
 279. imagen distinta *pqr* de un obgeto *PQR* en el fondo cuyo destino es recibirla. Desde luego es cierto que los rayos de que se componen los manojos que despiden los diferentes puntos *P* , *Q* , *R* del obgeto *PQR* , se rompen acercándose al catheto de incidencia , al atravesar la cornea *ABC* , pues entran en un medio mas denso que el ayre ; y como dicho medio es terminado por una superficie convexa , dichos rayos que divergian , y aun eran paralelos , se hacen convergentes. Pero como esta convergencia no bastaba para que las puntas de los manojos cayesen en el fondo del ojo , era preciso otro medio , cuya figura y virtud refringente la aumentase quanto es necesario. El cristalino *FG* que es de una figura lenticular , y cuya virtud refringente es mayor que la de los humores entre los quales se halla , tiene quanto es menester para darles á los rayos los nuevos grados de convergencia que les faltan. Porque al dar en su superficie anterior , la refracción los arrima al ege de cada uno de los manojos que componen, por la misma razon que sucede lo propio quando atraviesan la cornea *ABC*. Por consiguiente es entonces mayor su convergencia, y es patente que crece todavia mas al atravesar la superficie posterior. Como dichos rayos pasan despues á un medio menos denso que el que dejan , se refringen apartándose del catheto de
 in-

incidencia ; y por ser cóncava la superficie del último medio , prosiguen arrimándose al ege de los manojos cuyos son. Se hacen , pues , mas convergentes , y el nuevo grado de convergencia que adquieren , es cabalmente el que se necesita , quando los obgetos están en la esfera ó alcance de la vista , para hacer que los vértices p, q, r de sus manojos caygan exactamente en el fondo del ojo , y formen alli por consiguiente una imagen pqr del obgeto PQR . Esta imagen está trastornada , porque los eges de los manojos se cruzan al atravesar el cristalino , del mismo modo que si atravesasen un vidrio lenticular. Fig.

El rayo QOq que atraviesa el ojo sin refringirse , y pasa por consiguiente por el centro de la cornea , y de todos los humores , se llama el *Ege óptico*.

332 Como el punto del fondo del ojo donde dá el ege óptico corresponde directamente al agujero de la pupila , no es el mismo donde el nervio óptico se abre para formar el globo. Está un poco mas abajo , y de lado ácia las sienas.

333 Las imágenes no se pintan con igual distincion en todas las partes del fondo del ojo. No son perfectamente distintas sino en una porcion muy pequeña , y es aquella cuyo centro es el punto donde el ege óptico encuentra el fondo del órgano. Esta es la razon porque no vemos bien distintamente de una mirada mas que una corta parte del obgeto , todo lo demás se vé confusamente.

334 La imagen de un obgeto se forma , pues , de

Fig. tantos puntos distintos, quantos hay en el obgeto que representa; y dicha imagen no es del todo perfecta sino en quanto dichos puntos no se confunden, están muy distintos, y guardan la misma colocación respectiva que los puntos correspondientes del obgeto. Luego quando los vértices de los manojos no caen exactamente en el fondo del ojo, y quando los rayos detenidos antes ó despues de su reunion, están esparcidos en espacios circulares mayores ó menores, la imagen queda confusa, y por consiguiente tambien la vision. Esto sucedería indefectiblemente, si el ojo no padeciese mudanzas respectivas á las diferentes distancias de los obgetos. Porque si se mantuviese siempre en el mismo estado, no se juntarian muy exactamente en el fondo del ojo sino los rayos de los obgetos que estuviesen á cierta distancia. Los rayos de los obgetos que estuviesen á una distancia menor, tendrian su punto de concurso mas allá de dicho fondo, y los de los obgetos mas distantes le tendrian mas acá. Quando los obgetos están cerca, es preciso que los humores del ojo se pongan mas convexos, á fin de romper mas los rayos, y acelerar su reunion; y quando los obgetos están lejos, es necesario que se aplanen, á fin de quebrantar menos los rayos, y estorvar que se junten demasiado pronto. Quizá en el primer caso se prolonga, y en el segundo se acorta el globo mismo del ojo por la acción de los músculos.

335 Aunque parece cierto que ha de padecer el ojo algunas mudanzas para que podamos ver á diferentes distancias, hemos de confesar que no sabemos á punto fijo en que

que consisten. Ha dado motivo á varias opiniones esta dificultad ; pero sin detenernos en referirlas ó impugnarlas, nos ceñiremos á proponer con alguna invidualidad la del Ingles Jurin , por parecernos la mas ingeniosa , y menos espuesta á reparos de algun fundamento.

Repara desde luego Jurin que la cornea es una membrana flexible y elástica , que puede obedecer al impulso de una fuerza esterna ó interna , volviendo á cobrar despues por sí su primera formá , auxiliándola tambien la presion del humor aqueo.

336 Repara despues que la uvea es una membrana muscular , capaz de contraerse y reducirse á dimensiones menores , que nace en aquella protuberancia de la cimbra orbiculociliar , que está á lo largo de lo interior de la cornea , donde se une con la esclerótica. Llama con el nombre de uvea lo que nosotros hemos llamado su hoja anterior.

337. Despues de considerar lo que pasa quando la pupila se contrahe , infiere que en la espresada protuberancia hay fibras circulares por cuyo medio se puede angostar. Porque quando las fibras circulares del iris , á quien él llama el *pequeño Anulo muscular* , se contrahen , como tienen que alargarse las fibras rectas , tiran por precision un poco ácia adentro el borde de la uvea , que está unido con la cornea , y por consiguiente el borde de la misma cornea ; pero no es posible que dicho borde de la uvea sea tirado ácia dentro , sin que se contrayga y reduzca á una circunferencia menor que la de antes. Es , pues , indispen-

Fig. sable que el borde de la uvea que está pegada á la cornea , tenga fibras circulares para poderse contraher , del mismo modo que el borde de la uvea que está al rededor de la pupila. ¿De qué serviría una parte tan fuerte y tan adherente á la cornea , sino tuviera una fuerza muscular capaz de superar una resistencia considerable ? Por consiguiente todo obliga á creer que dicha protuberancia tiene fibras circulares ; y por esta razon Jurin la llama el *Anulo grande muscular de la uvea*.

338 Si con estas observaciones juntamos lo que digimos de la capsula ó vayna del cristalino , y tenemos presente que los pliegues ciliares que están introducidos y afianzados en el borde de la porcion anterior de dicha capsula , por el otro extremo están unidos con la protuberancia de que estamos hablando , y son fibras musculares capaces de contraerse , bien que por otra parte mas débiles que las del iris ; se nos hará facil enterarnos de la explicacion que dá Jurin de las mudanzas que el ojo padece, quando queremos ver distintamente á todas las distancias. Su explicacion es como sigue.

Desde luego, quando el ojo está en reposo, y no hacen sus partes fuerza alguna , vemos distintamente los obgetos pequeños á una distancia media determinada , que , respecto de la mayor parte de los ojos, es de unas 15 ó 16 pulgadas. Esta es la distancia á la qual se lee comunmente una letra mediana , y vemos perfectamente sin que el ojo haga ninguna fuerza.

339 Si queremos ver obgetos cuya distancia no llegue á las 15 ó 16 pulgadas , supongo, dice Jurin , que el ánulo mayor muscular de la uvea se contrahe y aumenta con esto la convexidad de la cornea. Por consiguiente los rayos se refringen mas , y esto compensa su mayor divergencia al entrar en el ojo. Así que dejamos de mirar dichos obgetos , el espresado ánulo deja de obrar , y la cornea cobra, por su elasticidad, la convexidad que suele tener quando miramos á la distancia de 15 ó 16 pulgadas.

340 Quando queremos mirar obgetos que estan á una distancia mayor que la de 15 ó 16 pulgadas , supongo que los procesus ciliares se contrahen , y esto no lo pueden egecutar sin atraher á sí , y un poco ácia adelante , los bordes de la superficie anterior de la capsula que los contiene. Al mismo tiempo el líquido encerrado entre la capsula y el cristalino pasa indispensablemente del medio á las orillas de dicha superficie anterior , que se hallan algo levantadas por la contraccion de los procesus ciliares ; por lo qual dicha superficie se pone menos convexa. Así, considerando el cristalino , su capsula , y el agua que hay entre los dos , como que tienen todos una misma fuerza refringente (y mientras la esperiencia no enseñe lo contrario , es muy lícito este supuesto) , y componen un cuerpo único de figura lenticular , es constante que siendo su superficie anterior menos convexa , los rayos se han de refringir menos , y juntarse mas tarde. En el instante que los procesus ciliares dejan de contraherse , la superficie an-

Fig. terior de la capsula que estaba tirante, vuelve á cobrar, por su elasticidad, su primera figura.

Por ser dicha capsula una membrana muy sutil, entre la qual y el cristalino hay un líquido, no es de estrañar que pueda prestarse tan de repente á la accion de un músculo tan debil como los procesos ciliares, siendo asi que este músculo no puede aplanar el cristalino por causa de su solidez.

341 Habrá quizá quien pregunte que por qué no se les ha dado mas fuerza á los procesos ciliares, y no están pegados inmediatamente al cristalino. Entonces todo se hubiera reducido á sacar el cristalino mas ácia afuera, y aplanarle; y no hubiera habido necesidad ni de la capsula, ni del agua que contiene, sin la qual parece que nos hubiéramos podido pasar.

A esto responde Jurín: que este medio, mas sencillo que el que usa la naturaleza, no hubiera correspondido igualmente á sus fines. Porque como los procesos ciliares salen del borde de la cornea donde esta se une con la esclerótica, se echa de ver que si fuesen mas fuertes, quando llegaran á contraerse atraerian la cornea ácia adentro tirando ácia sí al cristalino, y aumentarían por consiguiente la convexidad de la cornea, disminuyendo al mismo tiempo la del cristalino, de lo qual resultarian efectos contrarios, porque el aumento de la convexidad de la cornea dispone el ojo para los obgetos inmediatos, y el aplanamiento del cristalino para los obgetos distantes. Nada de esto hay que re-

ce-

celar , siendo tan poco fuertes como son los procesus cilia- Fig.
res ; no pueden causar efecto ninguno en la cornea , y pue-
den sin embargo proporcionarnos que veamos desde lejos
por medio de la capsula , y del agua que contiene.

342 Primero crei , dice Jurin , que las dos superfi-
cies de la capsula se ponian menos convexas quando se ha-
llaban sus bordes un poco sacados ácia afuera ; pero habien-
do considerado despues quan adherentes son á la membrana
del humor vítreo los bordes de la superficie posterior , y que
por el modo con que este humor tiene abrazado el crista-
lino , y su vayna , debe indispensablemente estorvar que el
borde de la capsula se venga ácia fuera ; teniendo presen-
te por otra parte la situacion é insercion de los procesus cí-
liares , me he persuadido á que sola la superficie anterior
se puede aplanar , y dar al ojo la facultad de ver los obge-
tos distantes.

343 Esta es la esplicacion ingeniosa de Jurin , y para
asegurarse de que era igualmente sólida , la confirmó su-
getándola al cálculo siguiente.

Si vemos distintamente un obgeto puesto sucesiva-
mente á tres distancias diferentes del ojo , tales que sien-
do la primera la mas corta , á la qual le podemos ver
distintamente , la segunda sea dupla de la primera , y la
tercera infinita ; es digno de notarse que se han de hacer
mudanzas tan grandes con poca diferencia , en la figura
del ojo , para ver distintamente á la primera y segunda
distancia que no discrepan mucho , como para verle á la

Fig. segunda y tercera cuya diferencia es infinita.

280. Sea $BCDE$ el ege del ojo infinitamente prolongado; BC , BD , BE , las tres diferentes distancias del obgeto á la cornea AB ; y CA , DA , EA , tres rayos que dán en un punto qualquiera dado de la cornea, á cuyo ege el rayo EA es paralelo. Es evidente que para ver distintamente los tres puntos C , D , E es preciso que los rayos CA , DA , EA se refrinjan succesivamente de modo que cada uno de ellos vaya á encontrar el ege del ojo en el mismo punto F de la retina.

344 Supongamos primero, dado el punto F , ó lo que es lo mismo, la longitud del ege BF invariable; se viene á los ojos que la cantidad de la refraccion ha de ser diferente respecto de cada rayo, y porque suponemos la distancia CD igual con CB ó CA , el ángulo CAD es igual al ángulo CDA , y por consiguiente al ángulo DAE . Por esta razon, si imaginamos que cada rayo vuelve succesivamente atrás desde el punto F á los puntos C , D , E , la cantidad total de sus refracciones ha de menguar desde luego todo el valor del ángulo CAD , y despues todo lo que vale su igual DAC ; luego las mudanzas de figuras de las diferentes superficies refringentes del ojo han de ser con poca diferencia las mismas, sea quando el obgeto se aparta desde C á D , ó quando se aparta desde D á E .

281. 345 Supongamos ahora invariables las figuras de las superficies refringentes, y sea F su focus principal; esto es, el punto donde los rayos que dan paralelos en la cornea,

nea , se juntan despues de las refracciones que padecen en Fig. dichas superficies ; sea G otro focus principal donde los rayos que hieren paralelos la superficie posterior del cristallino , ván á juntarse despues de las refracciones que padecen en dichas superficies. Saco por el cálculo , dice Jurin , que BG no es mas que 0,5 ó 0,6 de pulgada , y que por consiguiente con hacer $GC = CD$, si se toman las distancias del obgeto desde G , en vez de tomarlas desde B , el caso actual se diferenciará poco del antecedente. Supongamos que los rayos de un manojo que viene de C , se junten en c despues de las refracciones , y que los que vienen de D concurran en d ; será Fc recíprocamente como GC , del mismo modo que si dos rayos fuesen refringidos por una lente no mas (161) ; quiero decir que $Fc : Fd :: GD : GC :: 2 : 1$; esto está diciendo que las mudanzas cd y dF del fondo del ojo son iguales , mientras la distancia GC llega á ser dupla de la que era y despues á ser infinita.

346 Finalmente , si suponemos que la vision distinta penda á un tiempo de las mudanzas del fondo del ojo , y de las figuras de las superficies refringentes , es facil hacerse cargo de que todas estas diferentes mudanzas , tomándolas juntas , son las mismas en ambos casos.

347 Luego si los que tienen la vista corta pueden leer una letra menuda á dos distancias distintas , tales que la mayor no sea mas que dupla de la menor , conforme creemos que pueden hacerlo los mas , síguese que sus ojos pa-
de-

Fig. decen mudanzas tan grandes , como las que han de padecer ojos perfectos para ver distintamente á todas las distancias intermedias entre el infinito , y la mayor de las dos espresadas distancias, y esta es la razon porqué las personas de vista corta ven distintamente á todas las distancias con el socorro de un vidrio cóncavo de una figura adecuada ; porque si no fuera así , les sería preciso gastar vidrios de diferentes figuras , segun variaran las distancias.

348 Síguese de aquí que el defecto de tener la vista corta no procede de una falta de potencia en el ojo para variar su figura ; sino de que la suma total de las refracciones es demasiado grande respecto de la distancia que hay desde el fondo del ojo á la cornea.

349 *Todo lo que podemos ver en una vista ha de estar comprendido dentro de un ángulo menor que 90° , ó que un ángulo recto.*

Porque supongamos el ojo puesto en *O* directamente mas arriba del extremo *A* del espacio *AB* que se estiende al infinito ácia *B* , de suerte que el rayo que viene desde *A* al ojo sea perpendicular á *AB* ; tomemos un intervalo qualquiera *AD*, y tiremos la linea *OD* ; es patente que siendo recto el ángulo *A* , el ángulo *AOD* es menor por precision que un ángulo recto. Luego el espacio que el ojo puede abrazar está comprendido dentro de un ángulo que no llega al valor de un ángulo recto.

350 El espacio que la vista abraza se llama el *Campo de la vision*, y es muy digno de notarse que este campo

es mayor quando miramos con un ojo solo que quando miramos con los dos. Fig.

Este descubrimiento le hizo Mr. Epin practicando lo siguiente. Hizo un agugero de $\frac{1}{10}$ de linea , al poco mas ó menos en una hoja de plomo muy delgada , y mirando con el ojo izquierdo por dicho agugero , le pareció mayor , quando cerraba el ojo derecho , y menor quando tenia abiertos los dos ojos , sin aumentar ó disminuir la distancia que habia entre el ojo y el agugero.

Al mismo tiempo notó 1.º que el campo de la vision por el espresado agugero crecia ó menguaba , segun cerraba ó abria el ojo derecho. 2.º que quando cerraba el ojo derecho con los párpados solos, sin taparlos con las manos, el agugero parecia verdaderamente mayor , igualmente que el campo de la vision , pero que parecia todavia mayor quando tapaba el ojo derecho con la mano , aunque no cerrase los párpados. 3.º Que era bastante dificultoso medir este aumento de magnitud ; pero que estando á la distancia de pulgada y media del agugero , veía en un quadro el diámetro de un círculo que estaba del ojo á la distancia de unos tres pies , y que haciendo dicho diámetro $\equiv 1$, quando el ojo derecho estaba cerrado , llegaba á ser $1\frac{1}{2}$ estando cerrado el párpado , y casi 2 quando tapaba el ojo derecho tambien con la mano.

Para esplicar este fenómeno , supone el Autor citado que 283.
AG es el ege del ojo , *BC* el diámetro de la pupila , *DF* el diámetro del agugero , *IH* el quadro perpendicular al ege de vision *AG*. Si por los puntos *B* y *F* tiramos la recta *BF*, y la
 pro-

Fig. prolongamos hasta el quadro en H , todos los puntos entre G y H se pintarán en la retina, y los que estuvieren mas allá de H serán invisibles; porque al radio AB de la pupila no le hieren sino los rayos que estan entre G y H . Será, pues, GH la mitad del campo aparente en el quadro IH . Llamemos ahora AG, a ; AE, b ; AB, c , EF, r ; tendremos $AB + EF : AE :: AB : AN$, ó $c + r : b :: c : AN = \frac{bc}{c+r}$, y $GN = AG - AN = a - \frac{cb}{c+r} = \frac{ar+ac-bc}{c+r}$. Pero $AN : AB :: GN : GH$. Luego $GH = \frac{ar+ac-bc}{b}$.

Lleva esta fórmula el radio c de la pupila, por donde se echa de ver que el radio GH del campo de vision pende de la abertura de la pupila. Y como en la fórmula no hay mas cantidad variable que c , síguese que todas las variaciones del experimento solo proceden de las variaciones de la pupila. Luego con aumentar la abertura de la pupila, tambien se aumenta el campo GH . De aquí resulta que si tapamos el ojo derecho, cerrando los párpados ó con la mano, ó con otro cuerpo, la pupila del ojo izquierdo se abre sensiblemente.

Descando Mr. Epin una prueba mas inmediata de la verdad de su conclusion, hizo el experimento delante de un espejo, y vió patentemente que quando cerraba el ojo derecho, la pupila del ojo izquierdo se dilataba notablemente, y que se contrahia quando abria el ojo derecho.

Quando el ojo está cerrado con el párpado solo, no es tanta la dilatacion de la otra pupila, como quando el ojo está tapado con la mano ú otro cuerpo ópaco. Porque el

pár-

párpado no es de todo punto ópaco; pues si volvemos los Fig. ojos al sol cerrados con los párpados solos, vemos mucha luz.

351 Un obgeto que se mueve con una velocidad qualquiera, parece inmobile, si el espacio que anda en un segundo es imperceptible á la distancia donde está el ojo; y como los astros, dando la vuelta al rededor de la tierra, no tienen movimiento alguno sensible, bien que cada segundo de tiempo anden espacios que forman en nuestro ojo un ángulo de 15 segundos; síguese que el espacio andado por un cuerpo es imperceptible, y que por consiguiente dicho cuerpo parece que está en reposo quando el ángulo que dicho cuerpo subtende en nuestro ojo, no pasa de 15 segundos.

352 Luego el movimiento de un obgeto es insensible, quando el espacio que anda en un segundo es á la distancia del mismo obgeto al ojo como 1 es á 1200; porque este espacio no forma en el ojo mas que un ángulo de $17' 11''$.

353 La descripcion que hemos dado del ojo, y de la causa de la vision, se halla confirmada por la observacion; porque si se le quita al fondo del ojo la esclerótica, se vén al traves de las demás membranas mas delgadas, las imágenes de los obgetos estampadas muy distintamente. Y como estas imágenes hacen una impresion sensible, que el movimiento á lo largo de las fibras de los nervios ópticos comunica al instante al cerebro, son la causa de la vision. Porque la íntima correspondencia que hay entre el ojo y el cerebro, es causa de que si las imágenes son perfectas, se vé el obgeto perfectamente, y quando no lo son, se le
pe-

Fig. pegan sus defectos á la vision , y es imperfecta como ellas. Si el ojo está teñido de algun color particular , como lo son los ojos de los que padecen ictericia , de modo que las imágenes pintadas en el fondo del ojo esten teñidas de dicho color , todos los obgetos parecen tambien pintados del mismo color.

354 Ya hemos insinuado que una de las condiciones necesarias para la perfeccion de la vision , consiste en que los obgetos se pinten distintamente en el fondo del ojo, y por consiguiente que los rayos que sus diferentes partes despiden , se junten en otros tantos puntos distintos de dicho fondo , quantos son los puntos del obgeto que los despide. Pero hay otra condicion de igual importancia , y estriba en que los rayos que ván á concurrir en cada uno de dichos puntos , sean bastantes en número para hacer allí una impresion sensible ; y que ademas de ver distintamente , veamos tambien claramente.

355 Pende , pues , la claridad de la vision de la cantidad de la luz introducida en el ojo. Pero esta cantidad de luz pende de dos cosas : el obgeto ha de ser bastante luminoso ó alumbrado , y despedir por consiguiente un número suficiente de rayos ; y es preciso que la pupila se pueda ensanchar lo bastante. Es escusado prevenir que la luz no ha de ser mucha ; nadie ignora que entonces haría una impresion sobrado viva , y podria lisiar el órgano.

356 Es opinion general el que vemos mas claramente con los dos ojos , que con uno solo , y es opinion muy fun-

fundada. Sin embargo la diferencia no es tanta como se po- Fig.
 dria discurrir. Jurin lo averiguó , y halló en que consistia.
 Para averiguar primero si vemos con efecto mas claramente
 con un ojo solo que con dos , egecutó lo que vamos á re-
 ferir. Puso directamente delante de sí un pedazo de papel
 blanco , y aplicando á su sien el lado de un libro que salia
 mas que su cara , le puso de manera que tapase, respecto de
 su ojo derecho no mas , la mitad del papel á la derecha,
 viendo con ambos ojos la mitad izquierda. Mirando despues
 el papel con los dos ojos , reparó que estaba dividido en dos
 partes iguales por una linea obscura ; que la mitad del pa-
 pel que estaba á la derecha de esta linea , parecia mucho
 mas sombría que la que estaba á la izquierda. Observó del
 mismo modo otros obgetos , y reparó constantemente que
 la parte que veía con un ojo solo , era evidentemente mas
 obscura que la que veía con ambos ojos. Quando aplicaba
 el libro á su sien izquierda, notaba la misma diferencia , y
 esto prueba que tenia sus dos ojos de igual fuerza.

Quando miraba del mismo modo una plana de un li-
 bro dividida en dos columnas , notaba que la columna que
 veía con los dos ojos , era mucho mas distinta y legible,
 que la que veía con un ojo solo. Esta diferencia era mas
 reparable quando hacia el experimento á la luz de una bu-
 gía , y el libro estaba tan apartado que le costaba trabajo
 leer con los dos ojos ; porque entonces la columna que no
 veía mas que con un ojo , no se podia leer.

357. Para averiguar despues qué diferencia hay en
 la

Fig. la vision, respecto de la claridad, quando miramos con un ojo, ó con dos, fijó el citado Autor una hoja de papel blanco á la pared; despues puso á la distancia de unos tres pies, una bugía, de modo que su llama estaba con poca diferencia á la altura, y enfrente del medio del papel; pero á la distancia de seis pies del papel, y un poco ácia la derecha, y enfrente de su mitad izquierda puso otra bugía cuya llama estaba á la misma altura que la de la primera. Hecho esto, puso un libro entre la mitad izquierda del papel, y la segunda bugía, y estorvó que diese la luz á dicha mitad. Como no la alumbraba mas que una bugía, parecia notablemente mas sombría que la mitad derecha que bañaba la luz de las dos bugías.

Es facil conocer la diferencia de resplandor entre las dos mitades; como la segunda bugía estaba dos veces mas apartada, no hería la mitad derecha del papel sino con la quarta parte de la luz que la enviaba la bugía mas próxima, y por consiguiente el resplandor de esta mitad era al de la mitad izquierda, como 5 á 4.

358 Estando todo así dispuesto, y alumbrando las bugías igualmente, Jurin aplicó un libro á su sien derecha, de modo que ocultase al ojo derecho la mitad derecha del papel. Mirando entonces el papel con ambos ojos, la mitad derecha que tenia cinco grados de luz, y no se veía sino con el ojo izquierdo, le pareció patentemente mas blanca que la mitad izquierda que tenia quatro grados de luz, y veía con los dos ojos. Por consiguiente un objeto visto con

los

los dos ojos no parece una quarta parte mas luminoso que Fig.
quando se le vé con un ojo solo.

Colocando despues la segunda bugía á 9 pies de distancia del papel, reparó que la mitad derecha del papel que recibia 10 grados de luz, y que no veía mas que con un ojo, parecia algo mas blanca que la mitad izquierda que solo recibia 9 grados de luz, y veía con los dos ojos.

359 Puso un pie mas lejos la misma bugía, por manera que las distancias de las dos bugías al papel eran como 3 á 10, las cantidades de luz que enviaban á la mitad derecha del papel eran como 100 á 9, ó como 11 á 1, con corta diferencia. La mitad derecha del papel vista con un ojo parecia todavia algo mas blanca que la mitad izquierda vista con los dos ojos. Pero habiendo llevado la segunda bugía á la distancia de 12 pies del papel, la mitad derecha de dicho papel vista con un ojo, pareció algo mas sombría que la mitad izquierda vista con los dos ojos. De donde se sigue que quando la segunda bugía estaba como unos 11 pies lejos del papel, la mitad derecha vista con un ojo, y la mitad izquierda vista con los dos, debian parecer de igual blancura.

360 Luego un objeto visto con los dos ojos parece mas claro cerca de $\frac{1}{13}$, que quando se le vé con un ojo solo. Pero esta consecuencia no se debe mirar como rigurosa; ya se vé que acerca de esto es muy dificultoso hacer experimentos bastante exáctos.

361 A los experimentos de Jurín acerca de la vision distinta añadiremos los que hizo sobre el mismo asunto en

Fig. Alemania *Tobias Mayer* por el año de 1754. Abrió las ventanas de su quarto, que miraban al norte para estar á la sombra, y pintó con tinta de china en un papel blanco, y muy estirado los obgetos con que deseaba hacer sus experimentos.

1.º A 10 pies de distancia distinguia bastante bien un punto redondo y negro de $\frac{1}{4}$ de linea de diámetro. El mismo punto le parecia dudoso á la distancia de 12 pies, y desaparecia á 13 pies de distancia.

2.º Otro punto redondo y negro cuyo diámetro era de $\frac{44}{100}$ de linea, era todavia visible á la distancia de $14\frac{3}{4}$ pies; á la de 17 pies apenas se divisaba su sombra, y á la de 18 pies desaparecia.

3.º Otro de $\frac{66}{100}$ de linea de diámetro, era todavia visible á la distancia de $24\frac{1}{2}$ pies; á la de 26 pies se le veía confusamente y con trabajo, y mas allá no se le veía mas.

362 Por consiguiente, siendo la primera distancia de 12 pies, la segunda de 17, y la tercera de 26, si dividimos los números que las espresan por los diámetros de los puntos negros, tendremos 6918, 5655 y 5673, tres números que se arriman mucho á la igualdad; porque en el primer experimento, que es el que mas discrepa de los otros, no se pudo medir con bastante precision el diámetro del punto por causa de su pequeñez. Tomemos, pues, un medio que vendrá á ser 6000, é infiramos que dichos puntos han desaparecido, así que el ojo ha estado de ellos á una distancia 6000 veces mayor que sus diámetros.

Pe-

Pero si hacemos el radio del círculo $= 6000$, y Fig. suponemos el seno, la tangente ó el arco $= 1$, una vez que estas tres cantidades, por razon de su pequeñez, son casi iguales; hallaremos que el ángulo de la vision es de $34''$. Este es el término de la vision respecto de los obgetos negros sobre un fondo blanco y á la sombra. Se puede, pues, decir, en general, que en las espresadas circunstancias, los obgetos no son visibles sino en un ángulo mayor que $34''$, y que siendo este ángulo menor llegan á ser invisibles.

363 Tambien quiso averiguar Mayer lo que sucedería con obgetos semejantes puestos unos al lado de otros.

4.º Con la misma tinta pintó una figura compuesta de muchas fajas negras y blancas, puestas alternadamente unas al lado de otras. Todas cogian de ancho $\frac{36}{100}$ de linea, y habiéndolas considerado directamente á la distancia de 11 pies, las halló algo confusas, de modo que apenas podia distinguir las fajas blancas de las negras. A 12 pies de distancia le costaba mucho trabajo notar su diferencia, y estando un poco mas lejos, no veía en toda la figura mas que un color ceniciento.

5.º Otra figura semejante, cuyas fajas negras eran otro tanto mas anchas que las blancas, se empezó á ver confusa á la distancia de 9 á 10 pies; el ancho de las fajas blancas era de $\frac{2}{10}$ de linea, y el de las negras de $\frac{4}{10}$.

6.º A la misma distancia se le desapareció una figura semejante, cuyas fajas blancas eran otro tanto mas anchas que las negras, al reverso de la figura antecedente. Es de re-

Fig. parar que estas dos figuras requieran la misma distancia del ojo, y lo veremos tambien en los esperimentos siguientes; de modo que se pueden poner juntas.

7.º Hizo otra figura parecida á una vidriera de ventana, compuesta de quadros blancos rodeados de fajas negras, cuyo ancho era de $\frac{44}{100}$ de linea, igualmente que el de los quadros. A la distancia de $15\frac{1}{2}$ pies pareció totalmente negra, de suerte que se dudaba si tenia algunos quadros blancos.

8.º Una figura parecida á un tablero, compuesta de quadros pequeños alternadamente blancos y negros, cogiendo cada uno de sus lados $\frac{52}{100}$ de linea, empezaba á desaparecer á la distancia de 12 pies; porque mas allá los quadros blancos se confundian con los negros.

364 Si comparamos lo ancho de las fajas, y de los quadros en estos esperimentos, con la distancia de los ojos, hallaremos que el ángulo de vision quando empiezan á desaparecer, no era siempre el mismo; porque en el quarto experimento este ángulo era de $47''$; en el quinto y sexto, de $66''$ y $30''$; en el séptimo, $=40''$; y en el octavo, $=62''$.

Como esta diferencia es muy notable para poderse atribuir á la dificultad, ó á algun vicio de las observaciones, respecto de los obgetos que están unos de otros á mayor distancia que lo que coge el intervalo de su grueso, como las fajas de los esperimentos quarto, sexto y séptimo (tomando por obgetos los espacios chicos, y por intervalos los grandes); se puede congeturar que dichos obgetos padecen un ángulo menor de vision, y son por consiguiente mas

visibles que aquellos cuyos intervalos son iguales á sus gruesos , como en los experimentos quinto y octavo. Fig.

365 Los experimentos que hemos referido manifiestan que el término de la vision no llega por lo comun á un minuto respecto de los obgetos medianamente iluminados. Veamos lo que pasa quando están bañados de una luz muy viva.

9.º Los puntos y figuras de los experimentos antecedentes fueron puestos á la luz del sol , en verano , á las doce del dia , y estaban bañados por consiguiente de una luz muy viva ; no obstante, desaparecieron á las mismas distancias que antes , y por consiguiente el término de vision es siempre uno mismo.

La razon de este fenómeno consiste en que la sobrada claridad hiere los ojos con tanta fuerza , que no la pueden aguantar mucho tiempo , ni guardar la contraccion necesaria de la pupila. De aquí proviene que poniendo al sol un papel blanco , si se le mira mucho tiempo , parece tomar una media tinta de negro.

366 Hay mas variedad en el término de vision quando los obgetos son iluminados de una luz debil , como la de una bugía. Veremos no obstante que las distancias por lo tocante á los grados de luz 1 y 169 , no varian sino en razon de 1 á 2 , ó de 1 á 3 , con corta diferencia ; quiero decir , que si el obgeto bañado de una luz de cierto grado llega á ser casi invisible á la distancia de 9 pies ; el mismo obgeto, quando no le hiere mas que la 169^{ma} par-

Fig. te de la primera luz, será igualmente visible á la distancia de 4 pies.

367 El mismo observador puso directamente á la luz de una vela de sebo los objetos de los experimentos antecedentes, y dejando entre el objeto y la luz 1.º un intervalo de $\frac{1}{2}$ pie. 2.º de un pie. 3.º de 2, y así prosiguiendo; y arrimándose ó haciéndose ácia atrás conforme requieran estas diferentes distancias de la luz, halló las distancias del ojo á las quales los objetos empiezan á desaparecerse del modo siguiente.

10.º En el objeto del experimento quarto, de las fajas alternativamente negras y blancas.

Distancia de la luz. Distancia del ojo. Término de la vision.

$\frac{1}{2}$ pies.	$7\frac{1}{2}$ pies.	69''
1	$6\frac{1}{2}$	79
2	$5\frac{3}{4}$	90
3	$4\frac{3}{4}$	109
4	$4\frac{1}{2}$	115
5	$4\frac{1}{4}$	122
6	4	129
7	$3\frac{3}{4}$	138
8	$3\frac{1}{2}$	147
13	3	172

11.º En los objetos de los experimentos quinto y sexto, halló

Distancia de la luz. Distancia del ojo. Término de la vision de las fajas menores.

$\frac{1}{2}$ pies.	$6\frac{1}{2}$ pies.	44''
[1]	$5\frac{1}{2}$	52
[2]	$4\frac{1}{2}$	64
[3]	$4\frac{1}{4}$	68
[4]	$3\frac{3}{4}$	76
[8]	$2\frac{3}{4}$	104
[13]	$2\frac{1}{4}$	128

12.º La figura del experimento séptimo, parecida á una vidriera de ventana, dá

Distancia de la luz. Distancia del ojo. Término de la vision.

$\frac{1}{2}$ pies.	12 pies.	57''
[1]	$9\frac{1}{2}$	73
[2]	7	99
[3]	$6\frac{1}{2}$	106
[4]	6	115
[8]	$4\frac{1}{2}$	153
[13]	$3\frac{3}{4}$	184

13.º En la figura en forma de tablero se reparó lo siguiente.

Fig. *Distancia de la luz. Distancia del ojo. Término de la vision.*

$\frac{1}{2}$ pies.	$9\frac{1}{2}$	79''
1	$7\frac{1}{2}$	99
2	6	124
3	$5\frac{1}{4}$	142
4	$4\frac{1}{2}$	166
8	$3\frac{1}{4}$	229
13	3	248

En estos experimentos se puede haber cometido la equivocacion de $\frac{1}{4}$ ó de $\frac{1}{2}$ pie por lo que toca á la distancia del ojo; pero esto no importa para los fines que se llevan.

368 Prueban estos experimentos que el término de la vision de ningun modo crece en razon simple de la distancia de la luz, sino que sus incrementos son mucho mas lentos. Pero considerándolo todo con mucho cuidado, halló Mayer que se podia dar razon de la mayor parte de estos fenómenos con suponer el término de la vision en razon subtriplicada de la distancia entre el objeto y la luz.

Llamemos, pues, esta distancia valuada en pies de Rey, a ; y el término de la vision valuado en segundos, s .

Respecto de la distancia de un pie entre el objeto y la vela, tendremos

En la figura de fajas iguales $s = 79\sqrt[3]{a}$.

de fajas desiguales $s = 52\sqrt[3]{a}$.

En la figura á modo de vidriera $s = 73\sqrt[3]{a}$.

En la figura á manera de tablero $s = 99\sqrt[3]{a}$.

En

En esta hipótesis se ha calculado la tabla siguiente de Fig. los términos de vision.

Distancia de la luz.	Figura de fajas iguales.		Figura de fajas desiguales.		Figura á modo de zibiera.		Figura á manera de tablero.	
Pies.	Hyp.	Obs.	Hyp.	Obs.	Hyp.	Obs.	Hyp.	Obs.
$\frac{1}{2}$	63	69	41	44	53	57	79	79
1	79	79	52	52	73	73	99	99
2	99	90	65	64	92	99	124	124
3	114	109	75	68	105	105	143	142
4	125	115	82	76	116	115	157	166
8	158	147	104	104	146	153	198	229
13	185	172	128	122	172	184	233	248

La diferencia entre la hipótesis y la observacion no pasa por lo comun de unos pocos segundos ; y por lo mismo , si esta hipótesis no es la verdadera, no se aparta mucho de la verdad.

369 De aquí podemos sacar un método para comparar la luz del dia con la de una vela que alumbra por la noche. Sea s el término de la vision respecto de la luz del dia; en virtud de la hipótesis antecedente, se podrá hallar la distancia de una vela que dá la misma claridad. Porque respecto de una figura de fajas iguales, tenemos $s = 79\sqrt[3]{a}$; y en el caso actual, por lo dicho (364), $s = 47''$. Luego $47 = 79\sqrt[3]{a}$, ó $a = \left(\frac{47}{79}\right)^3$, esto es, $a = 0,2$ pies. Respecto de las figuras de fajas desiguales, sale

a

Fig. $a = 0,19$; respecto de la figura á modo de vidriera , $a = 0,16$, y respecto de los tableros, $a = 0,24$; tomemos un medio $0,2$ ó $\frac{1}{5}$, y podremos inferir que la luz del día es tan fuerte como la de una vela que alumbra un objeto á la distancia de $\frac{1}{5}$ de pie de Rey. Por consiguiente , si queremos alumbrar un objeto con velas tanto como le alumbraría la luz del día , hemos de poner 25 velas encendidas á un pie de distancia del objeto.

370 De todo lo dicho tambien podemos inferir que *el término de la vision es en razon inversa de la raiz sexta de la claridad.*

Porque las claridades de la luz están en razon duplicada inversa de las distancias , y el término de la vision en razon subtriplicada de las mismas distancias. Luego , componiendo, el término de la vision estará en razon inversa de la $\sqrt[6]{}$ de la claridad. Quiero decir que si s es el término de la vision , c la claridad de la luz , D la distancia , tendremos s en razon de $\frac{1}{\sqrt[6]{c}}$. Porque la distancia es en razon $\frac{1}{\sqrt[2]{c}}$,

y s en razon de $\sqrt[3]{D}$. Luego s es en razon de $\frac{1}{\sqrt[6]{c}}$.

371 Si quisiéramos *medir la claridad*, tomaríamos por unidad la claridad del día , aunque no es siempre la misma. Pero como hemos averiguado que viene á ser 25 veces mayor que la de una vela , á la distancia de un pie, la podremos mirar á este respecto como constante.

Se pueden señalar dos términos de vision , uno para los

los obgetos solitarios , ó bastante apartados de los demás Fig. obgetos , otro para los que están rodeados de otros obgetos á distancias iguales de sus gruesos. Es probable , y lo dá á entender la esperiencia, que los primeros obgetos son mas á proposito que los otros para la vision distinta , y que por consiguiente tienen un término menor de vision. Podemos, pues, tomar por término de vision respecto de los primeros $30''$, y el duplo $60''$ respecto de los segundos, por lo menos en lo que pertenece á la claridad de la luz del dia, que tomamos por unidad.

372 Luego para espresar el primer término de vision , tendremos esta fórmula $s = \frac{30''}{\sqrt[6]{c}}$, y para la segunda

estotra $\frac{60''}{\sqrt[6]{c}}$. Sobre estos fundamentos calculó Mayer la tabla siguiente para la primera especie , que dá exactamente el duplo para la segunda.

<i>Claridad.</i>	<i>Término de vision para la 1.^a especie.</i>	<i>Claridad.</i>	<i>Término de vision para la 1.^a especie.</i>
I	0' 30''	$\frac{1}{121}$	1' 6''
$\frac{1}{4}$	0 38	$\frac{1}{144}$	1 8
$\frac{1}{9}$	0 43	$\frac{1}{169}$	1 10
$\frac{1}{16}$	0 47	$\frac{1}{196}$	1 12
$\frac{1}{25}$	0 51	$\frac{1}{225}$	1 14
$\frac{1}{36}$	0 54	$\frac{1}{156}$	1 15
$\frac{1}{49}$	0 57	$\frac{1}{289}$	1 17
$\frac{1}{64}$	1 0	$\frac{1}{324}$	1 18
$\frac{1}{81}$	1 2	$\frac{1}{361}$	1 20
$\frac{1}{100}$	1 4	$\frac{1}{400}$	1 21

373 Si la edad ó alguna enfermedad seca los humores del ojo , de modo que por la disminucion de su volumen , la cornea , y el cristalino se achaten , la luz no será bastante refringida , y por una consecuencia necesaria de esta falta de refraccion , los vértices de los manojos no irán á

pa-

parar al fondo del ojo , sino mas alla , la imagen lejos de Fig. componerse de puntos distintos que representen los puntos correspondientes del obgeto , no será mas que un conjunto de círculos luminosos que cogerán unos sobre otros. Por consiguiente , esta imagen será confusa , y el obgeto no se verá sino confusamente ; y quanta mas confusion hubiere en la imagen , tanta mas habrá tambien en la apariencia del obgeto. Este es cabalmente el defecto que padece la vista de las personas de edad abanzada , que llaman *Presbytes*, y nos enseña como se enmienda con el socorro de los anteojos. Porque siendo convexos los vidrios de estos anteojos , conforme declararemos mas adelante , suplen la poca convexidad del ojo ; contribuyendo para hacer mayor la suma total de las refracciones , son causa de que los rayos convergen mas de lo que hubieran convergido ; y quando estos vidrios tienen el punto preciso de convexidad , el punto de concurso de los rayos de cada manojo dá exactamente en el fondo del ojo.

374 Los *Myopes* , esto es , los que son cortos de vista , tienen un defecto contrario ; sus ojos son muy convexos. Como entonces la refraccion es muy grande , los rayos convergen sobrado , y se juntan antes de llegar al fondo del ojo. Por consiguiente , ni la imagen , ni la vision que resulta , puede ser distinta. Los obgetos cercanos son los únicos que se pueden ver distintamente , porque la suma divergencia de los rayos que despiden , compensa el exceso de refracciones , y entonces no concurren sino en el fondo del

Fig. del ojo. Para enmendar este defecto se hace uso de un vidrio cóncavo cuya propiedad consiste en esparramar los rayos ; escogiéndole de una curvatura correspondiente , los rayos incidentes adquieren al atravesarle , el grado de divergencia con el qual han de dar en el ojo, para no juntarse sino en el fondo donde han de pintar la imagen. En una edad abanzada esta grande divergencia puede llegar á ser superflua , y aun contraria á la vision , y los rayos pueden concurrir exactamente en el fondo del ojo , con las direcciones que tienen naturalmente al salir de los obgetos, porque siendo entonces el ojo mas aplanado , puede adquirir la figura de los que son muy bien conformados ; pues se sabe que los myopes ven mejor en la vejez los obgetos distantes ; y esta es la razon por qué vulgarmente se cree que su vista es mas duradera.

375 Quando se quiere determinar la magnitud de las imágenes en el fondo del ojo , basta considerar un rayo solo en cada manojo ; porque quando la imagen es distinta , todos los rayos de un mismo manojo concurren en un punto único en el fondo del ojo ; ó lo que viene á ser lo mismo , podemos considerar la niña como contraída y reducida á un punto ; para escusar complicaciones, y ayudar á la imaginacion , podemos suponer que el punto *O* es un agagerito hecho en el centro de un hemisferio hueco y obscuro *DqE* , que no admite mas que los rayos que le atraviesan sin quebrantarse. Porque entonces los diámetros ó longitudes de las imágenes *pqr* crecerán ó menguarán como el ángu-

gulo pOr , ó como el ángulo POR ; dentro de poco probaremos que el ojo tiene esta propiedad.

376 *Los ángulos que forman en el ojo los rayos que despiden las partes iguales de un objeto chico, son iguales.*

Divídase la subtensa BC de un ángulo pequeño BAC , 285. ó lo que es lo propio, la cuerda del arco que le mide, en un número qualquiera de partes iguales BH , HI , IC , y por los puntos de division tírense al vértice del ángulo, las rectas HA , IA , que dividirán el mismo ángulo en un mismo número de partes iguales entre sí, con cortísima diferencia. Y estos ángulos parciales serán iguales, si se pudiera tomar la recta BC por el arco BC , que mide el ángulo A , y se arrimarán tanto mas á la perfecta igualdad, quanto menor fuere el ángulo. Por esta razon la proposicion no es muy exacta sino respecto de ángulos muy chicos.

377 *Ángulos chicos subtensos por una misma perpendicular, son recíprocamente como las distancias á que están del vértice.*

Si la distancia AB es dupla ó tripla de Ab , la subtensa BC será dupla ó tripla de la subtensa bc del mismo ángulo A . Divídase BC en partes BH , HI , IC , cada una igual á bc , y tírense los radios HA , IA , estos dividirán el ángulo BAC en otras tantas partes iguales. Luego si dos ángulos bAc , BAH tienen una misma subtensa ó subten-sas iguales bc , BH , la cantidad del primero bAc será á la del segundo BAH , como la segunda distancia BA es á la primera bA .

Los

Fig. 378 *Los diámetros ó tamaños de las imágenes de los obgetos formadas en el fondo del ojo, son siempre proporcionales á los ángulos que los rayos, que vienen de los extremos del obgeto, forman al cruzarse en el centro de la niña, con tal que estos ángulos sean pequeños.*

Porque sean dos ó tantos obgetos como se quisieren PQ y $p'q'$ paralelos ó inclinados uno respecto de otro, que
 286. subtenden el mismo ángulo POQ ó $p'Oq'$ formado en el ojo por los rayos despedidos desde sus extremos. Como los rayos de luz que vienen de P y p' , que siguen el mismo camino $Pp'O$, padecen las mismas refracciones, y encuentran por consiguiente el fondo del ojo en el mismo punto p ; por la misma razon, los que vienen de Q y q' , irán tambien á encontrarle en el mismo punto q . Luego las imágenes pq de los obgetos PQ y $p'q'$ que subtenden el mismo ángulo que forman en el ojo los rayos despedidos por sus extremos, serán del mismo tamaño.

Ahora bien, está averiguado con experimentos, que las imágenes de los obgetos formadas en el fondo del ojo, son perfectamente semejantes en todas sus partes á los obgetos que representan; quiero decir, que las proporciones de las partes pq , qr de la imagen entera pqr son las mismas que las de las partes PQ , QR del obgeto PQR . Pero la razon de estas partes PQ , QR es con corta diferencia la misma que la de los ángulos POQ , QOR que subtenden; luego es verdadera la proposicion por lo tocante á los obgetos PQ , QR que están á una misma distancia del ojo.

Y como acabamos de probar que los obgetos PQ y $p'q'$ tie- Fig.
nen la misma imagen pq , se sigue que las imágenes de los ob-
getos $p'q'$ y QR siguen la razon de los ángulos $p'Oq'$, QOR
que los rayos procedentes de los extremos de los obgetos for-
man al tiempo de cruzarse en el centro de la niña. Estos
ángulos se llaman *Ángulos ópticos ó visuales*.

379 *Quando un obgeto se acerca ó aparta del ojo, el diámetro de su imagen, en el fondo del ojo, crece ó mengua en razon inversa de la distancia que hay entre dicho obgeto y el ojo, con tal que el ángulo visual sea bastante pequeño.*

Porque el diámetro de la imagen crece ó mengua co-
mo el ángulo visual (378), y este ángulo, quando es
bastante pequeño, crece ó mengua en razon inversa de la
distancia del obgeto al ojo (377).

380 *El grado de claridad de la imagen de un obgeto estampada en el fondo del ojo, es siempre el mismo, esté el obgeto á la distancia que estuviere del ojo, con tal que ninguno de los rayos sea interceptado en el camino, y que la abertura de la pupila se mantenga la misma.*

Supongamos, por egemplo, que el ojo esté dos veces
mas cerca del obgeto; las dimensiones de la imagen lle-
garán á ser duplas, y por consiguiente la imagen será quá-
drupla. Pero la cantidad de rayos recibidos con una misma
abertura de niña á una distancia la mitad menor, es tambien
quádrupla; luego la luz es de igual intensidad que quando
el obgeto estaba á una distancia dupla de esta.

Fig. 381 Síguese de aquí que la falta de claridad de los obgetos remotos proviene de la opacidad de la atmosfera que sorbe y esparrama parte de la luz que debería llegar al ojo. Esta es la razon porqué el sol , la luna , y las estrellas tienen poco resplandor en el orizonte , y llegan á ser mas luminosos al paso que ván subiendo ; porque se pierde tanta mas luz , quanto mayor es y mas denso el espacio que los rayos han de atravesar. Pero quando los astros están en el orizonte , ó cerca de él , sobre ser mas largo el espacio que ha de andar la luz en la atmosfera (25), encuentra al acercarse á la tierra mayor número de partes á proposito para interceptarla , porque los vapores son mas densos y espesos que en otra parte qualquiera ; siendo así que quando los obgetos están mas altos , encuentra menos de las espresadas partes , tiene menos trecho que andar, y por consiguiente pierde menos rayos.

382 El Doctor Hook asegura que con la mejor vista del mundo no se puede distinguir en el cielo un espacio como el que parece ocupar una mancha de la luna , ó la distancia entre dos estrellas , quando el ángulo visual que dicho espacio subtende , es menor que un medio minuto ; y tambien que entre cien personas , apenas hay una que pueda distinguir un espacio de un minuto. Quando el ángulo visual no coge mas que la espresada cantidad , las dos estrellas no parecen á la vista sola mas de una. Smith fue testigo de un experimento en que uno de sus amigos , que tenia mejor vista que todos los de la compañía , apenas pudo

do divisar un círculo blanco puesto sobre un fondo negro, ó un círculo negro puesto sobre un fondo blanco, quando su diámetro subtendia un ángulo visual menor que los dos tercios de un minuto, ó lo que es lo mismo, quando la distancia entre dicho círculo y el ojo era 5156 veces mayor que su diámetro; y esto concuerda con la observacion de Hook. De aqui inferimos, en virtud de la regla dada (314) quando tratamos de la aberracion de la luz, que el diámetro de la imagen de dicho círculo en el fondo del ojo no debia ser, á lo mas, sino la $\frac{1}{8000}$ parte de una pulgada; una parte tan pequeña se debe considerar como un punto sensible del fondo del ojo. Se puede formar juicio de la estremada pequeñez de este punto, reparando que un cabello el mas delgado es visible á una distancia igual á la que coge de largo el brazo.

383 *La magnitud aparente de un obgeto es una cantidad de estension visible, proporcional al ángulo que dos rayos procedentes de los extremos del obgeto, forman al cruzarse en el ojo, esto, es al ángulo visual.*

Porque los extremos del obgeto se ven en la direccion de dichos rayos; y conforme forman un ángulo mayor ó menor, al entrar en el ojo, la imagen coge en el fondo del ojo un espacio mayor ó menor, y causa por consiguiente la sensacion de una estension visible mayor ó menor.

384 *La magnitud aparente de un obgeto, quando el ángulo visual es pequeño, es recíprocamente como su distancia al ojo; quiero decir, que si el obgeto se arrima al ojo,*

Fig. su magnitud aparente crece á medida que su distancia real mengua.

Porque la magnitud aparente de un objeto es (383) una cantidad de estension visible proporcional al ángulo que el objeto subtende en el ojo ; y este ángulo crece, quando es pequeño , con corta diferencia , del mismo modo que la distancia real entre el ojo y el objeto mengua.

385 Para distinguir mejor la magnitud aparente de un objeto visto con la vista sola , de la magnitud que parece tener mirándole por vidrios, ó dentro de espejos, y tambien para ahorrar palabras , se la suele llamar su *Magnitud verdadera* ; y quando se habla del tamaño aparente de un objeto, se entiende siempre la cantidad aparente de su diámetro, ó de su ancho ó largo, ó de alguna otra linea principal perteneciente al mismo objeto, y no la cantidad de su superficie ó solidez , á no ser que se especifique.

De las Ideas que se adquieren con la vista.

386 Para poder dar razon de diferentes apariencias de la vision , es preciso indagar como adquirimos con la vista las ideas de los objetos. Un Óptico muy sabio propuso acerca de esto una cuestion muy célebre á un grande Metafisico contemporaneo suyo. Preguntole si dando vista á un ciego de nacimiento , llegado á hombre hecho , al qual se le hubiese enseñado á distinguir con el tacto un globo de un cubo del mismo metal , y con corta diferencia de un mismo tamaño , podria distinguirlos al verlos , sin tocarlos,

los , y decir qual es el globo , y qual es el cubo. Ambos Fig. sabios se inclinaron á que no; y su opinion se confirmó despues con los experimentos. Se ha averiguado que las personas á quienes se ha dado la vista , abatiéndoles las cataratas, no distinguian los obgetos solo con mirarlos , por mas diferencia que hubiese entre su figura , y su magnitud. *Cheselden* , Cirujano muy afamado de Londres , ha dado una relacion muy curiosa de las observaciones que habia hecho acerca del modo con que un muchacho de trece años , á quien abatió las cataratas , empezó á ver. La trasladaremos aquí casi conforme la ha publicado.

387 Antes de empezar , dice *Cheselden* , la relacion de mis observaciones, he de prevenir que el muchacho no era perfectamente ciego. Distinguia el dia de la noche , y todas las personas que como él están privadas de la vista solo por cataratas , tienen la misma facultad. Distinguia tambien , habiendo mucha luz , el blanco , el negro , y el colorado subido que llamamos grana , y lo propio hacen todos los ciegos de la misma especie ; pero le era imposible distinguir la forma de los obgetos.

Primero se le hizo la operacion en un ojo solo ; aunque distinguiese antes muchos colores siendo mucha la luz, las débiles ideas que de ellos se habia formado , no se hallaron suficientes para poderlos reconocer quando los vió con efecto ; decia que los colores que veía , no eran los mismos que habia visto en otros tiempos. El color de grana le pareció el mas hermoso de todos los colores , y le halló el mas

Fig. alegre y grato de los que discernia quando era ciego ; pero la primera vez que vió lo negro , le hizo una impresion ingrata ; y no obstante , se acostumbró ; pero viendo al cabo de unos meses una negra , se horrorizó.

La primera vez que vió , estaba tan lejos de formar juicio de las distancias , que á su parecer todos los obgetos indistintamente tocaban sus ojos (así se esplicó) ; del mismo modo que las cosas que tentaba , tocaban sus manos . De todos los obgetos los que eran lisos y de una forma regular le agradaban mas , bien que no pudiese formar ningun juicio de su figura , ni decir porque le eran mas gratos . No conocia la forma de ningun obgeto , ni distinguia cosa alguna de otra , por mas diferencia que hubiese entre sus figuras y magnitud . Quando se le enseñaban cosas que antes conocia por el tacto , las miraba con atencion para reconocerlas otra vez ; pero como tenia que atender á muchos obgetos á un tiempo , se le olvidaban los mas . Aprendo , decia , muchas cosas en un dia , y se me olvidan otras tantas . Quedó muy maravillado de que lo que mas le gustaba no fuese lo mas grato á sus ojos ; esperaba hallar mas hermosas que las demás , á las personas á quien mas queria . No consideró por mucho tiempo los quadros sino como planos coloreados . Solo al cabo de dos meses percibió que representaban cuerpos sólidos , y pareció que habia hecho de golpe este descubrimiento . Quando empezó á conocer que dichos quadros representaban cuerpos sólidos , esperaba hallar con efecto cuerpos sólidos al tocar el lienzo del quadro ,

y estrañó mucho , quando tocó las partes que por la mez- Fig.
cla de la luz y la sombra le parecian redondas y desigual-
les , hallarlas planas y lisas como las demás ; preguntaba
quál de los dos sentidos le engañaba , la vista ó el tacto ?

Pero se quedó mas asombrado que nunca, quando se le
enseñó el retrato de su padre en miniatura. No podia con-
cebir como una cara tan ancha podia caber en tan corto
espacio ; esto le parecia tan imposible, decia él , como el
que una fanega cupiese en un celemin.

Al principio no podia aguantar sino poca luz , y to-
dos los obgetos le parecian muy grandes ; pero á medida
que los veía mayores , le parecia que los primeros se achir-
caban. Creía que no habia nada mas allá de los límites de
lo que veía ; bien que supiese que el quarto donde estaba
no era mas que una parte de la casa , no podia entender
como toda la casa podia parecer mayor. Costó trabajo per-
suadirle á que se dejase hacer la operacion, por el poco so-
corro que esperaba del nuevo sentido que le habia de dar ; y
solo le determinó á consentirla el deseo que tenia de sa-
ber leer y escribir. Decia que no concebía cómo podría te-
ner mas gusto en variar sus paseos, que en quedarse en su
jardin del qual habia tomado un tino perfecto. No imaginaba
como podia guiarse por los ojos en aquellos donde no habia
estado ; habia reparado que su estado de ciego le daba la ven-
taja de ir por todas partes sin luz , con mas facilidad y se-
guridad que los que ven ; cuya ventaja conservó mucho
tiempo despues que se le hubo dado la vista ; andaba de no-

Fig. che por toda la casa sin luz. A cada nuevo objeto que veía tenia un gusto nuevo, y tan vivo que no le podia explicar. Un año despues de la operacion, le llevaron á Epsom donde la vista es muy dilatada y variada; quedó encantado de aquel espectáculo, y le llamó un modo nuevo de ver. Mas de un año despues, se le hizo la operacion en el otro ojo, vió al principio con este los objetos mayores que con el otro, pero menos grandes de lo que los vió con el primer ojo; y quando miraba un objeto con los dos ojos, decia que le parecia otro tanto mayor que con el primer ojo solo; pero no le veía duplicado, por lo menos no lo dijo.

388 Refiere Cheselden en otra disertacion, que habia dado igualmente la vista á dos ciegos de la misma especie, que no se acordaban de haber visto jamás; y asegura que quando empezaban á hacerse á ver, habian dicho lo mismo que el muchacho de que se habló poco ha, con la diferencia de que especificaban menos las particularidades de su nuevo estado; y en todos se reparó que no habiendo necesitado jamás mover los ojos en el tiempo de su ceguera, no sabian cómo hacerlo, para dirigirlos al objeto que querian mirar; solo con el tiempo y sucesivamente adquirieron esta facultad.

389 Examinemos ahora por qué medios un ciego de nacimiento al qual se le han abatido las cataratas, puede enseñarse á discernir los lugares, los tamaños, las figuras, y las distancias de los objetos. Yá que no puede volver el
ojo

ojo ácia un obgeto particular, cuyo lugar sabe por el tacto, supongamos primero su ojo en reposo, y que despues de haberse hecho á discernir su mano ó la punta de su dedo, le mueva poco á poco arriba y abajo. Durante este movimiento, no puede menos de percibir alguna especie de mudanza en lo que vé, causada por el movimiento correspondiente de la imagen de su dedo estampada en diferentes partes del fondo del ojo. Si observa entonces con bastante atencion para poderse acordar, la sensacion que hubiere experimentado quando llevó su dedo á alguna parte, por egemplo, debajo de su ojo; todas las veces que experimentare una sensacion semejante, causada por otra imagen del mismo obgeto ú de otros, formada en el mismo sitio del fondo del ojo, inferirá que dicho obgeto, cuyo sitio conoce, está mas abajo de su ojo, ó en el sitio donde habia tenido su dedo. Por medio de semejantes observaciones hechas con su mano, multiplicadas y repetidas, puede enseñarse á distinguir con la vista, no solamente el movimiento de un cuerpo, sino tambien ácia qué direccion se hace dicho movimiento respecto de él mismo, y por consiguiente á conocer la estension y su situacion, y esto le enseñará á distinguir las figuras de los cuerpos. Puede enseñarse tambien á conocer las figuras recorriendo los contornos de los cuerpos con su dedo, y notando las diferentes inflexiones ó variedades de sus movimientos; y en general, comparando las ideas que le diere la vista, con las que adquiere por medio del tacto. Y reparando que la apariencia de un

Fig.
mis-

Fig. mismo objeto muda segun que el ojo se le acerca ó se aparta de él , se hará á formar juicio de las distancias de los objetos á su ojo , igualmente que de sus distancias respectivas , por medio de las variedades que notará en sus magnitudes aparentes. Finalmente , viendo por precision los objetos tanto mas claros , quanto mas inmediatos estuvieren al ege del ojo prolongado , y mas confusamente á medida que estuvieren mas apartados del mismo ege; quando algun movimiento casual del ojo ó de la cabeza hiciere que le parezca confusamente un objeto que veía distintamente , la memoria de haberle visto claramente , le inclinará á ponerse otra vez en posesion de esta ventaja , por medio de un movimiento determinado y voluntario del ojo ó de la cabeza; y mediante muchas y frecuentes pruebas de esta especie, adquirirá naturalmente la facultad de dirigir el ojo ácia el objeto que quisiere. Por medio de un egercicio parecido á este ó poco diferente , se hará igualmente á volver ambos ojos ácia un mismo objeto. Se echa de ver finalmente que nuestras ideas ó percepciones de los objetos sensibles adquiridas con la vista , se forman de este modo : habiendo empezado por comparar las primeras percepciones que nos vienen por la vista , y demás sentidos , la memoria que de ellas nos queda nos hace conocer sobre la marcha que el objeto que percibimos , hará impresion en el sentido al qual corresponde , y de ellos nos cercioramos al instante haciendo la prueba , y experimentando lo mismo que antes.

Pe-



390 Pero si la memoria de las mismas sensaciones causadas en los mismos lugares del fondo del ojo, bien que por otra parte no sabemos en quales, es la que nos hace formar el mismo juicio del lugar de un obgeto, es constante que las imagenes trastornadas en el fondo del ojo, serán igualmente conducentes para despertar las mismas ideas que si siempre hubieran estado derechas ó en la situacion que se quisiere. Solo es necesario que el obgeto y su imagen muden de lugar á un tiempo, segun una ley fija y constante, sea la que fuere. Fig.

391 Llamamos *Ege del ojo* una linea tirada por el medio de la pupila y del cristalino, y que por consiguiente remata en medio del fondo del ojo, de suerte que el ege óptico no es mas que este ege prolongado. Segun Jurin, la parte del ege del ojo, que está entre la superficie exterior de la cornea y la retina, coge comunmente $9\frac{2}{5}$ lineas. Quando los eges ópticos son paralelos ó se cortan mutuamente en un punto, los dos puntos de enmedio de las retinas, ó dos puntos qualesquiera á distancias iguales, y del mismo lado respecto de dichos puntos, sea á la izquierda ó á la derecha, arriba, abajo, ó en la direccion oblicua que se quisiere, se llaman *Puntos correspondientes*. La esperiencia nos enseña que vemos simple un obgeto ó un punto de un obgeto, siempre que su imagen se pinta en puntos correspondientes de las retinas, y que al contrario le vemos duplicado quando no se pinta en dichos puntos. Porque quando fijamos la vista en un obgeto, nos hemos acostumbrado á

287.
di-

Fig. dirigir los eges ópticos al punto que miramos , porque cayendo entonces las imágenes de dicho punto , en medio de las retinas , son mas distintas que si se pintasen en otra parte qualquiera; y como las imágenes de todo el obgeto son iguales y trastornadas respecto de los eges ópticos , todo punto colateral del obgeto estará estampado en puntos correspondientes de las retinas. Este habito de dirigir los eges ópticos al punto que deseamos ver , es tan poderoso, que es muy dificultoso dejar de hacerlo asi ; por manera que si cerramos un ojo mientras movemos el otro , sentimos , poniendo el dedo sobre el párpado del ojo cerrado, que sigue todos los movimientos del ojo abierto. Pero si los eges ópticos no están dirigidos al mismo punto , como sucede en los vizcos , ó quando apretamos el ojo un poco de lado con el dedo , los obgetos parecen duplicados , y es evidente que entonces las imagenes de los obgetos no están en puntos correspondientes de las retinas.

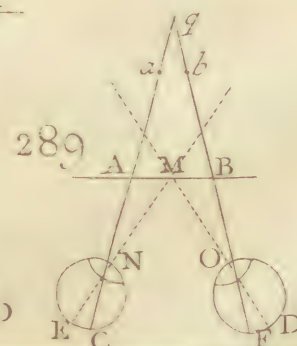
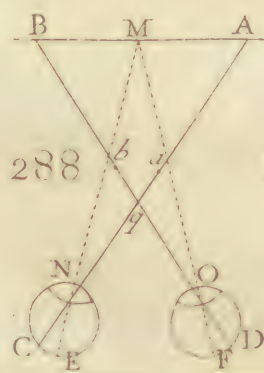
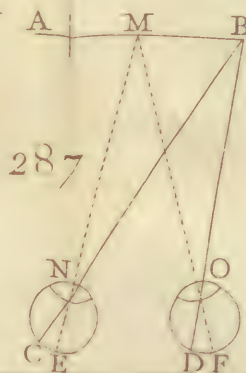
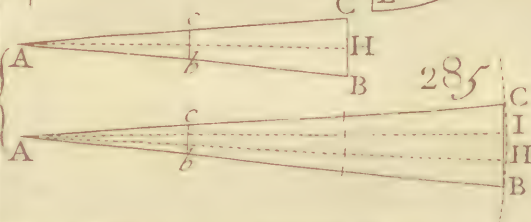
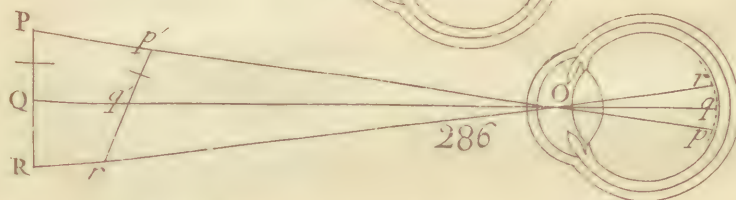
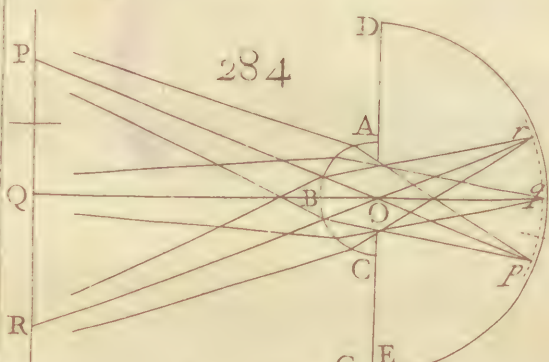
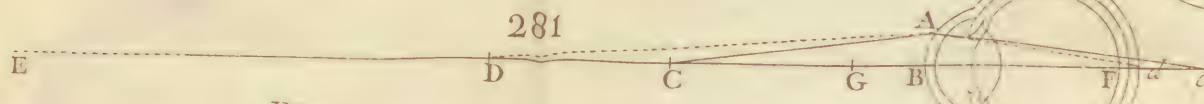
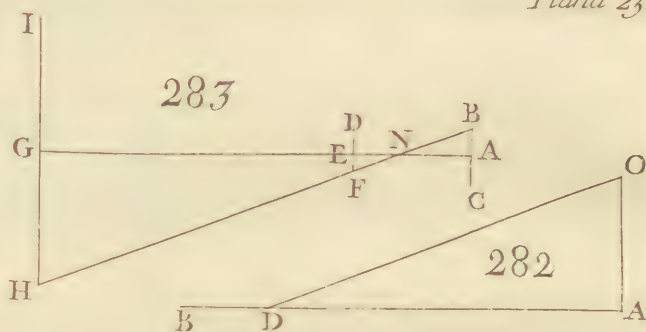
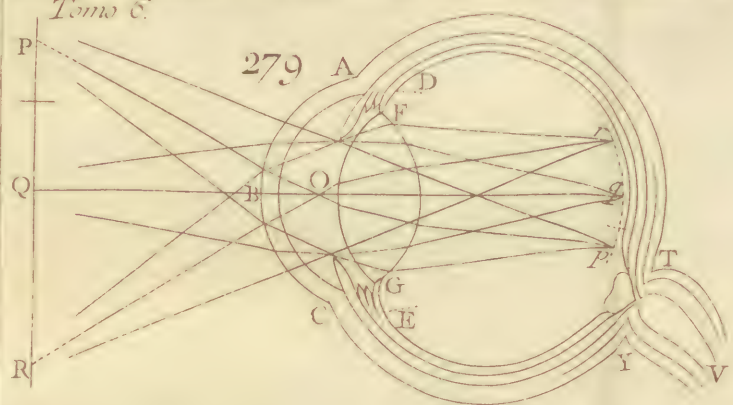
1288. : Por la misma razon , si quando los eges ópticos NM ,
 289. OM se dirigen ácia un punto reparable M , consideramos un obgeto ó imagen q , puesto en alguna parte dentro del ángulo NMO , ó en su opuesto formado por la prolongacion de los eges ópticos , dicho obgeto q parecerá , segun veremos mas adelante , en dos puntos como a y b , en las direcciones de los rayos visuales Nq , Oq . Porque como las imágenes del obgeto q , colocado entre los eges ópticos , están trastornadas respecto de dichos eges , caen indispensablemente en porciones de las retinas colocadas al revés respecto de
- di-

dichos eges , y por consiguiente en sitios que no se corres- Fig.
ponden; y esto es lo que puede ocasionar la doble apariencia;
porque en el uso ordinario de nuestros ojos , las imágenes
nunca están colocadas de este modo; esto solo puede suceder
respecto de dos obgetos *A* y *B* colocados al uno y otro lado
de la señal *M*. Si el uno solo de estos obgetos estuviera á
un mismo lado de los dos eges , tendría sus imágenes en
puntos correspondientes de las retinas, y por consiguiente
parecería simple. Añádase á esto que con una mirada no
miramos generalmente mas obgetos que los que están al re-
dedor de la señal *M*, á distancias con poca diferencia igua-
les de los ojos , y no los que están en una línea que se
aparta directamente de nosotros. Porque siendo diferentes
las distancias de dichos obgetos al ojo , no se pueden ver
distintamente todos á un tiempo , pues para esto es preciso
mudar las distancias del punto de concurso de los eges ópti-
cos , igualmente que la forma del ojo , á fin de que las imá-
genes formadas por rayos que vienen de obgetos que están
á distancias desiguales , sean distintas sucesivamente.

Asimismo, si rayos salidos de un obgeto *Q* forman des- 290
pues de refringidos ó reflectidos una imagen *q* de dicho 291
obgeto detrás de los ojos, y hay un espejo ó vidrio *AB* bas- 292
tante ancho para hacer que los rayos caygan en los dos ojos,
el obgeto *Q* siempre parecerá duplicado. Porque para ver
distintamente, estamos acostumbrados á dirigir los eges óp-
ticos á algun punto *M* colocado delante de nosotros. Pero
los rayos visuales *ANq*, *BOq*, por los quales vemos el ob-
ge-

Fig. geto , concurren en q detras de los ojos , y han de caer por consiguiente en lo interior de sus eges en C y D , que no son puntos correspondientes.

392. Enseña la esperiencia que la distancia aparente de los dos sitios donde vemos el obgeto , es con poca diferencia proporcional á la suma de los dos arcos CE , DF sobre las retinas , ó á la suma de los ángulos aNM , bOM que cada ege óptico forma con cada rayo visual , quando dichos arcos son ambos interiores ó exteriores respecto de los eges ópticos; pero quando el uno es interior y el otro exterior
293. respecto de dichos eges , la distancia aparente de los dos sitios donde el obgeto parece, se mide por la diferencia de dichos arcos. Porque si hasta aquí hemos supuesto el obgeto dentro del ángulo formado por los eges ópticos , no lo hemos hecho sino para manifestar mas claramente el efecto de la doble apariencia , y tambien hemos de prevenir que se vé igualmente duplicado un obgeto, quando está en el uno ó en el otro de sus eges , ó fuera de ambos, pero mucho mas cerca ó mucho mas lejos que su concurso. Tambien he reparado, dice Smith, que en todas sus situaciones , cada imagen a ó b , parece enfrente del mismo obgeto A ó B quando los dos ojos están abiertos , como quando tenemos cerrado el uno. Y quando el obgeto ó la imagen q formada por el vidrio
288. ó espejo , está entre los ojos y la señal que se mira , el ojo izquierdo percibe la imagen aparente que está á la derecha, y el ojo derecho la que está á la izquierda ; como es facil comprobarlo abriendo y cerrando succesivamente cada





da ojo ; pero quando el obgeto ó su imagen formada por el Fig.
vidrio ó espejo , está mas allá de la señal , ó detras de los 289.
ojos , el ojo derecho percibe la imagen aparente que está
á la derecha , y el ojo izquierdo la que está á la izquierda.

En virtud de esto es evidente que los dos sitios *a* y
b donde parece el obgeto *q* , no pueden ser los mismos que
su lugar verdadero ; que están entre dicho lugar y la señal
que se mira , pero á corta distancia.

393 Se vé tambien una doble apariencia , si despues 295.
de haber aplicado el extremo de una regla larga entre las
cejas , de modo que no se incline á ningun lado , y que
sus dos lados miren el uno á la derecha , y el otro á la
izquierda , se dirige despues el ojo á un obgeto distantes
porque entonces el lado derecho de la regla visto con el ojo
derecho parece á la izquierda , y el lado izquierdo á la
derecha. *PQ* es la regla , *pq* una de sus imágenes vista con
el ojo *N*, y *p'q'* otra imagen suya vista con el ojo *O*.

Pero ya que vemos con los dos ojos el obgeto que
miramos , y que por consiguiente experimentamos una doble
sensacion ¿por qué no le vemos duplicado? Podríamos con-
tentarnos con responder que esto proviene de que en el uso
ordinario de nuestros ojos , en los quales las imágenes del
obgeto caen siempre sobre partes correspondientes de las
retinas , el tacto nos ha enseñado primitiva y constante-
mente que el obgeto era simple , y que en virtud de esto
hemos hermanado la idea de la plaza única que ocupa , con
la doble sensacion que ocasiona ; esto lo confirma lo que
pa-

Fig. pasa quando el obgeto no está pintado en puntos correspondientes de las retinas, como sucede en los casos estrordinarios de que hablabamos antes de ahora. Porque entonces se vé el obgeto duplicado, ó lo que es lo mismo, nos parece que está en dos lugares distintos; y esto es una consecuencia inmediata del modo con que vemos habitualmente. Refiere Cheselden que un hombre que quedó vizco de resultas de un golpe que llevó en la cabeza, vió los obgetos duplicados por mucho tiempo, pero que poco á poco llegó á juzgar simples los mas familiares, y que con el discurso del tiempo los juzgó todos simples como antes, bien que sus ojos quedasen en la misma mala disposicion en que los puso el golpe. Este hecho confirma mucho lo que deciamos, es á saber, que el juicio que formamos del número y de los lugares de los obgetos, es únicamente efecto de la esperiencia, que junta constantemente las ideas de su número y de sus lugares, con las sensaciones originadas de las impresiones hechas en partes correspondientes de las retinas; por manera que si un animal tuviera cien ojos, en el uso ordinario que de ellos hiciese, siempre vería los obgetos simples, y céntuplos en casos estrordinarios, parecidos á los que hemos especificado.

394 La idea que formamos de la distancia á la qual nos parece que está un obgeto, que se llama su *Distancia aparente*, es la de una distancia real medida, yá con la mano, yá con el cuerpo caminando, ó de otro modo. Nos la sugiere la magnitud aparente del obgeto quando es solo,

como quando vemos un pájaro en el ayre &c. Pero si vemos Fig.
el obgeto rodeado de otros obgetos, que es lo mas comun, formamos juicio de su distancia , asi por medio de su magnitud aparente , como por la de los obgetos que hây entre el ojo y él. Por egeemplo , si entre él y nosotros hay campos , montes , rios , &c. la estension de estos diferentes obgetos influye mucho en el juicio que formamos de la distancia del obgeto que miramos. Porque la magnitud ó estension de un obgeto no es mas que la distancia aparente entre dos de sus extremos; y la que reparamos entre un obgeto qualquiera y nosotros , no es mas que la estension ó magnitud aparente de los obgetos intermedios. Y como nos sucede pocas veces ver los obgetos solos , á no ser que los miremos por vidrios , ó en los espejos , no hay duda de que formamos juicio de sus distancias entre ellos , y respecto de nosotros , por las ideas que tenemos de la magnitud de los obgetos intermedios , para lo qual todos saben que tambien necesitamos socorrernos de la esperiencia y la costumbre ; porque todos saben que aquellos á quienes la práctica ha hecho familiar la medida de las grandes distancias, como son los agrimensores, marineros &c. miden las distancias á ojo con mas exactitud que los que no tienen igual habito. Algunas veces creemos que un cuerpo se nos acerca solo porque crece su magnitud aparente ; y recíprocamente ; algunas veces formamos juicio sobre la marcha de la distancia de un cuerpo que está inmobile , quando nos es conocido ; porque teniendo averiguado por esperiencia que á

Fig. una magnitud aparente determinada de un cuerpo conocido, corresponde cierta distancia tambien determinada, la sensacion de la magnitud aparente de dicho cuerpo causa al instante é inmediatamente la idea que nos hemos formado de su distancia; y es evidente que dicha sensacion suele tener quanto es menester para despertar sobre la marcha esta idea. Porque si la distancia de un obgeto varía, su imagen estampada en el fondo del ojo no padece alteracion sino en su magnitud; su figura, su color, su claridad, su distincion no padecen ninguna alteracion sensible en muchos casos; y consta que para que una idea despierte otra, basta haber observado que ván siempre juntas.

395 Finalmente, se ha averiguado por medio de muchos experimentos hechos con toda especie de vidrios, que quando se aumenta la magnitud aparente de un obgeto, comunicándole algun movimiento al vidrio, al ojo ó al obgeto, siempre parece que se acerca, y al contrario parece que se aparta, quando su magnitud aparente mengua; hemos de exceptuar no obstante un caso ó dos, de que hablaremos despues; y estos experimentos desvanecen todas las dudas que acerca de este punto podrian ocurrir. Porque como no se mira por dichos vidrios mas que un obgeto único y con un ojo solo, no sería posible, no viendo nada en el espacio que separa dicho obgeto del ojo, que las diferentes magnitudes aparentes de dicho obgeto sugiriesen ideas de diferentes cantidades de dicho espacio que no se vé, si dichas ideas no estuviesen unidas una con otra,

otrá, antes que se tratase de valerse de vidrios.

Fig.

396 Tambien se ha averiguado que con alterar los grados de distincion y claridad aparentes de un obgeto, sea mirándole por agugeros hechos con un alfiler, ó por lentes de diferentes figuras, arrimadas al ojo; sea valiéndose de ambos medios juntos, esto es, mirando por un agugero de alfiler, y por un vidrio, arrimándolos uno á otro, y ambos al ojo, no resulta mudanza alguna sensible en la magnitud, ni en la distancia aparentes, conforme manifestaremos dentro de poco. La razon es que no nos hemos enseñados á formar juicio de estas cosas con la vista sola, por medio de la confusion ó distincion aparentes. Así, bien que con el uso que hacemos de dichos vidrios percibamos muy bien los diferentes grados de confusion y distincion, no dejamos por esto de ignorar á qué distancia pueden pertenecer.

Lo mismo se puede decir de los grados de claridad y obscuridad. De dia los obgetos parece que tienen la misma claridad á todas las distancias medianas del ojo (380); y de noche, que los vemos mas obscuramente, conservamos con corta diferencia las mismas ideas de sus distancias.

397 Por los colores y sombras de los cuerpos discernimos principalmente sus formas ó figuras aparentes, y la figura junta con el color los divide naturalmente en diferentes especies; y como estas dos calidades son permanentes, no es posible distinguir por su medio las distancias aparentes.

Si arrimamos el ojo al extremo de una linea indefini-

Fig. ta , es cierto que no distinguimos , ni percibimos de ningun modo la divergencia de los rayos que salen de sus diferentes puntos. No podemos , pues , formar juicio de la distancia por la divergencia de los rayos que despiden los puntos visibles. Verdad es que en algunas ocasiones resultan de esta divergencia ciertos grados de distincion y confusion ; pero se ignora , conforme llevo dicho , la relacion que tienen con la distancia. A mas de esto , en la vision por medio de los vidrios y espejos , tenemos ideas de muchos grados diferentes de distancia , quando los rayos tienen su punto de concurso detras del ojo , y por consiguiente entran en él convergentes , del mismo modo que quando le tienen delante , y el ojo los recibe divergentes , conforme diremos en su lugar. La divergencia de los rayos que despide un obgeto , no es , pues , lo que hace que nos parezca donde está. Es tambien constante que en la pintura y perspectiva , las ideas que formamos á la vista de los lugares de los obgetos que un quadro representa , son enteramente diferentes de las ideas que por medio del discurso nos formamos de los puntos desde donde los rayos divergen ; cuya diferencia proviene de las diferentes magnitudes aparentes de los obgetos conocidos pintados en el cuadro. Es tambien evidente que el juicio que á la vista formamos de los lugares de las partes distantes de un paseo largo ó de una galería , de los de las nubes y cuerpos celestes , son enteramente distintos de los juicios que por medio del discurso formamos de aquellos de donde los rayos vienen

nen divergentes, conforme se dirá mas por menor quando Fig.
llegue el caso.

398 La cantidad de los ángulos del triángulo que forman los eges ópticos y el intervalo de los dos ojos, tampoco puede enseñarnos nada acerca de la distancia. Porque estos ángulos varían todos por precision volviendo la cabeza de lado, mientras estamos mirando un obgeto, hasta que por fin le vemos con un ojo solo á la misma distancia que con los dos. Esto enseña al mismo tiempo que la apariencia debil y confusa de los obgetos colaterales, no causa mudanza en las ideas que formamos de sus distancias.

De todo lo que acabamos de decir se puede inferir que *la idea de la magnitud del obgeto es lo que nos dá la idea de su distancia.*

399 Dos líneas paralelas *ABC, DEF* miradas obli- 296.
cuamente convergen al parecer, y se arriman mas y mas á medida que se apartan del ojo; porque las magnitudes aparentes de sus intervalos perpendiculares *AD, BE, CF* &c. ván siendo siempre menores. Y por la misma razon parece que convergen ácia una línea imaginaria *OG* que se concibe que pasa por el ojo, y es paralela con ellas.

Esta es la razon porqué las partes distantes de un paseo, ó del piso de una galería larga parece que se ván siempre levantando, y las del cielo raso de la misma galería parece que bajan continuamente, y se acercan á la orizontal *OG*. Por la misma razon, la superficie de la mar mirada

Fig. desde una altura , parece que vá subiendo por grados á medida que se aparta de la costa; y todo edificio muy alto parece que se inclina ácia el espectador que está al pies porque sus partes superiores parece que se acercan á una vertical OG que pasa por su ojo.

297. 400 La magnitud aparente de una línea AB mirada muy oblicuamente á una distancia dada OA , crece y mengua en la misma proporcion que la distancia perpendicular OP del ojo á la línea AB prolongada, con tal que la distancia OA sea muy grande respecto de AB .

Porque sea el rayo BO que corte en C una recta AC perpendicular á AB ; suponiendo que el ojo suba ó bage en la perpendicular OP , la línea AC crecerá y menguará en la misma razon que OP , y por consiguiente el ángulo AOC que AC subtende, crecerá y menguará tambien en la misma razon (376). Pero este ángulo mide la magnitud aparente de AB (383). Luego &c.

401 Así, las magnitudes aparentes de las partes iguales AB , $a'b'$ de una línea PAa' muy distantes del ojo, y miradas muy oblicuamente, están en razon recíproca de los cuadrados de sus distancias al ojo.

Sea, por egemplo, Ob' dupla de OB , el ángulo OBP será duplo del ángulo $Ob'P$, y por consiguiente yá que AB y $a'b'$ son iguales, la perpendicular AC será dupla de $a'c'$ y como se la mira dos veces mas cerca que $a'c'$, parecerá quatro veces mayor que $a'c'$. Asimismo, si Ob' fuese tripla de OB , la recta AC será tripla de $a'c'$; y como se la mira

tres

tres veces más cerca que $a'c'$, parecerá nueve veces mayor que $a'c'$, y así prosiguiendo. Fig.

402 De donde resulta que los intervalos aparentes de una fila de columnas menguan en mayor razon que sus alturas aparentes.

403 Esta pronta diminucion de las magnitudes aparentes de las partes distantes de lineas ó distancias muy grandes, es causa de que formamos juicio muy dificultosamente, y con mucha incertidumbre acerca de la cantidad de dichas distancias. Porque por grandes que sean en sí las diferencias de muchas distancias ó alturas, no se podrán percibir al fin estas diferencias por causa de la estremada pequeñez de los ángulos visuales que subtenden, ocasionada de su oblicuidad, de suerte que entonces dichas distancias ó alturas desiguales parecerán iguales.

404 Quando una superficie es desigual, las distancias de los obgetos al ojo parecen mas cortas que quando es perfectamente plana.

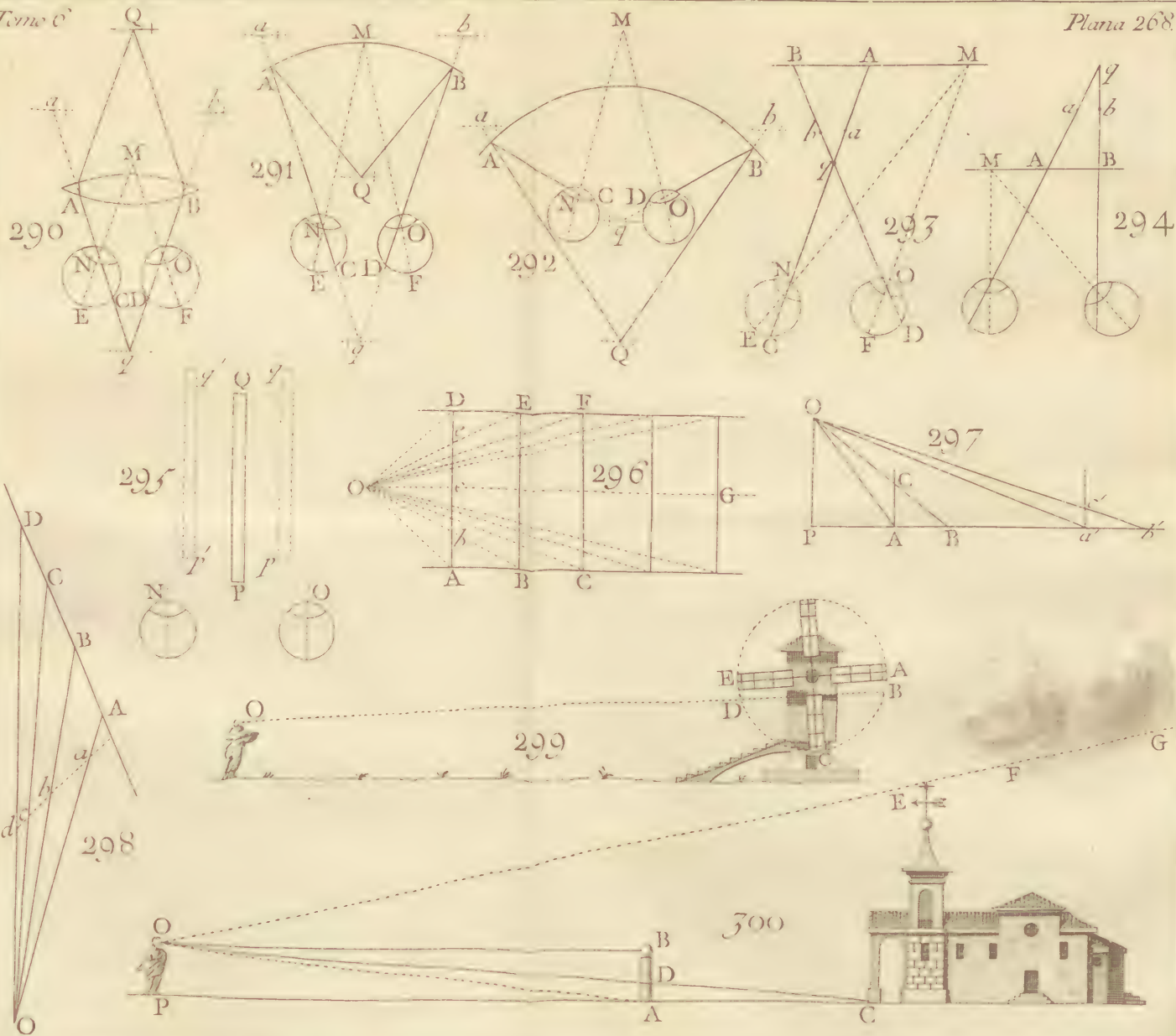
Porque como ciertas desigualdades del terreno no son visibles, como los hoyos, valles, rios &c. quando están tan bajas que no se pueden percibir; hacen que sea menor la distancia aparente de los obgetos que estan mas allá. Por la misma razon, las partes eminentes que quitan la vista del terreno que está detras, son causa de que los obgetos colocados mas allá, que dejan ver, nos parecen mas próximos de lo que están. No hay hombre ninguno que no haya reparado que parece que las orillas de un rio se tocan quan-

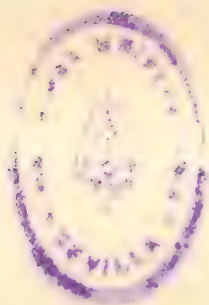
Fig. do le mira desde cierta distancia, y vá tan bajo que no se vé; de modo que los que viajan en un país que no conocen, están muchas veces inciertos del lugar por donde pasa un río, y no saben si los objetos que ven enfrente de sí están mas allá ó mas acá del río. Quando miramos una veleta, no podemos distinguir con la vista sola, á una distancia mediana, si pertenece realmente al edificio en cuya cumbre está, ó á los que están detrás.

405 De lo dicho (399 y sig.) se saca la esplicacion de muchas ilusiones que la vista padece.

Ya que una linea ó una distancia mirada oblicuamente parece mayor á proporcion de lo que se levanta el ojo para verla mejor; se sigue que si nos hallamos á alguna distancia de una superficie ó de un terreno que vá subiendo, formamos juicio de que dicha superficie ó terreno es mas largo que si estuviera á nivel, particularmente si en sus partes distantes se ha disminuido con arte su anchura. Porque no reparando ó no acordándonos de que vá realmente subiendo, formamos de ella el mismo juicio que de una superficie á nivel mas larga é igualmente ancha en toda su longitud. Pero yá que por un lado el declivio del terreno ácia el ojo del espectador, y por otro la disminucion gradual de su anchura son causa, quando no se repara en ello, de que se vé mas largo, y por consiguiente que su ancho parece que mengua menos que si la misma estension fuera á nivel, é igualmente ancha en toda su longitud; se seguiría que si un terreno, cuyos lados son paralelos, forma una

su-





subida suave , solo su inclinacion podria ensanchar bastante la apariencia de sus partes distantes , para hacer que dichos lados pareciesen paralelos , y aun divergentes , y esto es contrario á la apariencia ordinaria de los lados paralelos.

406 Sucede algunas veces que al entrar de noche en una calle alumbrada con una fila de faroles , se equivoca uno acerca del lado donde están.

Sea O el espectador ; A, B, C, D los faroles que están á la derecha ; AaO, BbO, CcO, DdO los rayos que le envian. Si suponemos ahora que el espectador se equivoca por lo tocante á la distancia del farol mas inmediato A , y que pareciéndole menos brillante y vivo que los demás , juzgue por lo mismo que está mas distante , y crea que esté , por ejemplo , en a , creará en consecuencia de esto , que los demás están á continuacion de este en b, c, d , bien que esté delante de todos ellos ; y en virtud de esta transposicion aparente , le parecerán todos en una linea á su mano izquierda. 298.

407 Formamos juicio de que un objeto que vemos solo está en situacion oblicua respecto de nosotros , porque aquellas de sus partes que están cerca , nos parecen mayores y mas distintas que las distantes. Por lo qual , si el objeto está á una distancia muy considerable , ó es su figura tan uniforme que no percibamos una diferencia semejante en el modo con que sus diferentes partes hieren nuestra vista , corremos riesgo de equivocarnos acerca de su situacion. Porque podemos ver un objeto en el mismo án- 298.

Fig. gulo AOD con las dos posiciones oblicuas AD y ad .

408 De aqui proviene la equivocacion que solemos padecer acerca de la posicion de una veleta, y que tomando el extremo mas próximo del ala de un molino de viento por el mas remoto, nos equivocamos acerca de la direccion de su movimiento. Porque si el espectador que su-

1299. ponemos en O , con corta diferencia en el plano de las alas prolongado, se figura que el extremo A mas distante de una ala AE es con efecto el mas cercano, siendo el movimiento verdadero de las alas ácia A, B, C, D, E ; si quando A llega á B , tiramos BO que corta el círculo $ABCDE$ en D , es evidente que habiéndosele figurado al principio al espectador que el extremo A estaba en E , no le referirá despues á B sino á D ; y así se le figurará que el movimiento es desde E ácia D , al revés del movimiento verdadero que es desde A ácia B .

409 Quando los obgetos son estraordinariamente grandes, tambien solemos equivocarnos al formar juicio de su distancia; por egemplo, quando viajando descubrimos una ciudad considerable, un palacio, una montaña grande &c. formamos juicio de que estos obgetos son mayores de lo que los hallamos despues. Porque como la esperiencia nos ha acostumbrado á juntar las ideas de ciertas cantidades de distancias conocidas, con las magnitudes aparentes de obgetos conocidos de un tamaño ordinario; y como las magnitudes aparentes de estos grandes obgetos de que hablamos, vistos á distancias considerables, son las

mis-

mismas que las de obgetos menores vistos á distancias mas cortas ; no es de estrañar que produzcan la idea ordinaria de una distancia menor junta con obgetos mas comunes. Esto es tanto mas evidente quanto suponemos que no conocemos , ni el pais , ni las desigualdades del terreno que hay entre dichos obgetos y nosotros.

410 Los animales y todos los obgetos chicos que vemos en valles inmediatos á grandes montañas , nos parecen estremadamente pequeños ; porque formamos juicio de que dichas montañas están mas cerca de nosotros que si fuesen menores ; y la pequeñez de estos animales , á los cuales pensamos estar mas inmediatos de lo que lo estamos en realidad , dejaría muy pronto de admirarnos , si nos figuráramos que están mas distantes. Asimismo , si desde el pie de una montaña ó de un edificio miramos obgetos chicos puestos en la cumbre de la montaña ó en lo alto del edificio , nos figuramos tambien que son estremadamente pequeños , no solo por la razon que acabamos de decir , sino tambien porque nos figuramos dicha montaña ó edificio menos alto á proporcion que si fuera mas pequeño , asi por razon de su magnitud estraordinaria , como de la mayor oblicuidad de sus partes superiores respecto de los rayos visuales.

411 Si la superficie de la tierra fuera exactamente plana , la distancia del horizonte visible al ojo apenas sería 5000 veces mayor que la altura del ojo sobre el terreno , esto es , suponiendo que el ojo esté á la altura de 5 ó 6 pies , dicha distancia sería quando mas de cinco millas ; y todos
los

Fig. los objetos puestos mas allá parecerían en el horizonte visible.

300. Porque sea OP la altura del ojo respecto de la línea AP , tirada sobre la superficie de la tierra; un objeto AB de una altura igual á PO , que estará á la distancia de 5000 veces dicha altura, apenas será visible por razon de la pequeñez del ángulo AOB (382). Luego no podremos percibir una longitud ó distancia qualquiera AC que coja mas allá de A por grande que sea. Porque como AC y BO son paralelas, el rayo CO cortará siempre AB en algun punto D entre A y B ; el ángulo AOC ó AOD siempre será menor que AOB , y por consiguiente AD ó AC será invisible. Así, los objetos y las nubes, como CE y FG , puestos á qualquiera distancia mas allá de A , bastante altos para ser visibles ó para subtender un ángulo visual mayor que AOB , parecerán en el horizonte AB , pues es imposible percibir AC .

412 Infiérese de esto que si suponemos una fila muy
301. larga de objetos, ó una pared $ABZT$ de mucha longitud sobre este vasto plano, y que su distancia perpendicular OA al ojo O sea mayor ó igual á la distancia Oa del horizonte visible, no parecerá recta sino circular, del mismo modo que si estuviera construída sobre la circunferencia $acegy$ del horizonte; y si suponemos la misma pared continuada indefinidamente, sus partes extremas TZ parecerán en el horizonte en yz , donde la recta Oy paralela á dicha pared encuentra el horizonte.

Por-

Porque si suponemos un rayo TO , es evidente que el ángulo TOy llega á ser casi insensible de puro pequeño. Imaginemos que la mitad $OATy$ del plano horizontal dé vueltas con la pared que está encima, al rededor de la horizontal Oy hasta que llegue á ser perpendicular á la otra mitad LMy , y que la pared forme un vasto cielo raso paralelo á dicho plano; la pared, ó por mejor decir el cielo raso, tendrá entonces la apariencia de la figura cóncava de las nubes que vemos encima de nosotros. Pero no guardará la forma semicircular que parecia que tenia en el horizonte, parecerá mucho mas aplanado; porque el plano del horizonte es una superficie visible, en cuyo centro se considera como colocado el ojo, y forma por precision juicio de que están á una misma distancia los objetos que están en los límites aparentes de dicho plano, ó que estan mas allá; siendo así que en el plano vertical que pasa por el ojo y el cielo raso, no hay otra cosa sensible sino la seccion comun Oy , y por consiguiente las distancias aparentes de las partes mas altas del cielo raso estan disminuidas por grados al subir desde esta linea. Sentado esto, si el cielo estuviere todo cubierto de nubes de igual pesantez, se mantendrán en el ayre á alturas iguales respecto de la tierra, y formarán por consiguiente una superficie parecida á un vasto cielo raso, tan plano como la superficie visible de la tierra, así, su concavidad no será real, no será mas que aparente; y quando las nubes están á alturas desiguales, como ignoramos sus formas y magnitudes reales, pocas veces se pueden distinguir las dis-

Fig. distancias desiguales de las nubes que parecen en las mismas direcciones, á no ser que esten muy cerca de nosotros, ó que se las lleven corrientes de ayre que sigan diferentes rumbos ; por manera que la figura aparente de la superficie entera formada por todas las nubes , es una misma en ambos casos. Y todos convienen en que quando el cielo no está nublado sino en parte , ó que no lo está nada , conservamos con corta diferencia la misma idea que nos hemos formado de su curvatura , quando estaba enteramente nublado. Pero si alguno pretendiese que la luz reflectida por el ayre puro basta sola para dar esta idea , no se lo disputáremos.

413 La concavidad del cielo se nos figura una porción de una superficie esférica menor que un emisferio ; quiero decir , que el centro de dicha concavidad está mas abajo del ojo ; y tomando un medio entre muchas observaciones, se halla que la distancia aparente de la parte del cielo, que al parecer toca al orizonte , es generalmente tres ó quatro veces mayor que la distancia aparente de la que está encima de nosotros.

Porque supongamos que el arco *ABCD* represente la
 302. concavidad aparente del cielo ; *O* , el lugar del ojo ; *OA* y *OC*, las distancias aparentes horizontal y vertical , cuya razon se quiere averiguar. Es menester observar primeramente el sol , la luna ó alguna estrella , ó una nube , quando está en tal posicion *B* , que los arcos aparentes *BA* , *BC*, comprendidos el uno entre el orizonte y el obgeto , el
 otro

otro entre el objeto y el zenit , parezcan ser iguales ; mi- Fig.
diendo despues la altura del objeto B con un quadrante de
círculo ú otro instrumento , ó sacándola por cálculo , en
virtud del tiempo conocido de la observacion , se sabrá el
valor del ángulo AOB . Por lo qual , si despues de tirada
 OB en la posicion que se hubiese determinado por este me-
dio , y tomado un punto B donde se quisiere en esta li-
nea , se busca en la vertical CO prolongada ácia abajo , el
centro E de un círculo ABC , cuyos arcos BA , BC com-
prendidos entre el punto B , y los lados del ángulo rec-
to AOC sean iguales ; el arco $ABCD$ representará la figu-
ra aparente del cielo.

Porque apreciamos con la vista la distancia entre dos
objetos que vemos en el cielo , por la magnitud de la par-
te del cielo que vemos entre ellos ; así como en la tierra
formamos juicio de la distancia entre dos objetos por la es-
tension del terreno que los separa. Construyendo una equa-
cion del tercer grado , se puede hallar geométricamente el
centro E . Tambien se puede hallar con bastante brevedad
y exactitud á tientas , reconociendo si las dos cuerdas BA ,
 BC del arco ABC trazado por congetura son iguales y mu-
dando su radio BE hasta que lo sean. Pero se ha averigua-
do despues de muchas observaciones del sol , de la luna,
y las estrellas , que estos astros pasaban por el punto B del
arco vertical ABC que le divide en dos partes iguales,
quando su altura aparente ó el ángulo AOB era de unos
 23° ; esto dá para la razon de OC á OA la de 3 á 10,
ó

Fig. ó de 1 á $3\frac{1}{3}$, con corta diferencia. Quando el sol no tenia mas que 30° de altura, el arco superior siempre parecia menor que el inferior; y por el contrario, parecia mayor quando el sol no tenia mas que 18° ó 20° de altura.

414 Si nos hemos detenido en averiguar la figura aparente del cielo, es por lo poco que han atendido á este punto los Escritores de Óptica; y porque es absolutamente indispensable esta averiguacion para poder explicar con alguna probabilidad diversas apariencias notables en el cielo.

[3.º 3. Supongamos, por ejemplo, que el arco *ABC* represente dicha concavidad aparente, se hallará que el diámetro del sol ó de la luna parece mayor en el orizonte que á la altura que se quisiere, cuya medida fuere el ángulo *AOB*, en la razon de sus distancias aparentes *OA*, *OB*. En la tabla adjunta están los números que espresan dichas razones, al lado de las alturas correspondientes.

<i>Alturas del sol ó de la luna en grados.</i>	<i>Diámetros aparentes ó dis- tancias aparentes.</i>
00	100
15	68
30	50
45	40
60	34
75	31
90	30

Es-

Estas apariencias están representadas tambien en la figura, Fig. 303. en la qual globos iguales colocados en un quadrante de circunferencia *FG* trazado desde el centro *O*, representan el globo de la luna á las diferentes alturas que espresa la tabla, y globos desiguales colocados en la concavidad *ABC* entre los rayos visuales que el ojo puesto en *O* recibe de la circunferencia de la luna, á las mismas alturas, señalan las diferentes magnitudes aparentes del mismo planeta. Los diámetros de los globos desiguales *A* y *B* que representan el globo aparente de la luna, están por consiguiente en la misma razon que sus distancias aparentes *OA*, *OB* (219); y es cierto que han de parecer en la misma razon que la que tienen realmente en la superficie donde están, porque juzgamos que en la misma superficie están todos los obgetos que vemos en el cielo (411 y 412); por manera que la apariencia es cabalmente la misma que si se hubiese pintado la luna en una superficie real *ABC*, en diferentes lugares de la misma superficie segun las proporciones que hemos señalado poco antes; en cuyo caso se nos debería figurar ciertamente que las magnitudes reales de las pinturas mas anchas de la luna baja ó poco alta, son realmente mayores, bien que las magnitudes visibles de dichas pinturas, que corresponden á imágenes iguales en el fondo del ojo, sean perfectamente iguales.

415 Por la misma razon todos los demás obgetos que vemos en el cielo, y las distancias de las estrellas nos han de parecer, del mismo modo que el sol y la luna, mayo-

Fig. res en el orizonte, que quando tienen alguna altura ; y esto es con efecto lo que se observa.

Esto nos servirá tambien para hacer todavía mas patente quàn exacta es la razon que hemos señalado entre las diferentes magnitudes aparentes de la luna. En una noche clara, quando no hay mas luz que la de las estrellas, repárese la distancia de dos estrellas muy inmediatas una á otra , y las mas altas que sea posible , y escójanse al mismo tiempo otras dos, las mas bajas que se puedan hallar , tan distantes la una de la otra como las dos primeras. Búsquense despues por medio de un globo , de un mapa , ó por el cálculo las distancias reales de cada par de estrellas en grados y minutos , y las alturas del medio de estas distancias respecto del orizonte , y tómense los arcos Fr , Fs iguales á dichas alturas ; tómense despues los arcos rH , rI ambos iguales á la mitad de la distancia de las estrellas mas altas , y sK , sL ambos iguales á la mitad de la distancia de las mas bajas. Térense finalmente desde O á los puntos H , I , K , L rectas que corten en los puntos b , i , k , l el arco ABC determinado por lo dicho (413). Si cada par de estrellas estuviera en un circulo vertical , los puntos b , i , k , l serian sus lugares aparentes , y si no lo está, la oblicuidad de la situacion de dichas estrellas no causará por esto alteracion ninguna en las subtensas perpendiculares bm , kn de los ángulos bOi , kOl que, quando las estrellas están muy cerca unas de otras , son las medidas de sus distancias aparentes. Pero muchas observaciones y muchos cálculos han en-

enseñado que dichas subtensas bm , kn son casi iguales; y Fig. pues parecen tales en el cielo, hay motivo para creer que la curvatura ABC del cielo ha sido bien determinada. Por lo qual, si HI y KL fuesen los diámetros reales de dos globos desiguales, que representen el globo de la luna, parecerian iguales en b y k ; y por consiguiente, si aumentamos el globo menos elevado que está en KL , hasta hacerle igual con el globo mas elevado que está en HI , los ángulos kOn , bOm serán entonces iguales, y la subtensa kn será mayor que bm en la razon de sus distancias aparentes Ok , Ob (219); y esto es cabalmente lo que hemos dicho de las magnitudes y de las distancias aparentes de la luna en sus diferentes alturas.

De la Vision por vidrios ó espejos.

416 Yá llevamos dicho que se llama *Lente*, en general, todo vidrio cuyo oficio es refringir la luz para los fines que se propone la óptica; y por *Espejo* entendemos un cuerpo ó instrumento, sea la que fuere su figura, que sirve para reflectir la luz.

417 Un objeto pequeño, ó un punto qualquiera de un objeto, visto por rayos refractos ó reflejos, parece siempre en la direccion del rayo refracto ó reflejo que entra en el ojo.

En los experimentos con los quales hemos probado (34 305. y 104) las leyes de la reflexion y refraccion, el alfiler plantado en B , visto por medio de un rayo reflectido en la superficie del agua, parece en algun lugar de la línea AC prolongada, que el rayo visual BCA traza al entrar en el ojo,

- Fig. despues de reflectido en C . Y por la misma razón que la refraccion en la superficie del agua hace que la recta entera CE parezca mas alta de lo que es , de suerte que se la vé como si fuera una continuacion de la recta AC ; un remo recto metido oblicuamente dentro del agua , parece roto , como si su parte que está en el agua , estuviese con efecto rota en la superficie del agua , y levantada ácia dicha superficie. Porque dicha parte del remo se vé en la direccion que siguen, en virtud de la refraccion , los rayos al salir del agua, y por consiguiente como los arrima á la superficie , se introducen en el ojo con la direccion que tendrian si viniesen de un lugar del agua mas elevado que aquel donde está realmente el remo. Asimismo , si estando el ojo en O , vemos un punto qualquiera P de un obgeto con un rayo PAO
306. hasta refringido dos veces al atravesar un prisma , un vidrio convexo ó cóncavo , una esfera &c. ó con un rayo PAO
317. reflectido por un espejo plano ó esférico , siempre le veremos en la direccion AO que seguirá el rayo despues de su última refraccion ó reflexion. Finalmente , si ponemos el ojo
318. en O , y miramos por un vidrio de muchas caras un obgeto P , le veremos en una mirada en otros tantos lugares distintos p, p', p'' , en otras tantas direcciones diferentes Oa, Ob, Oc , como caras de, ef, fg tuviere el vidrio , diferentemente inclinadas á la superficie opuesta db . Porque podemos considerar dichas caras como otros tantos prismas distintos por los quales pasan los rayos visuales $piaO, p'kbO, p''lcO$, cuyos rayos despues de refractos , el primero-

mero en i y a , el segundo en k y b , el tercero en l y c , Fig. entran en el ojo en O con otras tantas direcciones diferentes aO , bO , cO .

Ahora tenemos averiguado porque vemos siempre un objeto ó un punto de un objeto en la direccion del rayo despues de su última reflexion ó refraccion. Porque el lugar del fondo del ojo donde se pinta su imagen, es el mismo que si el objeto estuviese verdaderamente en la direccion de dicho rayo, y le vieramos con rayos directos; y como no tenemos sensacion de las reflexiones ó refracciones que los rayos han padecido antes de llegar al ojo, y no debemos la que experimentamos sino á la impresion que hacen en un lugar determinado del fondo del ojo, el juicio que formamos del lugar del objeto, es el mismo que solemos formar en el caso ordinario de la vision directa.

418 Síguese con evidencia de lo que acabamos de decir, que un punto qualquiera P de un objeto PQ visto 306. con rayos refractos ó reflejos, parece siempre en algun punto de la recta pO tirada desde el punto correspondiente p de 318. su última imagen, al ojo puesto en O ; porque todos los rayos que salen de P , siguen despues de la última refraccion ó reflexion la misma direccion que si viniesen del punto correspondiente p de la última imagen, ó como si se encaminasen ácia él.

419 De lo mismo se saca la razon porque un objeto visto con rayos refractos ó reflejos, parece unas veces derecho, y otras trastornado.

Fig. Porque quando los rayos refractos ó reflejos AO , CO están dispuestos uno respecto de otro, del mismo modo que dos rayos que vienen directamente de unos mismos puntos del objeto al ojo, la situacion respectiva de dicho punto parece una misma en ambos casos (417). Pero si los rayos que vienen desde dichos puntos, se cruzan antes de llegar al ojo, tienen entonces una situacion contraria á la de los dos rayos que viniesen directamente de los mismos puntos al ojo; y por esto los dos puntos parecen, mirándolos por el vidrio, ó en el espejo, en una situacion trastornada (417). Y podemos añadir que en el primer caso, la imagen estampada en el fondo del ojo está en la misma situacion que si se quitase el vidrio ó espejo; no hay mas diferencia sino en su magnitud. Por el contrario, en el segundo caso está en una situacion trastornada.

420 La medida de la magnitud aparente de un objeto PQ , visto con rayos refractos ó reflejos, sea que parezca derecho ó trastornado, es el ángulo AOC que forman los rayos AO , CO , que vienen de sus extremos P , Q , despues de su última reflexion ó refraccion, cruzándose en el ojo; ó en otros términos, un objeto parece mayor ó menor conforme el ángulo AOC es mayor ó menor; porque se ven sus extremos en las direcciones OA , OC que siguen los rayos despues de su última reflexion ó refraccion (417); y porque la magnitud de su imagen en el fondo del ojo es proporcional á la del ángulo que forman dichos rayos al cruzarse en el ojo (378).

Por

421 Por consiguiente, la medida de la magnitud aparente de un objeto PQ es el ángulo pOq , que los rayos procedentes de los extremos p, q de su última imagen pq forman en el centro de la pupila. Porque las rectas AO, pO no son mas que una sola línea continuada, del mismo modo que CO, qO ; y por consiguiente los ángulos AOC, pOq son los mismos, quando la imagen está puesta delante del ojo; y son iguales quando está detrás.

422 Síguese de aquí que la magnitud aparente de un objeto crece ó disminuye á proporcion de lo que el ojo se acerca ó aparta de su última imagen (como si fuese ella misma un objeto) puesta delante ó detras del ojo; porque estando fija la imagen, el ángulo pOq , quando es pequeño, crece ó mengua en razon inversa de Oq (377).

423 Luego si la última imagen está infinitamente distante, ó lo que es lo propio, si el objeto está colocado en el focus principal de una lente, de una esfera, ó de un espejo cóncavo; su magnitud aparente en qualquiera punto que se ponga el ojo, será invariablemente la misma, y además de esto, igual á su magnitud aparente á la vista sola, suponiendo el ojo en el centro de la esfera, de la lente, ó del espejo cóncavo. Porque yá que todos los rayos de un manojo qualquiera son paralelos á su ege PE , el ángulo COA que mide la magnitud aparente, estando el ojo en un punto qualquiera O , siempre es igual con el ángulo QEP formado en el centro E .

La magnitud aparente del objeto será tambien inva-

Fig. riable , esté donde estuviere , si el ojo estuviere en el foco principal de un vidrio ó espejo que haga convergir ácia el ojo los rayos paralelos. Porque si imaginamos que dichos rayos vuelven desde el ojo al obgeto , le encontrarán en los mismos puntos de donde habian salido , á qualquiera lugar del ege del vidrio que se traslade dicho obgeto , y no puede haber mas rayos que los espresados que vuelvan desde los mismos puntos del obgeto , al ojo colocado donde hemos supuesto. Por consiguiente , las diferentes partes del obgeto siempre se verán en unos mismos ángulos , y por lo mismo parecerán de una misma magnitud (420).

424 Una vez que la medida de la magnitud aparente de un obgeto visto con rayos reflejos ó refractos , es el ángulo que forman en el ojo los rayos procedentes de los extremos de su última imagen (421), y la medida de su magnitud aparente á la vista sola , estando el ojo donde se quisiere , es el ángulo formado en el ojo por los rayos procedentes de los extremos del obgeto mismo (383); síguese que la primera magnitud aparente es á la segunda , como el primer ángulo es al segundo.

425 Luego la magnitud aparente de un obgeto visto por medio de un vidrio ó espejo , siempre será igual á su magnitud aparente á la vista sola , estando en ambos casos el ojo en un mismo sitio. 1.º Quando el obgeto toca una de las superficies de una lente delgada , ó una simple superficie refringente , ó un espejo ; porque entonces la imagen es igual al obgeto , ó la falta poco , y coincide con él

él (49 y 141). 2.º quando el ojo está aplicado á una Fig. lente delgada, ó á un espejo. Porque entonces el rayo PAO , al ir del objeto al ojo, atraviesa la lente casi en su medio, y trazando por consiguiente una linea sensiblemente recta (126), forma con el ege casi el mismo ángulo que un rayo directo; y quando el punto de incidencia A coincide con C en un espejo, los rayos incidentes y reflejos PA , AO , prolongados, forman tambien ángulos iguales con el ege ó perpendicular QC ; por consiguiente, el objeto parecerá en el mismo ángulo que con la vista sola. 3.º Quando el ojo está en el centro de un espejo cóncavo. Porque los rayos incidentes y reflejos PA , AO coinciden con el rayo directo PE (38), y forman por consiguiente los mismos ángulos con el ege. 4.º Quando el objeto está en el centro de un espejo cóncavo. Porque la imagen formada por reflexion está en el centro, del mismo modo que el objeto, y es igual con él (49). 5.º Quando un 3.11. rayo que viene directamente desde P á O , forma con el ege 3.13. un ángulo igual al ángulo AOC , que el rayo refracto ó 3.17. reflejo PAO forma con el mismo ege.

426 Exceptuando estos casos, la magnitud aparente de un objeto mirado por un vidrio cóncavo, siempre es menor que la verdadera; y si se mira el objeto por un vidrio convexo ó una esfera, la magnitud aparente es mayor que la verdadera, si se le vé en situacion derecha; porque las refracciones que un rayo PAO que vá desde el uno de los extremos del objeto al ojo, padece al atravesar el vidrio
cón-

Fig. cóncavo , le apartan del ege , y por consiguiente el ángulo que forma en el ojo con el ege , es menor que el que formaría con dicho ege , si viniese directamente desde dicho extremo al ojo. Al contrario , el mismo rayo se refringe al pasar por el vidrio convexo , acercándose al ege , y forma por consiguiente un ángulo mayor en el ojo , que el rayo directo. Y estos ángulos son las medidas de las magnitudes aparentes.

427 Lo que hemos probado hasta aquí acerca de las magnitudes aparentes de un objeto PQ , se verifica igualmente en el supuesto de ser el objeto PQ una imagen formada por uno ú otros muchos vidrios ó espejos. Porque sea que los rayos vengan del objeto ó de la imagen , su divergencia es la misma ; y esta es la razon porque siempre hemos llamado pq la última imagen del objeto.

306. 428 Dada la posicion O del ojo , si queremos deter-
 basta minar que parte de un objeto se puede ver por una aber-
 317. tura ó porcion AC de un vidrio ó espejo , se ha de tirar la OA al borde de dicha abertura , y prolongarla hasta que corte la imagen en p ; despues por el centro del vidrio ó espejo , se tirará pE , que encuentra el objeto en P , y determina la parte PQ que se puede ver por la abertura AC .

Porque el manajo entero de rayos que viene desde el punto P del objeto, pertenece al punto correspondiente p de la imagen , despues de la reflexion ó refraccion (127); y por consiguiente alguno de sus rayos vá á dar en el ojo siguiendo la recta AO tirada por p . Si la imagen estuviere

á distancia infinita , todos los rayos que pertenecen al punto p , serán paralelos al ege del manajo ; se determinará , Fig. 319.
 pues , PQ con tirar EP paralela á OA . En un espejo plano , se ha de tirar pP desde el punto p paralelamente á qQ , hasta 322.
 ó lo que es lo mismo , perpendicularmente al espejo , á fin de determinar la parte PQ visible por la abertura AC ; porque podemos considerar dicho espejo como que tiene su centro á una distancia infinita.

429 De aquí se sigue que si el vidrio ó espejo , y el objeto están en una posicion fija y constante , la parte del objeto que se puede descubrir por una abertura dada , mengua continuamente á medida que el ojo se aleja , á no ser que la imagen esté detras del ojo. Porque entonces dicha parte visible del objeto no disminuye sino hasta que el ojo llegue á la imagen , y despues que la ha pasado , crece continuamente ; la razon de esto es que como el objeto y la imagen tienen sitios constantes y fijos , han de crecer ó menguar ambos á un tiempo , pues ambos son terminados por dos rectas Pp , Qq , que concurren en el centro E del vidrio ó espejo.

430 Así , la parte que el ojo puede descubrir , es la mayor quando el ojo está inmediato al vidrio ó espejo , y la menor quando está arrimado á la imagen ; y en este último caso parece infinitamente grande.

Porque si imaginamos que la distancia Oq ha menguado infinitamente , ambas partes pq , PQ determinadas por las rectas AOp , pEP habrán menguado tambien infinitamente.

Fig. finitamente. Pero la cantidad del ángulo en O , subtenso por pq ó AC , se queda finita, siendo así que el ángulo en O , subtenso por PQ , padece una diminucion infinita; luego el primero de estos ángulos es infinitamente mayor que el segundo, y por consiguiente la magnitud aparente de la partecilla PQ es infinitamente mayor que la verdadera (424). Parece tambien infinitamente confusa, quando la pupila, en lugar de no formar mas que un punto, conforme suponemos, está abierta como suele: en lo que vamos á decir se hallará la razon.

431 Quando alguno se vé á sí mismo en un espejo plano, le parece que siempre ocupa la misma parte del espejo, póngase donde se pusiere, y las dimensiones de dicha parte del espejo, como su ancho y largo, siempre son la mitad de las dimensiones correspondientes, esto es, del ancho y largo de la parte de la persona que se vé en el espejo. [3.14. Porque quando O y Q coinciden, OC es la mitad de Oq ó de Qq (43); y por consiguiente AC es la mitad de pq ó de PQ (219).

432 Hasta aquí hemos considerado la pupila como si no fuese mas que un punto, y no admitiese mas que uno solo de los rayos que proceden de cada punto del obgeto (375); de suerte que la imagen en el fondo del ojo debería ser distinta en todos los casos. Pero quando la pupila está abierta, como en su estado natural, si la imagen formada por el vidrio ú espejo, está á una distancia del ojo menor que la menor distancia á la qual podemos

mos ver los obgetos distintamente con la vista sola, la apa- Fig.
riencia del obgeto visto con los vidrios ú espejos, es con-
fusa; porque los rayos divergen demasiado de una imagen
tan inmediata, para que los puedan romper los diferen-
tes humores del ojo, lo que es menester para formar una
imagen distinta en el fondo del ojo. Por otra parte, si
los rayos convergen ácia puntos colocados detras del ojo,
y por consiguiente forman alli una imagen, las refraccio-
nes que padecen dentro del ojo, los precisan á formar una
pintura distinta del obgeto antes de llegar al fondo del ojo;
porque el ojo no está hecho á tomar la figura conveniente
para ver distintamente con rayos convergentes; así, la vi-
sion será confusa en ambos casos; pero será facil conseguir
que sea distinta, practicando lo siguiente.

433 Podemos ver distintamente los obgetos que no
vemos sino confusamente con rayos directos, refractos ó
reflejos, yá mirando por un agugero hecho en una plan-
cha delgada de algun metal ó en un papel, yá valiéndo-
nos de una lente convexa ó cóncava de una curvatura con-
veniente, y con tal que el agugero ó la lente esté arrimado
al ojo, la magnitud aparente y la situacion del obgeto se-
rán unas mismas en ambos casos.

Porque si el agugero fuese tan pequeño que no dé
paso mas que á uno solo de los rayos procedentes de cada
punto del obgeto, estos rayos encontrarán todos el fondo
del ojo en otros tantos puntos distintos, y formarán alli una
imagen distinta. Y quando los manojos de rayos pasaren

por

Fig. por una lente poco gruesa , sus eges la atravesarán en su medio en línea recta (127), y encontrarán por consiguiente el fondo del ojo en los mismos puntos que quando pasan por el agujero. Pero si suponemos que la lente tenga una figura tal que los rayos sean quebrantados por dicho vidrio y los humores del ojo , quanto es menester para juntarse con los eges de sus manojos en el fondo del ojo , la imagen será tambien distinta , y será de la misma magnitud , y estará en la misma situacion que antes ; no habrá mas diferencia en los efectos del agujero y de la lente , sino por lo tocante á los grados de claridad de la imagen pintada en el fondo del ojo.

434 En todo lo dicho hasta ahora hemos supuesto
[325]. que estuviere el ojo en algun punto O del ege comun de las superficies refringentes ó reflectentes ; supongamos ahora que esté en algun punto o de la recta Oo perpendicular al ege Qq . Las apariencias serán en este nuevo supuesto las mismas que antes , ó si huviere alguna diferencia , no será reparable.

Porque sea pq la última imagen de un objeto , y PQ la penúltima ó el objeto mismo ; tírense las rectas po , qo que encuentran en a y c la superficie mas inmediata ; si se pone el ojo en o , se verán los puntos P y Q en las direcciones de dichas rectas oa , oc . Por consiguiente , si tíramos pO que encuentre la superficie en A , se viene á la vista , que pues las direcciones OA , oa en las cuales se vé el punto P , están del mismo lado que las direcciones OC , oc ,
en

en las quales se vé el punto Q , la situacion aparente de los Fig.
 extremos P y Q es una misma en ambas posiciones que
 se le dán al ojo, del mismo modo que la magnitud aparen-
 te, cuya medida es el ángulo aoc (420), ó el ángu-
 lo poq , ó pOq , ú AOC .

Porque como los ángulos pequeños poq , pOq son sub-
 tensos por la misma imagen pq , á distancias po , qO de o y
 O con corta diferencia iguales, son tambien con corta di-
 ferencia iguales. La claridad aparente del obgeto es tam-
 bien la misma, porque en todos los puntos del plano per-
 pendicular representado por Oo , la densidad de los rayos
 que entran en la pupila, es con corta diferencia la mis-
 ma (220). Porque los rayos vienen de la última ima-
 gen pq , ó ván á parar allá del mismo modo que si fuese un
 cuerpo luminoso. Finalmente, el grado de confusion aparen-
 te ó distincion es tambien el mismo, porque los ángulos
 formados en p y q , subtensos por la pupila puesta en O y
 o , ó las inclinaciones mutuas de los rayos de cada manojó
 se arriman mucho á la igualdad.

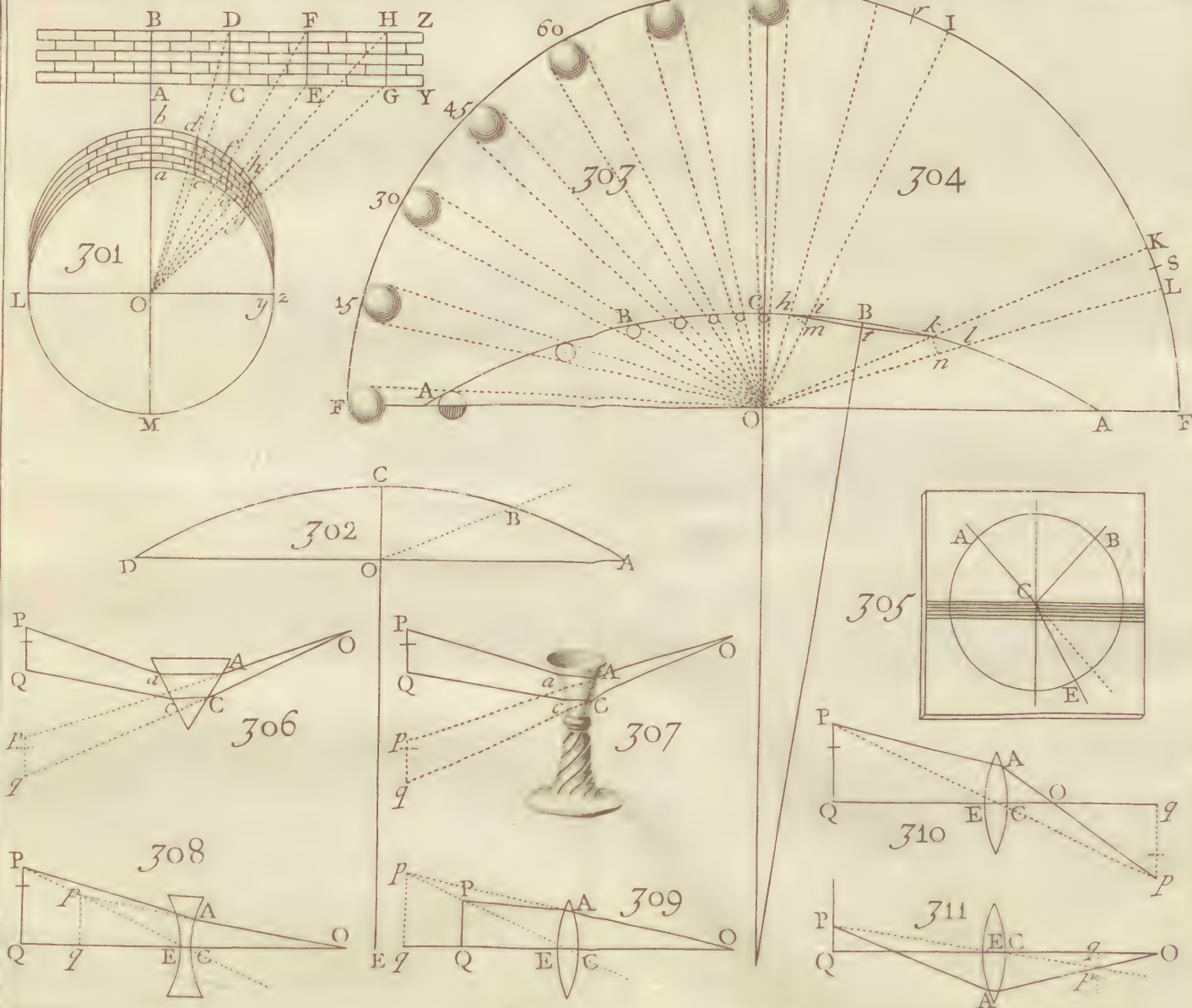
435 Es muy importante tener presente que la dis-
 tincion y confusion aparentes de un obgeto penden de la in-
 clinacion mutua de los rayos de un manojó qualquiera, quan-
 do entran en el ojo (432); la magnitud aparente pende
 de la inclinacion de los rayos de diferentes manojos unos respec-
 to de otros, al entrar en el ojo (420); la situacion apa-
 rente queda determinada por la situacion real de los mano-
 jos extremos quando entran en el ojo (419); finalmente,
 la

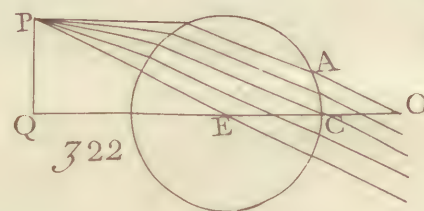
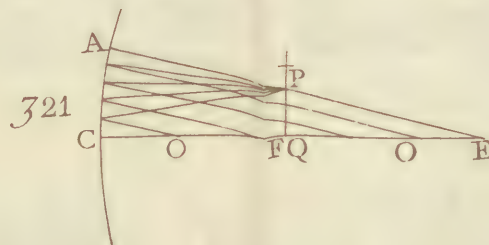
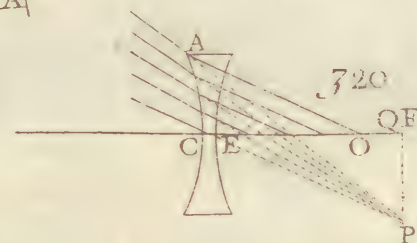
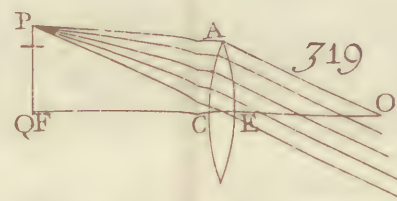
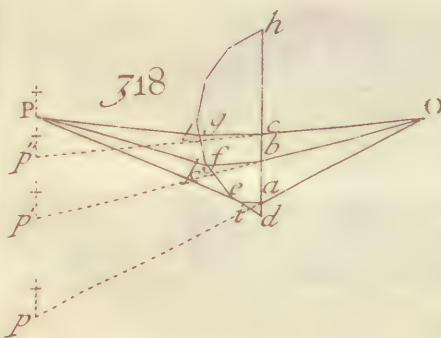
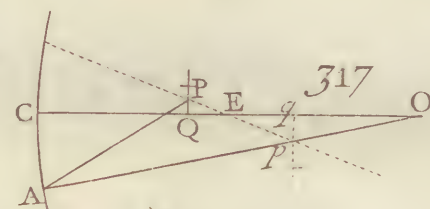
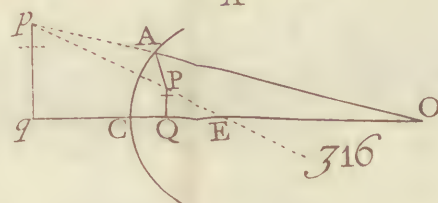
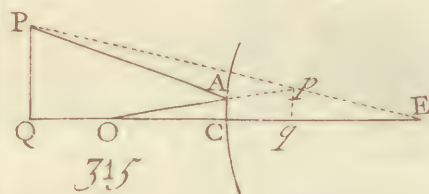
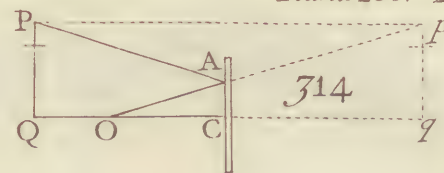
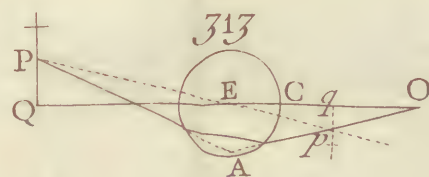
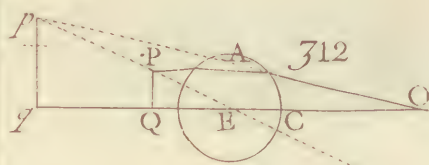
Fig. la claridad y obscuridad penden absolutamente de la cantidad de rayos de cada manojo (228).

436 De lo dicho (398) inferiremos que un objeto visto por reflexion ó refraccion siempre parece á la misma distancia del ojo , que aquella donde formamos juicio que está mirándole con la vista sola , quando le vemos de la misma magnitud que por los vidrios , ó en los espejos.

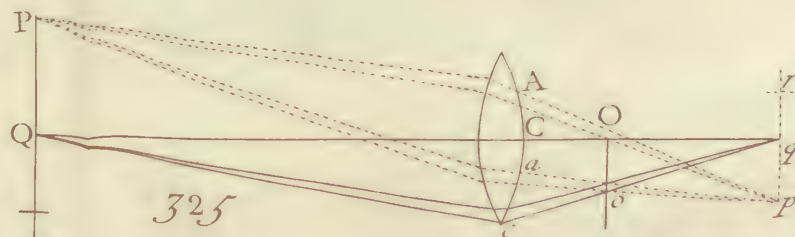
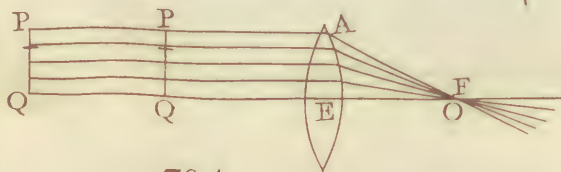
326. Para determinar esta distancia en todos los casos, imaginemos que un rayo OA sale del ojo puesto en O , y que
349. despues de la última refraccion ó reflexion tenga su focus en el punto o del ege comun OQ de todas las superficies; sea PQ un objeto colocado perpendicularmente á OQ , al qual encuentra dicho rayo en el punto P ; y tírese por fin paralelamente al ege OQ una recta Pp' que corte en p' el rayo OA prolongado , si fuese menester. Si suponemos entonces el objeto trasladado á $p'q'$, y que despues le miremos con la vista sola ; una vez que se vé en el mismo ángulo $p'Oq'$ ú AOC que se veía por el vidrio ó en el espejo, quando estaba en PQ , le veremos tambien de la misma magnitud , y por consiguiente á la misma distancia en ambos casos (398). Por lo que , si quando el objeto está colocado en $p'q'$, representamos su distancia aparente á la vista sola por su distancia real Oq' , esta recta Oq' representará tambien su distancia aparente por el vidrio ó en el espejo, quando estaba en PQ . Por cuyo motivo llamaremos Oq' la distancia aparente del objeto PQ , y $p'q'$ el objeto aparente.

Quan-

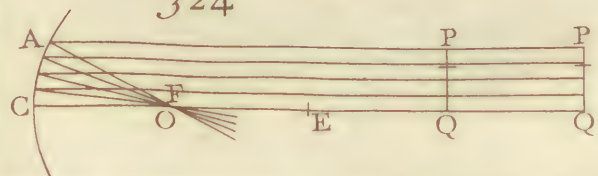




323



324



325



Fig.

Quando el punto P y el rayo OA por el qual se le vé , están al uno y otro lado del ege OQ , el punto p' y la línea $p'q'$ están detrás del ojo , y por consiguiente se ha de ver, con la vista sola, dicha línea trastornada. Pero si se quiere que $p'q'$ esté siempre delante del ojo , en este caso se ha de trastornar el obgeto PQ , y hacerle andar á lo largo del ege ; y su extremo P tocará el rayo visual OA prolongado, á la misma distancia del ojo que antes ; porque los ángulos opuestos AOC , $p'Oq'$ son iguales.

437 De donde se sigue que *mientras se mueve el ojo, el obgeto , el vidrio ú espejo , la distancia aparente del obgeto crece ó mengua en razon inversa de su magnitud aparente*. Porque la misma distancia aparente de un mismo obgeto visto en $p'q'$ con la vista sola , varía en razon inversa de la misma magnitud aparente (384).

438 Luego *la distancia aparente Oq' de un obgeto PQ visto por un vidrio ó en un espejo , es á su distancia aparente OQ , mirándole con la vista sola , como su magnitud aparente con la vista sola , á su magnitud aparente en el vidrio ú espejo*.

Porque si suponemos tirada una recta OP , que se ha omitido en las figuras para que saliesen menos confusas ; ya que PQ y $p'q'$ son iguales , la primera distancia Oq' es á la última OQ' , como el último ángulo POQ es al primero $p'Oq'$ (377).

439 La distancia aparente Oq' , y la verdadera OQ son iguales. 1.º Quando el obgeto toca una lente delgada

Fig. ó una simple superficie refringente ó reflectente ; porque
 348. entonces los puntos P, A, p' coinciden. 2.º Quando el
 349. ojo roca una lente delgada ó un espejo ; porque quando los
 puntos O, A, C coinciden en el lado de una lente , el rayo
 visual pasa , con muy corta diferencia , por medio de dicha
 lente , y por consiguiente sus partes incidente y emergen-
 te prolongadas son , con corta diferencia , paralelas y coin-
 cidentes (126), de donde resulta que los puntos $P,$
 p' coinciden , ó poco les falta ; y quando los puntos $O, A,$
 C coinciden en la superficie de un espejo , los rayos inci-
 dente y reflejo prolongados forman ángulos iguales con la
 perpendicular QCq' , y por consiguiente los triángulos $PCQ,$
 346. $p'Cq'$ son iguales. 3.º Quando el ojo está en el centro de
 un espejo cóncavo ; porque entonces los rayos incidente y
 332. reflejo , y por consiguiente $p'q'$ y PQ coinciden. 4.º Quan-
 347. do un rayo PO que viene directamente al ojo , forma un
 ángulo POQ igual al ángulo AOC ó al ángulo $p'Oq'$; por-
 que entonces los triángulos $POQ, p'Oq'$ son iguales. Esto
 sucede en un espejo cóncavo , quando el objeto está muy
 cerca del centro.

Para probarlo, prolónguese el objeto PQ hasta que
 corte el rayo reflejo en p . Como suponemos iguales los án-
 gulos $POQ, p'Oq'$, ó pOQ , las rectas PQ, pQ tambien serán
 iguales; así, una recta QA dividirá el ángulo PAp en dos
 partes casi iguales , quando A estuviere cerca de C , del
 mismo modo que le dividiría una recta tirada desde el centro
 E , y por consiguiente los puntos Q, E son casi coincidentes.

440 *Un objeto visto por un vidrio, ó en un espe-* Fig.
jo parece que está detras, inmediato ó delante de dicho vi- 326.
drio ó espejo, á proporcion de lo que $p'q'$ ó PQ , magni- hasta
tud real de dicho objeto, es mayor, igual ó menor que 342.
 AC , parte del vidrio ó espejo por donde se le vé.

Porque por razon de que $p'q'$ y AC subtenden ambas un mismo ángulo ó ángulos visuales iguales, Oq' será mayor, igual ó menor que OC , conforme $p'q'$ ó PQ fuere mayor, igual ó menor que AC .

De donde resulta que un objeto siempre parece que está detrás de una superficie qualquiera, de un vidrio ó de un espejo, quando la superficie, el vidrio, ó el espejo no pueden hacer paralelos los rayos que divergen del ojo; porque en este caso $p'q'$ ó PQ siempre será mayor que AC .

Esta regla se verifica en un globo, ó en un número qualquiera de superficies, tomando A por el concurso de las partes incidente y emergente del rayo visual prolongado, y una perpendicular tirada desde A al ege, en lugar de la abertura de un simple vidrio ó espejo.

441 La semejanza constante de los triángulos $Ap'P$, AOo está diciendo que la razon de Ap' á AP , esto es, de las distancias del objeto aparente y del objeto verdadero al vidrio ó espejo, es la misma que la razon de AO á Ao , esto es, de las distancias del ojo, y de su focus correspondiente á dicho vidrio ú espejo. Por consiguiente, en 338.
 el caso de las refracciones en una superficie plana, dicha 339.

Fig. razon es la misma que la del seno de incidencia al seno de refraccion de un rayo que viene del obgeto al ojo (115), cuya razon, al pasar desde el agua al ayre, es de 3 á 4; y en la reflexion en un espejo plano, es una razon de igualdad (43).

442 Por lo qual, en estos dos casos el obgeto parece en lugar de su imagen, no porque los rayos entren en el ojo divergentes de dicho lugar, que no se vé, sino por ser el obgeto igual á su imagen, y por lo mismo su magnitud y distancia aparentes son las mismas que si estuviera en lugar de su imagen, y se le viera con la vista sola. Pero si quando la imagen de un obgeto es menor que él, se le pone en el sitio que aquella ocupa, parecerá mayor (421), y por consiguiente mas inmediato con la vista sola, que mirándole por el vidrio ó en el espejo (398); quiero decir que se verá el obgeto en el vidrio ó espejo, mas lejos de lo que está el lugar de su imagen, y al contrario. Y en general, *la distancia aparente de un obgeto es á la distancia real de su última imagen, como la magnitud real del obgeto á la magnitud real de dicha imagen*; porque el obgeto aparente $p'q'$ y la última imagen subtenden un mismo ángulo visual.

326. 443 Si manteniéndose el ojo y el vidrio ú espejo hasta constantemente en la misma posicion, se aparta gradual-

349. mente el obgeto del vidrio ó espejo, podemos suponer fijas las lineas AO , Ao , y no atribuir la movilidad sino á la paralela Pp' ; de donde se vé con evidencia, y particularmen-

te

te por la similitud constante del triángulo variable PAp' con Fig. el triángulo invariable oAO , que en todos los vidrios y espejos que no pueden hacer que el rayo AP sea paralelo al ege, mientras AP crece, Ap' y Op' crecerán tambien continuamente, en qualquiera sitio que el ojo esté; y que Op' crecerá tambien continuamente en otro vidrio ú espejo qualquiera que pueda encaminar el rayo AP en una direccion paralela al ege, quando el ojo estuviere entre dicho vidrio ú espejo, y su focus principal. Pero si estuviere el ojo en dicho focus, como Ap' será nula, Op' será constantemente igual á su distancia focal; y quando el ojo estuviere mas allá del focus, Op' menguará hasta que P llegue á o , y quando hubiere pasado dicho punto o , Op' crecerá continuamente hasta que sea igual con OA , quando oP fuere igual á oA ; tambien crecerá hasta que sea igual á OP , quando el ángulo POQ llega á ser igual á $p'Oq'$ ó á AOC , esto es, quando la magnitud verdadera del obgeto y su magnitud aparente llegan á ser iguales.

444 La distancia aparente padecerá tambien variaciones parecidas á las que hemos especificado, suponiendo fijos el obgeto, el vidrio ú espejo, mientras se apartare gradualmente el ojo del vidrio ú espejo; quiero decir, que en todos los vidrios ú espejos que no pueden hacer que sean paralelos los rayos divergentes, al paso que AO crece, Op' crece tambien continuamente, esté el obgeto donde estuviere; y en los demás espejos ó vidrios que pueden hacer que los rayos sean paralelos, Op' crece tambien, quando el obgeto está entre dicho vidrio ú espejo, y su focus

Fig. principal. Pero si el objeto estuviere en el mismo focus, Op' será constantemente igual á su distancia focal; y quando el objeto estuviere mas allá de dicho focus, Op' menguará hasta que o llegue á Q , y quando o hubiese pasado el punto Q , crecerá continuamente hasta que llegue á ser igual á OA , y despues á OP , como antes (443).

Porque estando inímobil el vidrio ú espejo y el objeto *, el lugar y la magnitud de la imagen del objeto lo están tambien; y estando dicha imagen mas allá del vidrio ú espejo en los dos primeros casos, el ángulo visual que subtende, mengua continuamente mientras el ojo se aparta de ella, y del vidrio ú espejo, y por consiguiente el objeto aparente y constante $p'q'$ subtenderá dicho ángulo decreciente, á distancias del ojo que irán siendo siempre mayores; pero quando el objeto está en el focus principal, el ángulo que mide su magnitud aparente, es invariable, y por consiguiente Op' es tambien invariable é igual con la distancia focal; y quando la distancia del objeto al vidrio ú espejo es mayor que su distancia focal, su imagen está con el ojo del mismo lado del vidrio ú espejo, y el ojo al apartarse del vidrio ó espejo, se acerca á la imagen que está fija, pasa por ella, y despues se aparta; por manera que la magnitud aparente crece al principio, y despues mengua, y por consiguiente la distancia aparente empieza menguan-

* Véanse las figuras que se citaron (417).

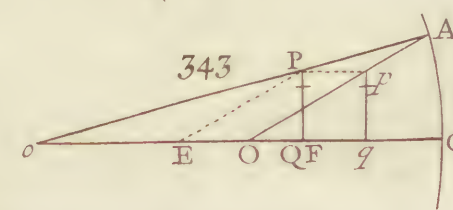
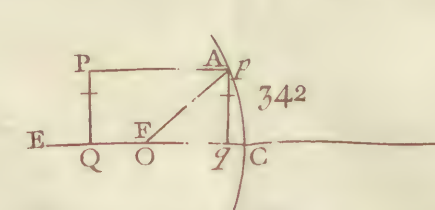
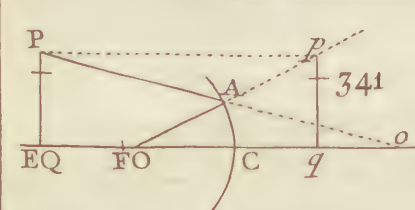
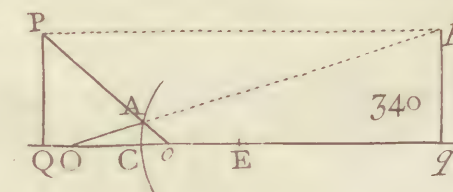
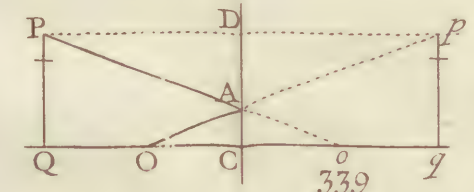
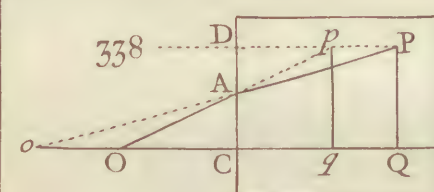
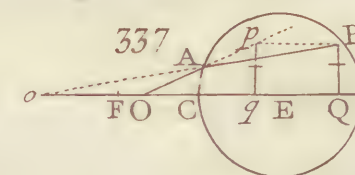
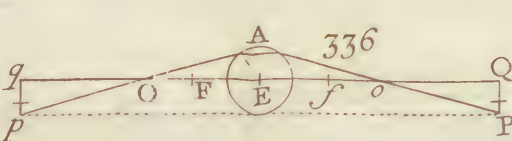
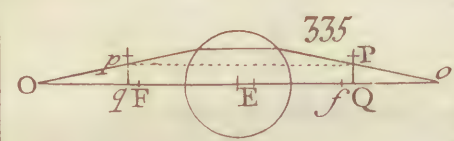
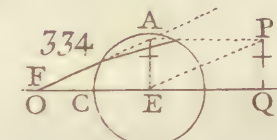
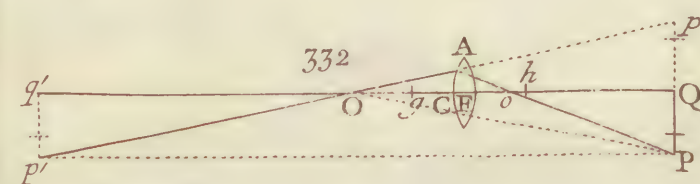
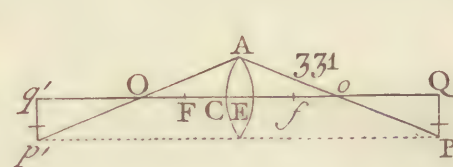
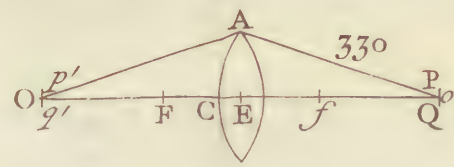
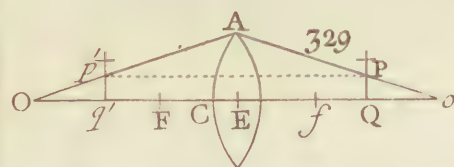
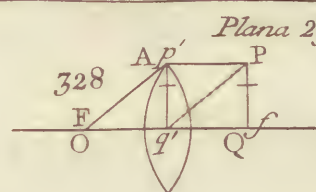
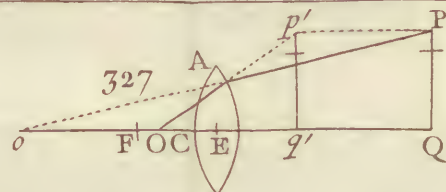
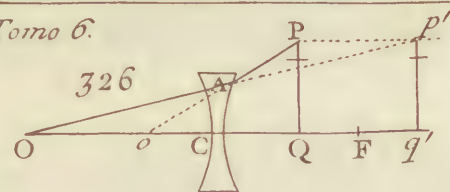
guando, llega á ser nula, y despues crece continuamente (437). Fig.

445 Dos personas NO , PQ que se miran por un vidrio AC , se vén á la misma distancia una de otra.

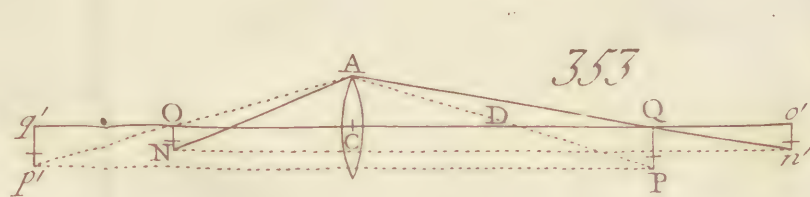
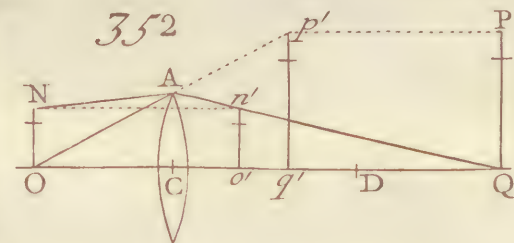
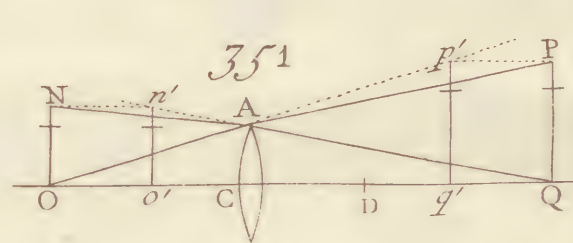
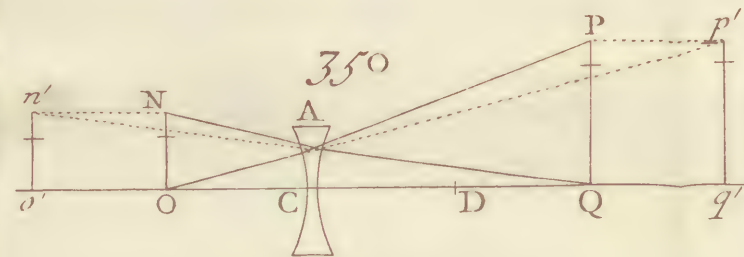
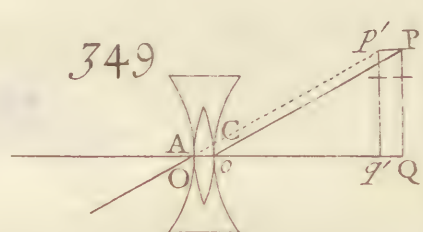
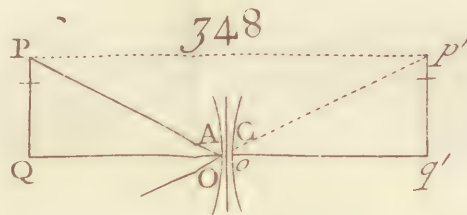
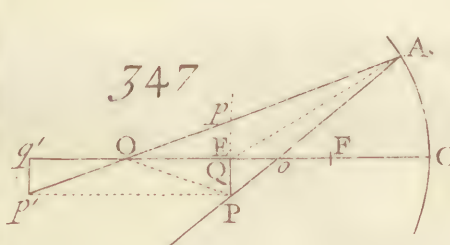
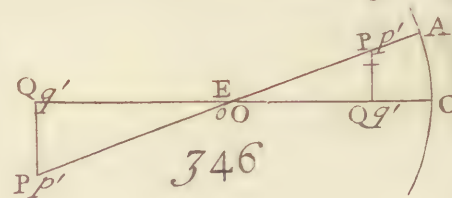
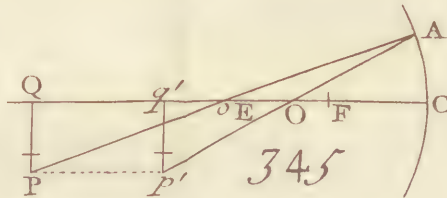
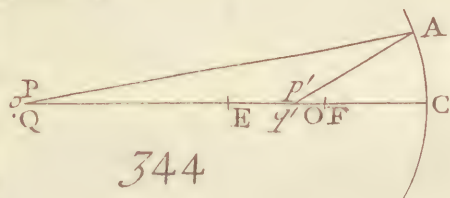
Porque supongamos que dos rayos PAO , NAQ se 350.
corten mutuamente en un punto qualquiera del vidrio, y *basta*
que los rayos visuales OA , QA prolongados encuentren las 353.
paralelas Pp' , Nn' , en p' y n' ; las perpendiculares $p'q'$, $n'o'$
serán los obgetos aparentes (436). Ahora bien, ya
que las inflexiones de los rayos NAQ , PAO son igua-
les (129), los ángulos NAO , PAQ son tambien igua-
les, y como son pequeños, NO es á PQ como AO es á
 AQ (219), ó como el ángulo AQC al ángulo
 AOC (377); quiero decir, que los obgetos aparen-
tes $n'o'$, $p'q'$ son proporcionales á los ángulos visuales AQC ,
 AOC , y por consiguiente sus distancias de los ojos Q y O
son iguales, como en todos los casos de la vision con la vis-
ta sola.

446 De donde inferiremos que si el vidrio ocupa suc-
cesivamente dos lugares diferentes C , D igualmente distan-
tes de los extremos del intervalo OQ , un mismo ojo siem-
pre verá el obgeto á la misma distancia. Porque como Oq'
distancia aparente del obgeto PQ es igual á Qo' distancia
aparente del obgeto NO , que el ojo puesto á la distancia
 QC del vidrio, vé por el mismo vidrio, será tambien igual
á la distancia aparente del obgeto PQ visto por el mismo
vidrio, puesto mas atrás á la distancia $OD = QC$.

Fig. 447 Si quando el intervalo que hay entre el ojo y el obgeto es fijo y constante , se mueve gradualmente un vidrio cóncavo de un extremo al otro , la distancia aparente del obgeto crece al principio , y mengua despues ; y llega á ser la mayor de todas quando el vidrio está cabalmente en medio del intervalo. Pero si hacemos andar el mismo intervalo á un vidrio convexo , la distancia aparente del obgeto mengua al principio , despues crece , y llega á ser la menor de todas quando el vidrio está cabalmente en medio del intervalo , con tal que este intervalo sea menor que el quádruplo de la distancia focal del vidrio ; pero si fuese igual al quádruplo de dicha distancia focal , el obgeto parecerá que toca el ojo , quando el vidrio estuviere en medio , porque se le vé infinitamente grande é infinitamente confuso ; y quando el espresado intervalo fuere mayor que el quádruplo de la distancia focal , el obgeto parecerá infinitamente grande y confuso , y por lo mismo infinitamente inmediato al ojo , quando el vidrio estuviere en dos sitios , como *C* y *D* , igualmente distantes del ojo y del obgeto ; por manera que mientras el vidrio pasa desde el un extremo del intervalo al otro , la distancia aparente mengua primero , despues crece hasta que el vidrio llegue al medio , despues mengua , y finalmente vuelve á crecer hasta que llega al extremo del intervalo ; y quando el vidrio está en medio , la distancia aparente del obgeto es menor , igual ó mayor que su verdadera distancia , conforme el intervalo entero es menor , igual ó mayor que el octuplo de la









la distancia focal del vidrio ; y por consiguiente , si fuese Fig.
mayor que el octuplo de dicha distancia focal , la distan-
cia aparente será igual á la verdadera quando el vidrio es-
tuviere entre *C* y *D*, en dos puntos igualmente distantes de
ellos , y del medio ; y todo esto mientras la magnitud apa-
rente del obgeto crece , quando su distancia aparente men-
gua , y al revés (437) ; lo comprobará el que hiciere
el experimento.

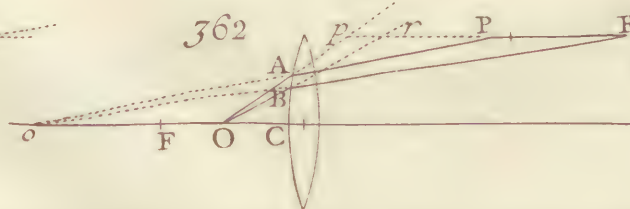
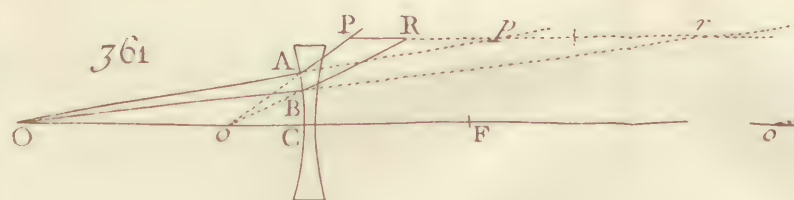
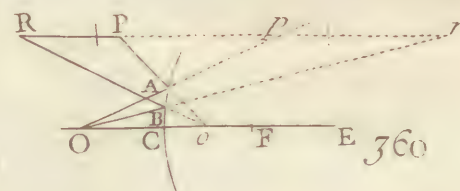
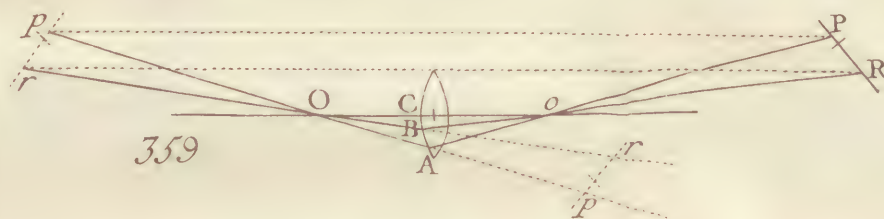
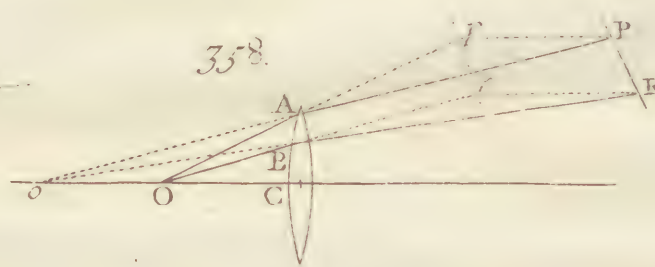
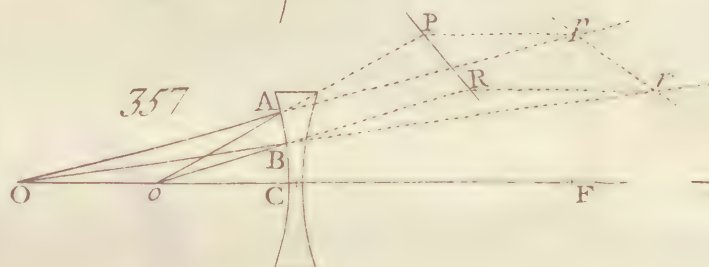
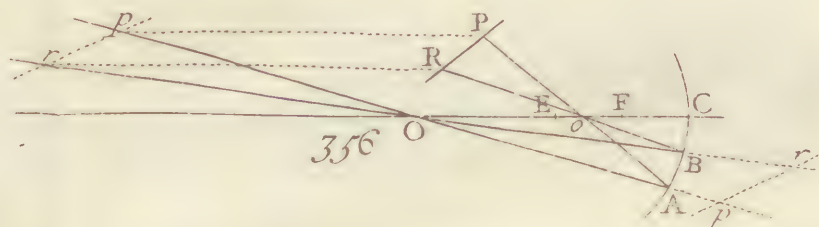
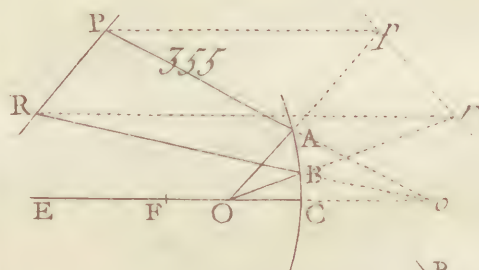
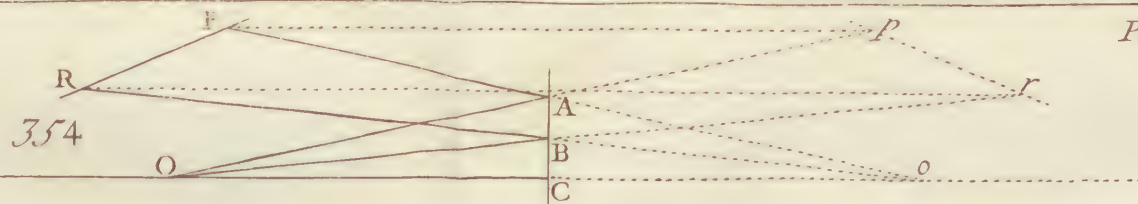
448 Quando un obgeto *PR* está inclinado al ege 354.
de un vidrio ú espejo , se puede determinar su inclinacion hasta
aparente como antes (436), con tirar las rectas *Pp'*,
Rr' paralelas al ege *OC*, que encuentran en *p'* y *r'* los rayos 352-
OA , *OB* prolongados, por los cuales se vén los puntos *P*
y *R* , y con tirar despues la linea *p'r'* que será el obgeto
aparente ; porque sus extremos *p'*, *r'* vistos con la vista so-
la , son los lugares aparentes , en el vidrio ú espejo , de los
extremos de otros dos obgetos que se concibe que tocan los
extremos del obgeto inclinado *PR* , y son perpendiculares
al ege del vidrio ú espejo (436) ; teniendo presente
como antes , que quando *PR* y *AB* están en distintos la-
dos del ege , es menester para percibir con la vista sola el
obgeto aparente inclinado *p'r'*, volver la vista al lado opues-
to á aquel adonde se dirige , ó tomar en los rayos *Op'*, *Or'*
prolongados del lado opuesto á aquel donde están , otras dos
distancias *Op* , *Or* respectivamente iguales á los dos rayos
espresados. Si despues de hecho esto se quita el vidrio ú es-
pejo , se verá la linea *pr* en el mismo lugar y la misma po-
si-

Fig. sición en que se vé el obgeto PR en el vidrio ú espejo.

360. 449 Y así, si un obgeto PR fuese paralelo al ege
 361. del vidrio ú espejo, no habrá otra cosa que hacer sino pro-
 362. longarle hasta que corte los rayos visuales OA , OB el
 uno en p' , el otro en r' ; y la linea $p'r'$ parecerá con la
 vista sola en el mismo lugar y posicion que aquellas en las
 quales se vé el obgeto PR por el vidrio ó en el espejo.
 Es de advertir que aunque los lugares reales de las lineas
 PR , $p'r'$ sean paralelos al ege, no obstante no parecerán
 tales mirándolos con la vista sola; parecerán convergen-
 tes ácia las partes distantes del ege, por la razon que di-
 remos muy en breve.

De la descripcion de las causticas (76 81 y
 1194 199) se echa de ver, y por las figuras da-
 das, que es muy posible darle al borde de una plancha del-
 gada una curvatura que tenga la figura y los grados de con-
 vexidad necesarios para que si se le aplica en la concavidad
 del ramo de una caustica dada, toque cada rayo en un pun-
 to de su convexidad, distinto de aquel donde tocará otro
 qualquiera (304 y 305). A dicho borde convexo se
 le puede dar el nombre de ramo de la caustica, y le re-
 presenta en las figuras siguientes la curva $p'p'''v$ ó $q'q'''y$ &c.

363. 450 Por consiguiente, si ponemos el ojo en un pun-
 367. to qualquiera o , tomándole donde se quisiere, excepto en
 la misma caustica formada por las refracciones ó reflexio-
 nes de todos los rayos que despide el punto P , se puede
 hallar el rayo visual por el qual se vé dicho punto P , ti-
 ran-





rando desde el ojo o una recta que toque, sin cortarle, un ramo de la caustica en un punto p''' . Y si imaginamos que un hilo afianzado por el un cabo en el extremo de dicho ramo, el mas apartado del ojo, envuelva parte de la convexidad, y se estienda desde el punto donde la deja, en una linea recta $p'''o$, siempre se verá el punto P en las direcciones sucesivas de dicho hilo, mientras que el ojo ó la caustica se mueve de lado.

451 Si vemos un obgeto chico redondo en una situación trastornada por una esfera, ó en una porcion de un espejo cóncavo, bastante ancho para formar una caustica, se le verá lo mas grande y mas cerca que es posible, colocando el ojo en una recta tirada por dicho obgeto y el centro de la esfera ó del espejo; y si se mueve de lado el ojo, la esfera ó el obgeto mismo, se le verá menguar y apartarse gradualmente; y pueden suceder apariencias de todos puntos contrarias, en menor grado, quando se vé el obgeto derecho, en los casos que las figuras especifican. Todo esto se puede demostrar del modo siguiente.

Por el centro E de la esfera ó del espejo, tírense las dos rectas PE , EQ que toquen los lados opuestos del obgeto chico y redondo PQ ; y supongamos que de todos los rayos que salen del punto P , el mas inmediato á la recta PEp' tenga su focus en el punto p' , despues de las refracciones ó reflexiones, y que lo demás engendre una caustica, cuyos ramos $p'v$, $p'x$ siempre son convexos ácia el ege PEp' de la espiga (76 y sig. 194 y sig.). Sean tambien

Fig. $q'y$ y $q'z$ los ramos de otra caustica engendrada por el manajo que viene de Q , cuyo ege es QEq' . Desde E como centro, y con un radio qualquiera El , trácese un arco $lmno$ que corte en l y n los eges Pp' y Qq' prolongados si fuese menester; y desde el ojo puesto primero en m en el ángulo lEn formado por los eges de los dos manajos, tírense las rectas mp'' , mq'' que tocan un ramo de cada caustica; y se verá el objeto en el ángulo visual $p''mq''$ (450). Finalmente, desde el ojo colocado despues en un punto qualquiera o fuera del ángulo lEn , tírense otras dos rectas op''' , oq''' que toquen un ramo de cada caustica en p''' y q''' ; entonces se verá el objeto GQ en el ángulo visual $p'''oq'''$ (450).

Todo esto bien entendido, mientras el ojo se mueve de lado en el arco mno , uno de los puntos de contingencia p'' se mueve continuamente en el mismo ramo desde p'' á p''' , y el otro punto q'' vá primero desde q'' á q' en el mismo ramo donde está, y vuelve despues á lo largo del otro ramo de la misma caustica desde su cúspide q hasta el punto q''' . Así, los rayos visuales $p'''o$, $q'''o$ que el ojo, quando está en o , recibe, vienen de los ramos de las dos causticas, que están una y otra del mismo lado de sus eges Ep' , Eq' .

Trácese desde el centro E un arco de círculo qualquiera, que corte los dos ramos $p'''p'$, $q'''q'$ de que acabamos de hablar el primero en el punto v , el segundo en y , y sus eges respectivos Ep' , Eq' , el uno en c , el otro en d . Como por ra-

zon

zon de la igualdad de las dos distancias EP , EQ , que resulta de la figura circular que tiene el objeto PQ , las dos causticas son iguales, es facil hacerse cargo de que el arco cv es igual al arco dy , y que por consiguiente el arco vy comprehendido entre los dos ramos de que hablamos, es igual al arco correspondiente cd comprendido entre sus eges. Y como esta propiedad se verifica en todo arco de círculo trazado desde el centro E , es evidente que dichos ramos se arriman uno á otro al paso que se ván acercando al centro E . Fig.

Por lo qual quando despues de colocado el ojo en algun punto del arco mno , se vé el objeto trastornado, parece del tamaño mayor quando el ojo está entre los eges Ep' , Eq' ; y llegando el ojo á moverse lateralmente en el mismo arco mno , el objeto vá pareciendo siempre mas chico, y por lo mismo mas apartado (398), porque el ángulo visual mengua. Y bien se echa de ver considerando las figuras, que lo mismo puede suceder quando el objeto parece derecho.

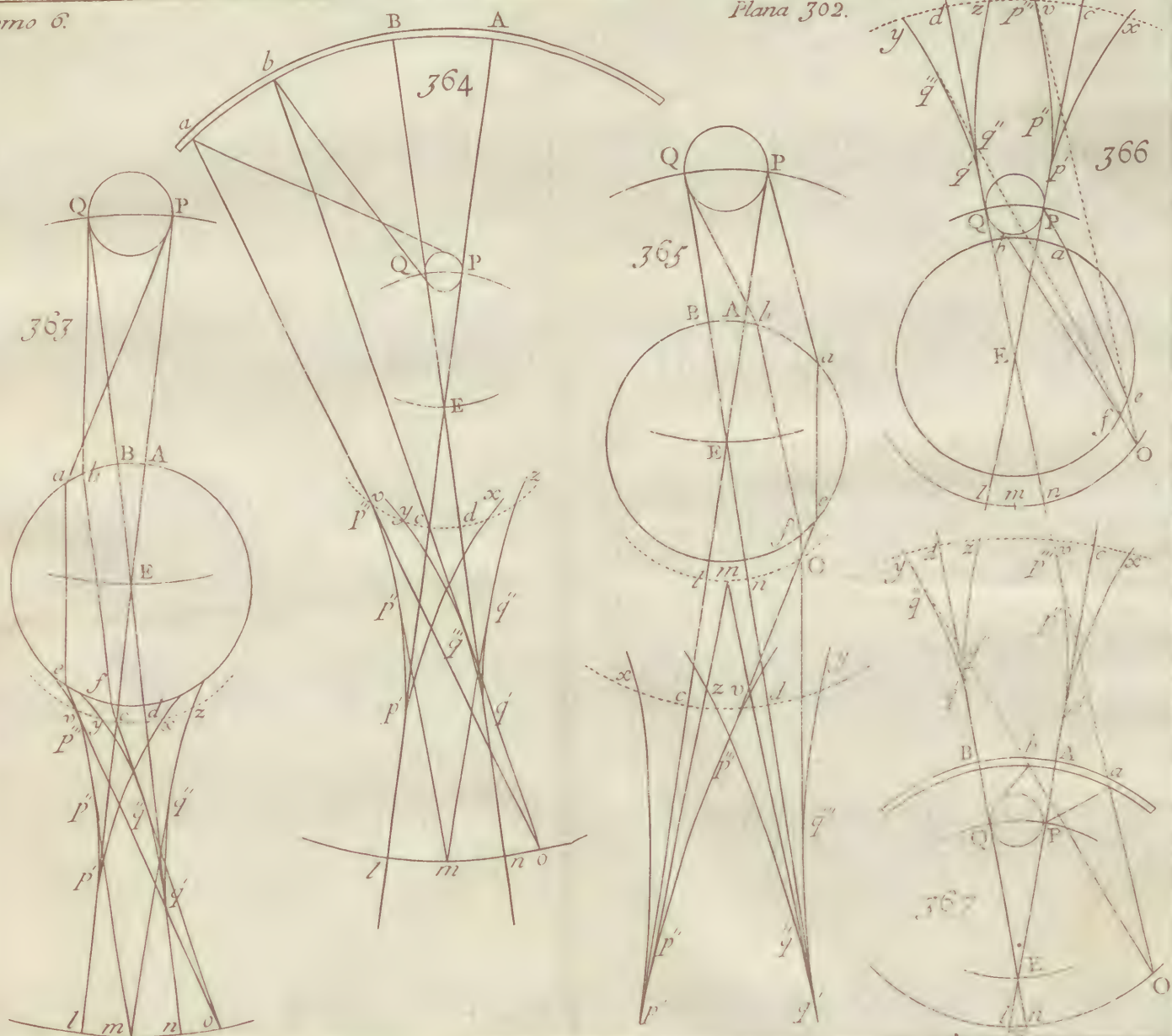
Ya se vé que hay una misma variedad de apariencias, no solo quando el ojo está en reposo y el objeto se mueve lateralmente en un círculo PQ , cuyo centro es E , sino tambien quando el centro E de la esfera ó del espejo se mueve en un círculo cuyo centro ocupa el objeto.

Fig. DE LOS INSTRUMENTOS ÓPTICOS.

Aunque son muchos los instrumentos ópticos, nos ceñiremos á la descripción y teórica de los mas principales, cuyo conocimiento es fundamental para enterarse de la estructura y usos de los demás.

De la Cámara obscura.

452 El experimento propuesto (227) dió el pensamiento de construir la cámara obscura, cuyo destino es facilitar el dibujo de qualesquiera obgetos. Dimos allí mismo la razon por qué las imágenes trastornadas han de parecer derechas quando son reflectidas ácia abajo sobre una mesa. Para dirigir mas facilmente el ege de la lente ácia un obgeto, se la suele colocar dentro de un agujero grande cilíndrico, hecho en medio de una bola de madera, que se mueve con facilidad al rededor de su centro en una faja ó zona de palo asegurada en la puerta de la ventana. Compónese esta faja de otras dos unidades una con otra por medio de un tornillo despues de colocada la bola, y la concavidad de la zona impide que pase la luz por entre ella y la bola. Las imágenes de los obgetos son tanto mayores quanto mayor es la distancia del focus de la lente, y tanto mas vivas quanto mayor es su abertura. Si la distancia del focus de la lente es de 8 ó 10 pies, es del caso hacer que se pinten las imágenes en
una





una mampara grande cubierta con un lienzo ó papel blanco, y hacer que sea mobil sobre dos ruedas para colocarla á la distancia de la lente que fuere menester. Fig.

453 Para sacar copias de las imágenes pintadas ó estampadas, ó la perspectiva de los sólidos, trazando las líneas exteriores de sus imágenes formadas por la lente; se ha de colocar el original fuera del quarto á la distancia conveniente, y recibir su imagen sobre una hoja de papel, ó sobre un grande vidrio plano que tenga un lado tosco. Estando asegurado verticalmente este vidrio, vuelta su cara tosca ácia el espectador, será facil trazar con un lapiz en dicho vidrio los principales lineamentos de la imagen. Despues se estenderá una hoja de papel fino sobre el vidrio, se verán al traves las líneas trazadas con el lapiz, oponiéndolas á la luz del dia, y será facil delinear la imagen en el papel. Para que salga distinta la imagen pintada en el vidrio, despues de asegurado, se ha de colocar la lente en un tubo que corra dentro de otro afianzado en la puerta ventana.

454 Pero se puede escusar el trabajo de trazar dos veces la figura, practicando lo siguiente. Despues de tendido sobre una tabla muy lisa el papel en el qual se han de dibujar los obgetos, se colocará esta tabla encima de una mesita muy sólida debajo de la lente, que está en la puerta ventana; por medio de un espejo inclinado se reflectirá la imagen al papel, y se le afianzará sobre la tabla conforme voy á declarar. *ab* y *cd* son dos tablas aseguradas ver- 368.
ti-

Fig. ticalmente en la mesa al uno y otro lado del papel en el qual se han de dibujar los obgetos; *ef* es otra tabla cuya longitud es igual al intervalo que hay entre las dos tablas verticales, y lleva en cada extremo una clavija redonda. Despues de afianzada esta tabla detras de un espejo con tornillos que cogen el bastidor, se meten las clavijas en dos ranuras hechas en la parte superior de las tablas verticales, y por medio de dos tuercas que entran á manera de rosca dentro de las clavijas, se puede asegurar el espejo en el grado de inclinacion necesario para que la pintura dé directamente en el papel que está debajo, y se conseguirá que sea distinta empujando el tubo que lleva la lente ácia adentro ó ácia fuera.

[369. 455 La cámara obscura portátil, que se vende comunmente, se describe con muy pocas palabras, y su teórica es como sigue. Los rayos que vienen del obgeto PQR , despues que han atravesado la lente E , irian á formar una imagen pqr , pero siendo reflectidos ácia arriba por el espejo ABC , forman una imagen horizontal $p'q'r'$ igual con la primera en un vidrio plano que está en situacion horizontal, cuya cara tosca está vuelta ácia arriba, se bosqueja en este vidrio con lapiz negro la imagen que en él está pintada; y estando el espectador de cara al obgeto, dicha imagen le parece derecha. La figura representa una seccion de la máquina cortada por el eje del tubo que lleva la lente por medio de la caja donde está el espejo y del espejo mismo. Aquí no representamos la seccion del lado opuesto al tubo,

cu-

Fig.

cuyo lado es mobil , y se abre como una puerta ; el vidrio en el qual está representado el obgeto , entra de corredera en los lados de la caja ; y quando se quita , se mete dentro de un cajon *ef* que hay en el fondo de la caja : tambien se puede quitar el espejo *ABC* que entra de corredera en los lados de dicha caja , y meterle en el mismo cajon. El tubo quadrado de madera consta de tres piezas ; las interiores , que llevan la lente , se mueven ácia dentro ó ácia fuera para hacer que salgan distintas las imágenes. Las partes *gb* é *ik* , que están afianzadas unas con otras , y con la caja con cerrojos , se pueden separar y meter dentro de la caja ; cerrando despues la tapa *at* , y el lado mobil de la parte superior de la caja , queda la máquina muy facil de llevar. La tapa cuya seccion es *at* , tiene dos hojas que se abren á ángulos rectos , y descansan sobre los bordes de la caja , para que hagan sombra á la imagen pintada en el vidrio.

• De la Linterna mágica.

456 *ABCD* es una linterna de cuyo lado sale un tubo *bnklm* compuesto de dos partes tales , que la una *nkml* puede correr por dentro de la otra ; por manera que el tubo se puede alargar y acortar. En el estremo del tubo *nkml* hay un vidrio convexo *kl* ; en *de* hay una pieza pequeña cuyo oficio es sostener un obgeto *de* pintado con colores muy transparentes en un pedazo de vidrio delgado , por cuyo motivo se le llama *Lleva obgetos* ; se coloca el vidrio de manera que el obgeto esté trastornado ; *bhc* es un vidrio

370.

Fig. muy convexo, puesto al otro extremo del tubo, para juntar la luz de la llama *a*, y hacer que dé mas densa en el obgeto *de* pintado en el vidrio. El vidrio *bhc* de ningun modo contribuye para la representacion, porque solo sirve para alumbrar mucho la pintura *de*; esta es la razon porque en algunas de estas linternas, en lugar del vidrio *bhc*, hay un espejo cóncavo colocado de modo que junta la luz de la llama *a* en la pintura *de*; otras llevan el espejo y el vidrio á un tiempo.

457 El obgeto *de* está trastornado, y puesto algo mas lejos del vidrio *kl* que su focus; es, pues, evidente que este vidrio causará una imagen distinta *fg* del obgeto en la pared opuesta *FH* que suponemos blanqueada, y que esta imagen estará derecha. Porque como toda la luz está encerrada dentro de la linterna *ABCD*, todo el quarto *EFGH* está enteramente obscuro; de modo que la apariencia que causa la linterna mágica viene á ser de todo punto lo que hemos dicho acerca de la representacion de los obgetos en una cámara obscura, causada por un vidrio convexo. Es de observar que si se acorta el tubo, en virtud de lo qual el vidrio *kl* se acercará al obgeto *de*, la imagen *fg* será mas ancha, é irá á dár mas lejos del vidrio *kl*; y por el contrario, si se alarga el tubo de modo que el vidrio *kl* esté mas apartado del obgeto *de*, la imagen *fg* será mas chica, y estará mas cerca del espresado vidrio.

De los Anteojos comunes.

Fig.

458 Con las lentes se hacen los anteojos que gastan los que tienen la vista corta, ó no ven distintamente sino los objetos muy inmediatos, y los que no los ven con distincion, sino quando están muy apartados. Los hombres de vista corta, conocidos con el nombre de *Myopes*, suelen tener la cornea sumamente convexa, ó mas de lo que es menester para que los rayos que los objetos despiden y se introducen en sus ojos, se junten, despues de refringidos por los humores del órgano de la vista, á la distancia competente de la niña para formar clara la imagen del objeto. Se juntan dichos rayos antes de llegar á la retina, por razon de la estremada refraccion que padecen al atravesar la cornea sobrado convexa. Es, pues, preciso para que un Myope vea claro un objeto qualquiera, hacer que los rayos que se han de introducir en su órgano sean algo mas divergentes, porque este exceso de divergencia hace que la sobrada convexidad de la cornea no los junte dentro del órgano, sino donde es menester. Porque bien se echa de ver que quanto mayor fuere la divergencia de los rayos que se introducen en un medio refringente, tanto menos los arrimará á la perpendicular la virtud refringente del medio, á cuya perpendicular no llegarán sino á una distancia mayor de la superficie refringente, que si fuese menor su divergencia. Esta es la razon porque los Myopes ven con distincion los objetos quando se los arriman mucho á

Fig. la vista ; entonces entran en sus ojos rayos mas divergentes , que quando estan lejos los obgetos.

459 Ya que para socorrer á los Myopes se necesitan vidrios que encaminen los rayos de luz á sus ojos con mayor divergencia que la natural , sus anteojos han de ser lentes cóncavas que , por lo dicho (130), tienen la propiedad de hacer divergentes los rayos ; escogiéndolos de una curvatura correspondiente , los rayos incidentes adquieren al atravesarlos , el grado de divergencia con el qual han de herir los ojos , para no juntarse sino en el fondo del órgano donde han de pintar la imagen. En la edad avanzada puede ser superflua esta gran divergencia por medio del anteojo cóncavo , y aun contraria á la distincion de la vision , y los rayos pueden concurrir exactamente en el fondo del ojo , con las direcciones que tienen naturalmente al salir de los obgetos ; porque entonces llega á ser el ojo mas aplanado , y puede adquirir la figura de los que están bien conformados ; pues se sabe que los Myopes vén mas distintamente los obgetos distantes en la vejez , y este es el motivo de creerse vulgarmente que su vista dura mas tiempo.

460 Llamamos *Presbytes* aquellas personas que no ven distintamente los obgetos cercanos. Suele provenir este defecto , que es de la gente anciana , de que alguna enfermedad ó los muchos años han secado los humores del ojo , de modo que , con la diminucion de su volumen , la cornea y el cristalino se aplanan , la luz no padece una refraccion

bas-

bastante fuerte, y por una consecuencia forzosa de esta Fig. falta de refraccion, las puntas de los manojos luminosos no caen en el fondo del ojo, sino mas allá; y la imagen lejos de componerse de puntos distintos que representen los puntos correspondientes del obgeto, no es mas que un agregado de círculos luminosos que cogen unos encima de otros. Por este motivo la imagen es confusa, y no se vé el obgeto sino confusamente; y quanto mayor confusion hubiere en la imagen, mas confusa será tambien la apariencia del obgeto.

461 Para socorrer á los Presbytes se necesitan por consiguiente anteojos convexos que suplan la falta de convexidad de sus ojos; con hacer que sea mayor la suma total de las refracciones, son causa de que los rayos converjan mas de lo que hubieran convergido. Y quando estos anteojos tienen el grado correspondiente de convexidad, el punto de concurso de los rayos de cada manajo cae exactamente en el fondo del ojo.

462 No es posible enmendar con anteojos los defectos de la vista, sin buscar primero los límites de la vision confusa y distinta, esto es, las distancias donde un obgeto empieza á parecer confuso para los Presbytes, midiendo la distancia menor á la qual pueden ver distintamente, y leer un caracter de letra mediano; y para los Myopes, midiendo la mayor y menor distancia á las quales pueden ver distintamente, y leer un caracter de letra menudo. Si se quiere una determinacion mas exacta, será facil conseguirla ar-

Fig. rimando al ojo, un poco mas abajo, el extremo de una regla larga, y observando las mayores y menores distancias á las quales empiezan á parecer confusas unas líneas tiradas en la direccion de la longitud de la regla. Se ha de dar la preferencia á los vidrios los menos cóncavos ó menos convexos, de que se puede hacer uso para ver distintamente, por ser los mas acomodados para las vistas defectuosas; luego daremos la razon:

371. 463 Sea Eq la menor distancia á que un Presbyte vé distintamente un objeto pequeño, y EQ la menor distancia á que quiere tambien verle con claridad. Tómesese del lado de q una tercera proporcional QF á Qq y QE ; será EF la distancia focal de una lente convexa con la qual podrá ver distintamente un objeto puesto entre Q y F , y quizá mas allá de F .

Porque los rayos que vienen de Q , saldrán del vidrio, y se introducirán en el ojo como si viniesen directamente desde q al ojo solo (160); y suponiendo que Q se aparte del ojo, tambien q se apartará al infinito recorriendo sucesivamente los diferentes sitios en los quales la vista sola puede ver distintamente; y así, como los rayos refractos tendrán la misma divergencia que si viniesen de dichos sitios, procurarán una vision distinta del objeto puesto donde se quisiere, desde Q hasta F , y aun mas allá, si el sugeto pudiere ver distintamente con rayos convergentes.

464 Luego si un Presbyte quiere ver distintamente

á una distancia la mitad menor que Eq , esto es, dos veces mas cerca que con los ojos solos, el vidrio que mas le acomodará será una lente convexa, cuya distancia focal sea Eq , y verá distintamente con esta lente á qualquiera distancia que no sea menor que la mitad de Eq ; porque si suponemos que Qq y QE sean iguales, la proporcion antecedente nos está diciendo que el punto F coincide con q . Fig.

465 Sea EF la mayor distancia á la qual un Myope 372.
pe vé distintamente un obgeto puesto en F ; será EF la distancia focal del mejor vidrio cóncavo que pueda usar para ver distintamente los obgetos distantes.

Porque los rayos de un manojo, que vienen de un obgeto distante, y caen por consiguiente paralelos sobre la lente, saldrán de ella para entrar en el ojo, como si vinieran direcramente al ojo solo desde un obgeto puesto en F . La imagen de un obgeto distante estampada en el fondo del ojo por rayos refringidos en dicha lente, será por consiguiente tan distinta como la de un obgeto puesto en F , mirándole por rayos directos.

466 Sea EQ la menor distancia á la qual el mismo 373.
sugeto vé distintamente un obgeto con la vista sola; si tomamos una tercera proporcional Qq á QF y QE , y tiramos Qq del lado de F , el punto q será el punto mas inmediato donde podrá ver distintamente con la lente de que acabamos de hablar.

Porque, por lo dicho (160), los rayos de un manojo, que caen en la lente convergiendo ácia Q , conver-

Fig. girán despues de la refraccion ácia q ; y al contrario, los rayos que vienen de q , saldrán de la lente divergiendo respecto de Q ; y suponiendo que el punto q se aparte del ojo, el punto Q se apartará tambien pasando por todos los puntos que el ojo solo puede ver distintamente. Por el contrario, si el punto Q se acercáre al ojo, el punto Q se le arrimará tambien, pero ya no se le verá distintamente, por el supuesto, con la vista sola.

467 Por consiguiente, si el espacio QF comprendido entre los límites de la vision confusa, no fuere menor que QE , veremos distintamente con un vidrio cuya distancia focal sea EF , los obgetos colocados donde quisiésemos mas allá de F , que determina el alcance de la vista sola; porque en este caso Qq no puede ser mayor que QF , como lo evidencia la proporcion antecedente.

468 Pero si un Myope quiere anteojos de vidrios cóncavos para leer ó escribir, supongamos que la distancia Eq no sea mayor de lo que es menester para este efecto, y que QF sea el intervalo comprendido entre los límites de la vision confusa; tómese del lado de q una tercera proporcional FG á Fq y FE ; un vidrio cóncavo, cuya distancia focal fuese EG , será el mejor que pueda usar para leer y escribir.

Porque de lo dicho (160) constá que los rayos de un manojo, que caen sobre dicho vidrio convergentes ácia F , convergirán ácia q despues de las refracciones; y al contrario, rayos que viniesen de q , saldrian divergentes de F

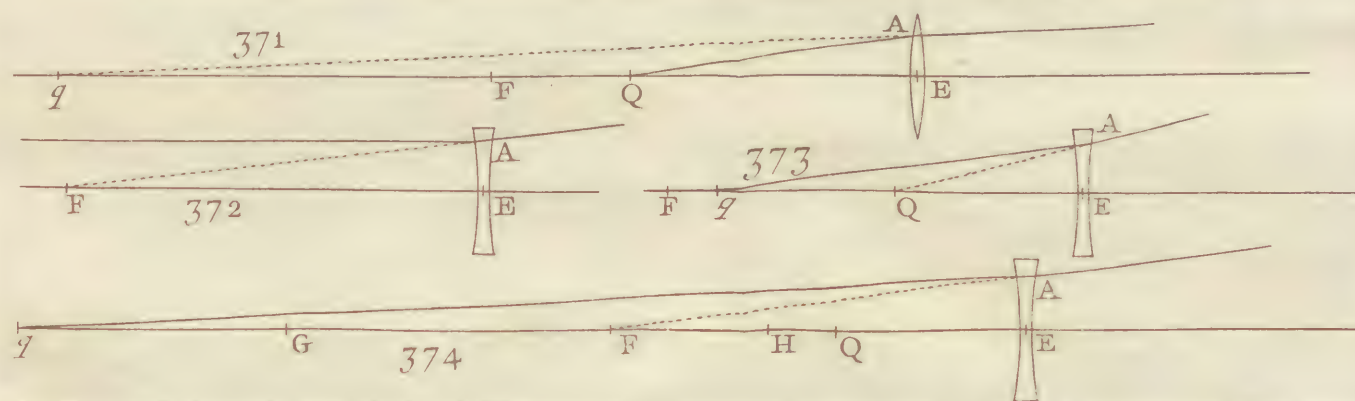
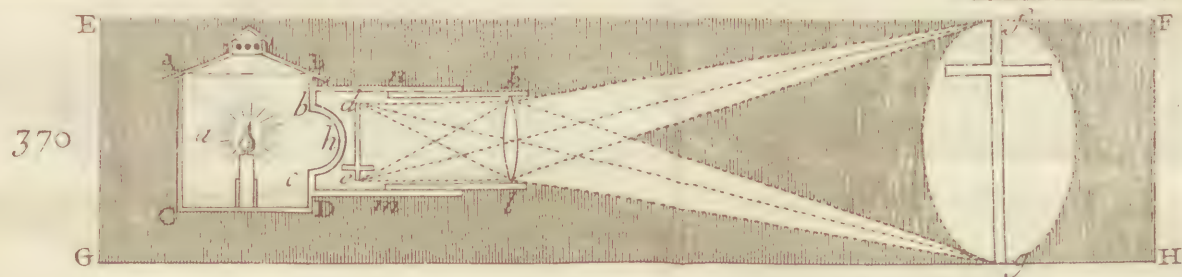
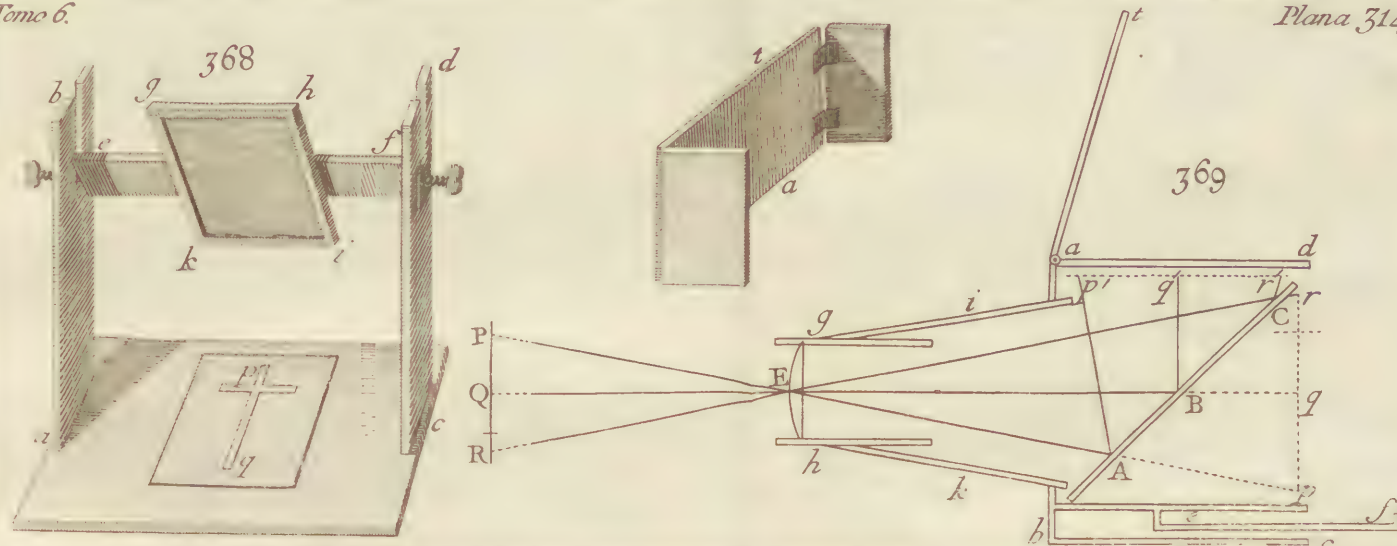
Por.

Por consiguiente , el Myope de quien estamos hablando, Fig. verá distintamente un obgeto tan distante como q ; tambien le verá mas cerca que F , si QF no fuese mas que la mitad de EF . Porque si suponemos que los rayos caen sobre la lente convergiendo ácia Q , hágase $QG : QE :: QE : QH$, los rayos refractos convergirán ácia H ; y por consiguiente el punto H será el punto mas inmediato que se pueda ver distintamente con la lente. Pero si Q partiese EF por medio , es evidente que QH será menor que QF ; porque QG , QF , QH están en proporcion continua.

469 Así , qualquiera puede hacerse con anteojos acomodados á su vista , aunque viva lejos de los parages donde se hacen , enviándole al artifice sus distancias focales calculadas por las reglas antecedentes. Verdad es que el que tiene proporcion de escogerlos por sí , está mas seguro del acierto con probar los vidrios que halla ; y en orden á esto siempre se debe dar la preferencia á los vidrios menos convexos ó cóncavos entre aquellos que convienen á la vista cuyo defecto se quiere remediar. Estos son los vidrios que hemos calculado , y son tenidos por los mejores. Porque como no se pueden poner enteramente arrimados al ojo , quanto menos cóncavo es un vidrio , tanto menos disminuye las imágenes de los obgetos pintados en el fondo del ojo. Hay tambien otra ventaja en preferirlos á los demás; usándolos mucho tiempo , las membranas y los humores del ojo adquirirán insensiblemente la figura que es menester para ver los obgetos mas distantes que se pueda , y

Fig. estorvarán por consiguiente que el ojo sea cada día mas myope. Por otra parte, quanto menos convexo es un vidrio, tanto menos amplifica las imágenes de los obgetos pintados en el fondo del ojo; y por el uso que se hace de ellos, el ojo adquiere insensiblemente la forma competente para ver obgetos lo mas inmediatamente que se puede; pero estas dos ventajas no son las únicas que se han de considerar. Juntas, pueden producir otras, como atajar el aumento del defecto que padece el ojo présbyta. Porque quando la estampa formada en el fondo del ojo es muy grande, no es menester que sea del todo tan distinta, como quando es menor, para poder distinguir el mismo número de partes en un obgeto. Por consiguiente el ojo tiene mas libertad para apartarse de la conformacion que requiere el uso del vidrio, y vuelve á tomar mas facilmente aquella que ha llegado á serle mas natural, y á la qual tiene mas inclinacion, y es la que no le permite ver sino los obgetos distantes.

470 Se ha observado generalmente, que los que están acostumbrados á no mirar mas que obgetos distantes, como los navegantes, cazadores, &c. necesitan gastar anteojos mucho mas antes que los demás hombres. Se sabe tambien que los myopes se hallan en mayor número entre los literatos, artistas &c. que tienen habito de mirar obgetos muy próximos; por donde se echa de ver que el ojo, del mismo modo que otra facultad qualquiera animal, llega insensiblemente á quedarse con la forma que ha hecho hábito de tomar.





471 Entre los muchos myopes que se hallan , hay Fig. probablemente pocos que lo sean de nacimiento. No contrahen generalmente este defecto sino á la edad de 20 ó 25 años. Y así, sería quizá posible resguardarlos de él, acostumbrando sus ojos en la juventud á tomar toda especie de formas, y lo podrian conseguir mirando por vidrios de todas figuras , leyendo , escribiendo , y trabajando con anteojos de diferentes convexidades. Porque por mas grande que sea la facultad que tiene el ojo de tomar la figura necesaria , segun las ocurrencias, para ver distintamente; esta facultad puede debilitarse por la falta de variedad en el uso que se hace de este órgano. He oido decir que habia gentes que tenian bastante estension y flexibilidad en la vista para ver distintamente con vidrios de qualesquiera figuras; y es verosimil que la misma tienen muchos niños que podrian conservarla mediante la práctica. Se equivocan los que creen que puede perjudicar á sus ojos este ejercicio; la única cosa en que se ha de poner cuidado es procurar que no miren obgetos muy luminosos.

472 Es digno de notarse que los Myopes escriben muy menudo , y mas quieren leer letra muy menuda que gorda , naturalmente porque con una mirada cogen mas. Por lo comun, miran poco á aquellos con quienes hablan; porque no pueden coger á un tiempo los movimientos de sus ojos , y de sus facciones , y por este motivo no ponen cuidado sino en escuchar lo que se les dice. Ven muy distintamente , y alcanzan algo mas lejos en una luz fuerte
que

Fig. que en una luz debil , porque una luz viva obliga la niña á angostarse ; de donde resulta necesariamente una disminucion en el diámetro de los manojos luminosos, y por consiguiente en su mezcla recíproca , y por lo mismo es menor la confusion aparente. Esta es la razon porque los myopes cierran un poco los párpados, quando quieren ver distintamente obgetos cuya distancia es mayor que la que alcanza su vista. Consiguen con esto otra ventaja. Los párpados al cerrarse aprietan un poco el órgano y le aplanan, y le dan por lo mismo la facultad de ver obgetos distantes.

473 Los buzos no pueden ver distintamente dentro de la mar , porque la nueva refraccion que los rayos padecen en el agua antes de dar en sus ojos , turba el mecanismo natural de la vision ; necesitan por consiguiente de algun vidrio para ver con claridad. Si los vidrios que estos han de usar, han de ser igualmente convexos por ambos lados, su curvatura ha de ser la misma que la de la cornea que es porcion de una esfera , cuyo diámetro es , con poca diferencia, de 7 lineas $\frac{1}{4}$. Es constante que los peces fuera del agua , y los demás animales dentro del agua no ven distintamente. Los buzos ven dentro del agua del mismo modo que los viejos por un vidrio cóncavo. Porque como ha enseñado la esperiencia que el humor aqueo tiene, con corta diferencia , la misma virtud refractiva que el agua , se sigue que, quando el ojo está dentro del agua , los rayos no se refringen al entrar. La cornea tiene quizá una virtud refractiva , distinta de la del agua , pero como es muy del-

ga-

gada , y termina en superficies paralelas , contiguas á fluidos igualmente refringentes , los rayos la atravesarán directamente ; así , los rayos paralelos que caen convergentes sobre el cristalino , en virtud de las refracciones que padecen al atravesar la cornea y el humor aqueo , quando el ojo está fuera del agua , guardan en el supuesto actual su paralelismo al encontrarle. Por consiguiente el cristalino no puede juntarlos en un punto en el fondo del ojo ; su reunion se hace mas allá , y por lo mismo sale confusa la vision. Por lo que mira á los peces considerados fuera del agua , las refracciones que entonces se hacen en su cornea son muy grandes , siendo así que dentro del agua no se hace ninguna ó se hace muy corta. Deben , pues , los rayos cruzarse antes de llegar al fondo del ojo , y hacer una apariencia confusa.

474 Así , para darles á los buzos la ventaja de ver distintamente , se ha de buscar qual ha de ser la convexidad de una lente capaz de dar á los rayos , antes que atraviesen el cristalino , el mismo grado de convergencia que tienen comunmente quando el ojo está fuera del agua. Para esto se debe tener presente que el seno de incidencia es al seno de refraccion , al pasar del agua al vidrio , como 9 es á 8 , y que la superficie de la cornea es porcion de una esfera cuyo diámetro viene á ser de $7\frac{1}{4}$ lineas. Sea *AC* una seccion de dicha superficie que pasa por su centro *B* , y sea el seno de incidencia al seno de refraccion , al pasar del ayre al humor aqueo , como 4 á 3. Tomando , pues , *BD* tripla

Fig. pla del radió BA , es constante que los rayos paralelos en el ayre concurrirán en D (145), despues de haberlos refringido el humor aqueo. Pero como estando el ojo dentro del agua, esta refraccion es nula; será menester aplicar sobre la cornea AC una lente convexa que pueda juntar los rayos paralelos en el punto D .

Sea EAF esta lente que tiene plana la una de sus superficies, y convexa la otra que está del lado del ojo, y sea AH su radio. Luego yá que los rayos paralelos se juntan en D , tenemos $HD : DA :: 9 : 8$; quíero decir, en la razon de refringencia del vidrio al agua (146), y por consiguiente $HA : AD :: 1 : 8$; pero tenemos $AD : AB :: 4 : 1$ ó $8 : 2$; sacaremos, pues, (1201) $HA : AB :: 1 : 2$; y así, siendo AB de $3\frac{1}{8}$ lineas, AH será de $1\frac{13}{16}$ lineas, que es lo que buscábamos. Pero si en lugar de una lente plana por un lado, y convexa por otro, se pide otra igualmente convexa por ambos lados; es preciso que tenga curvaturas iguales á las de la cornea (156), esto es, que sus dos superficies sean porciones de una esfera de $7\frac{1}{4}$ lin. de diámetro.

Del Microscopio simple.

475 Llamamos *Microscopio* un instrumento que aumenta estraordinariamente el tamaño de los obgetos, por medio de una ó muchas lentes combinadas, y manifiesta los menos perceptibles.

Quando el microscopio no lleva mas que una lente,

ó una bolita de vidrio cuya distancia focal es muy corta, Fig. se llama *Microscopio simple*. Un obgeto-pequeño pq que ve- 376. mos distintamente con el auxilio de una lentezuela AE , á 377. la qual se aplica el ojo, parece tanto mayor de lo que parecería con la vista sola, si el ojo estuviera á la menor distancia qL , desde donde le puede ver distintamente, quanto esta última distancia qL es mayor que la primera qE .

Porque despues de puesto el ojo arrimado á la lente EA , á fin de ver la parte mas grande del obgeto, que sea posible (430) con una mirada, apártese ó arrímese el obgeto pq hasta que se le vea muy distintamente, y supongamos que esto se consiga á la distancia Eq ; si imaginamos despues que se quite la lente AE , y se ponga en su lugar una chapa agugereada con un alfiler, el obgeto parecerá tan distinto y grande (433), como quando se le miraba con la lente; no habrá mas diferencia sino en que no tendrá tanto resplandor. Y en este último caso parecerá mayor que mirándole con la vista sola, á la distancia qL , en la razon del ángulo pEq al ángulo pLq (383), ó de la última distancia qL á la primera qE (377).

476 Una vez que la interposicion de la lente no causa otro efecto que hacer distinta la apariencia, refringiendo los rayos de cada manojo, quanto es menester para que despues puedan juntarse en el fondo del ojo; es evidente que el obgeto no parece tan amplificado, sino porque se le vé mas distintamente á una distancia mucho menor que con la vista sola. Si el ojo está bastante bien confor-
ma-

Fig. mado para ver distintamente con manojos de rayos paralelos, la distancia Eq del objeto á la lente es entonces la distancia focal de dicha lente. Si la lente fuese un globulillo de $\frac{1}{15}$ de pulgada de diámetro, siendo entonces su distancia focal Eq los tres cuartos de su diámetro (221), será de $\frac{1}{20}$ de pulgada; y si qL fuere de 8 pulgadas, que es la distancia ordinaria á la qual vemos los objetos chicos, el globulillo amplificará en la razon de 8 á $\frac{1}{20}$, ó de 160 á 1.

477 En punto de microscopios sencillos tiene mas cuenta usar de una lentezuela convexa con preferencia á un globulillo que amplifícase tanto como ella, porque hay tres veces mas distancia entre el objeto y la lente, que entre el objeto y el punto mas inmediato del globulillo, y por consiguiente es mucho mas facil iluminar el objeto valiéndose de la lentezuela, que valiéndose del globulillo.

478 Sin embargo, como una lente no puede amplificar mucho, sino en quanto es muy corto su focus, por exemplo de algunas lineas, y aun menos, y es por este motivo muy dificil de labrarla, los mas se contentan con un globulillo. Estos se consiguen con facilidad, haciendo derretir un fragmento ó pedacito muy chico de vidrio puro á la llama azul de una bugía por medio de una aguja mojada á la qual se mantiene pegado. Una gota de agua mezclada con la punta de una pluma cortada para escribir, en un agujero redondo hecho á una chapita de cobre muy delgada, forma tambien un buen microscopio.

479 Hay varios modos, además del espresado, de ha-

hacer globulillos de vidrio , del tamaño de la cabeza de Fig.
un alfiler , y aun menores , por medio de la llama de una
vela de sebo ó de cera ; pero la mejor llama para sacarlos
claros , y sin manchas , es la de un velon que arda con es-
píritu de vino rectificado : en lugar de una torcida de al-
godon , se le puede echar una de hilo de plata muy sutil , do-
blado muchas veces á manera de madeja de hilo. Despues se
hace polvos un pedazo de vidrio muy claro , se lavan mu-
cho estos polvos , se cogen unos pocos con la punta de una
aguja de plata mojada con saliva , y se ponen á la llama,
donde se mantiene dando vueltas á la punta de la aguja hasta
que los polvos de vidrio estén derretidos y formen un cuerpo
enteramente redondo , y al instante se saca , porque si se
le dejase mas tiempo á la llama , se quemaría. Todo el pri-
mor consiste en sacar el globulillo perfectamente redondo,
y esto solo lo enseña la práctica. Despues de sacados estos
globulillos se limpian con un pedazo de gamuza ; y en ha-
biendo muchos , se prueban para escoger los mejores. Esto
se egecuta doblando por medio diferentes planchas de cobre
dos veces mas largas que anchas , de modo que despues de
dobladadas forman un quadrado ; se las hace un agugerito en
el medio, con una piedra de amolar se quita la rebaba de los
bordes de los agujeros , se ahuma lo interior de las dos
planchas , con el humo de una vela , se coloca un globulillo
entre los dos agujeros , y se atan una con otra las dos
mitades de la plancha. Mirando por los globulillos , se sa-
brá quales son los mejores.

Fig. 480 Quando no hubiere á mano un velon con espíritu de vino, se podrá poner sobre una ascua una partecilla de vidrio, del mismo tamaño, con corta diferencia, que el globulillo que se desea, soplando con un cañon la llama de una bugía para que dé en el pedacito de vidrio, se derretirá muy presto, y se transformará en globulillo. Se sacan por este método muy claros; pero solo los chicos salen muy redondos; los mayores suelen salir aplanados por el lado que descansa sobre el ascua, cuyo lado suele tener á mas de esto muchas desigualdades. Para perficionarlos se podrán pulir sobre una chapa de cobre hasta transformarlos en medias esferas. Pero los globulillos chicos redondos, sobre amplificar mas los obgetos, los representan mas distintamente que los emisferios.

481 Con motivo de probar los globulillos hechos de este último modo, hizo su inventor algunas observaciones muy curiosas. Habiendo reparado en lo interior de los globulillos de vidrio algunas partes irregulares, que parecian distintas y estraordinariamente amplificadas, quando las ponia junto al ojo; infirió que si pusiese junto á su ojo un globulillo de agua, en el qual hubiese alguna partecilla opaca ó menos transparente que el agua, la podría ver distintamente. Tomó, pues, con la punta de un alfiler una corta cantidad de agua, en la qual le constaba que habia algunos animalillos estremadamente pequeños, y la puso en el estreiro de un pedazo de hilo de alaton, de una décima de pulgada de diámetro, con corta diferencia, de modo que for-

formaba allí algo mas de una media esfera. Teniendo el Fig. alambre derecho, se le arrimó al ojo; y poniéndose á una distancia conveniente de la luz, vió dichos animalillos con otras particulillas irregulares, portentosamente amplificados. Porque se veían tan grandes como un guisante, y de la misma forma, siendo así que apenas se les distinguía con un microscopio de vidrio. De día no es posible verlos bien, á no ser que esté el quarto muy cerrado y obscuro; se les vé muy distintamente á la luz de una bugía, ó de la luna.

482 Para esplicar este fenómeno, supongamos que el círculo *DBBD* represente una esfera de agua; que el obgeto *A* puesto en su focus envíe un cono de rayos, dos de los quales *AB*, *AB* son refringidos al entrar en el agua en *B* y *B*, en las direcciones *BD*, *BD*, y son refringidos otra vez al salir en *D* y *D*, en las direcciones *DE*, *DE* paralelas al ege de la esfera *AFCG*. Imaginemos ahora que los rayos *BD*, *BD* hayan venido de algun punto *F* de un obgeto puesto dentro de la esfera de agua, y hayan sido reflectidos por la superficie interior de dicha esfera en *B*, *B*; siendo *CBD* el ángulo de reflexion, si hacemos el ángulo *CBF* igual á dicho ángulo, *F* será el punto desde el qual si un obgeto envía un cono de rayos, dos de dichos rayos como *FB*, *FB* serán reflectidos en las direcciones de las líneas *BD*, *BD*; y encontrando despues en *D*, *D* el lado opuesto del globulillo, serán refringidos en las direcciones *DE*, *DE* como antes; y por consiguiente se verá distintamente por su medio, sea que el obgeto esté puesto en *F*

378.

Fig. dentro de la esfera, si se considera la superficie interior de dicha esfera como un espejo cóncavo, sea que esté en *A* fuera de la esfera.

483 En virtud de esto se podrá explicar porque los animalillos se ven tan estraordinariamente aumentados. Acerca de esto, demostraremos que los animalillos, puestos dentro de la esfera, son amplificados tres veces y un tercio mas en diámetro, que si estuviesen fuera de la esfera en su focus; y qualquiera se hará cargo de que este aumento en la virtud amplificante de los globulillos es muy considerable. Cortense las perpendiculares *Aa*, *Ff* al diámetro *HFI*, con otro diámetro qualquiera *hfi*, la una en *a*, la otra en *f*; los obgetos desiguales *Aa*, *Ff*, de los quales el primero se vé por refraccion, y el último por reflexion, se verán en el mismo ángulo *HCb*, y por consiguiente parecerán de igual magnitud. Así, un obgeto puesto en *F* parecerá mayor que en *A* en la razon de *CA* á *CF* (143). Imaginemos que los rayos *ED*, *GH* vayan del lado del obgeto; que despues de la primera refraccion concurren en *K*, y despues de la segunda en *A*, que será el medio de *IK* (148). Luego si cortamos por medio *CI* en *T*, tendremos $CA:CT::2CA$ ó $HK:HC$; esto es, como el seno *m* de incidencia es á la diferencia $m - n$ de los senos (145); de donde se saca $TA:TC::n:m - n$; y por consiguiente $CA = \frac{m}{m-n} CT$ y $TA = \frac{n}{m-n} CT$. Ahora bien, siendo *K* el punto de concurso de los rayos que, como *BD*, dán en la superficie *BI*, hallaremos su focus *F*, des-

despues de la reflexion, con hacer $TF:TI$ ó $TC::TC:TK$, Fig. que llega á ser $CF:CT::CK:TK$; esto es $::2TA:2TA-TC::\frac{2n}{m-n}TC:\frac{2n}{m-n}TC-TC::2n:3n-m$. Luego $CF=\frac{2n}{3n-m}TC$, y $CA:CF::\frac{m}{m-n}:\frac{2n}{3n-m}$. Como en el agua la razon de m á n es igual á la de 4 á 3, tenemos $CA:CF::10:3::3\frac{1}{3}:1$. Luego &c.

484 Si el globulillo fuese de vidrio, tendríamos $m:n::3:2$, y por lo mismo $CA:CF::2\frac{1}{4}:1$; por donde se echa de ver cuánto mas amplificadas son las partes chicas puestas dentro del globo, que si estuvieran fuera, en su focus.

485 Síguese de aquí que los animales que están dentro de un globulillo de agua, son mas amplificados en la razon de $2\frac{1}{2}$ á 1, que si se les mirase por un globulillo de vidrio de igual tamaño. Porque en el vidrio $CA=3CT$, y en el agua $CF=\frac{6}{5}CT$. Luego $CA:CF::2\frac{1}{2}:1$.

486 Síguese tambien que unos animales metidos en un globulillo de agua parecen del mismo tamaño que parecerian mirados por un globulillo de vidrio, cuyo diámetro fuese los $\frac{2}{5}$ del diámetro de la bolita de agua. Porque si suponemos CA ó $3CT$ en el vidrio, igual con CF ó $\frac{6}{5}CT$ en un globulillo de agua mayor; tendremos CT en la bolita de vidrio, es á CT en la bolita de agua, como $\frac{6}{5}$ es á 3, ó como $\frac{2}{5}$ á 1.

487 Entre los microscopios simples uno de los mas acreditados es el que llaman *Microscopio de faltriquera*, ó de *Wilson*, por llamarse así su inventor. Se usan en este ins-

Fig. trumento nueve vidrios distintos , ocho de los quales sirven
 380. en dos instrumentos distintos para aplicarlos con mayor ven-
 381. taja á diferentes obgetos. El uno de estos instrumentos
AABB suele ser de marfil ó cobre ; tiene tres platinas ó
 chapas delgadas de cobre en *E* , y un muelle espiral de hilo
 de acero *H* por adentro ; á una de las tres platinas delga-
 das de cobre está pegado un pedazo de cuero *F* , donde se
 colocan los obgetos. En el uno de los extremos de este ins-
 trumento hay un tornillo largo *D* con un vidrio convexo
C puesto en la parte de abajo. En el otro extremo del
 instrumento hay una tuerca *oo* en la qual se enrosca una
 piececita *M* que lleva cada una de las lentes que aumen-
 tan los obgetos , quando se quiere hacer uso de ellas. Esta
 piececita es de marfil , y hay ocho como ella , cuya cons-
 trucccion es conforme se vé en *M*. La lente de mayor au-
 mento está señalada *n.º 1.º* la que se le sigue *n.º 2.º* ; y
 así prosiguiendo hasta *n.º 8.º* La novena no lleva número
 ninguno , pero tiene la hechura de un barrilito de marfil , *b*.
 Es *ee* una piececita de marfil plana , y hay ocho de esta es-
 pecie. Cada una de ellas lleva tres agujeros *f, f, f*, donde
 se colocan muchos obgetos entre dos vidrios delgados , ó
 entre dos pedazos de talco quando se quiere hacer uso de las
 lentes de mayor aumento.

488 Quando se quiere hacer uso de este instrumen-
 to , se coge su mango *VV* representado en la figura 381,
 y se le introduce en el tornillo *S* fig. 380. Por entre dos
 platinas delgadas de cobre en *E* se hace correr una de las
 pie-

piezas planas de marfil en *E*, atravesando el cuerpo del mi- Fig.
croscopio, de manera que el obgeto que se quiere ver esté
cabalmente en medio; teniendo cuidado de poner el lado de
la platina *ee* donde está la argolla de cobre, al otro lado del
extremo *AA* del microscopio. Hecho esto, se enrosca en la
tuerca *oo* que está en el extremo del microscopio, la 3^a, 4^a,
5^a, 6^a, ó 7^a lente *M*; despues se arrima el ojo al extremo
AA, y mientras se mira el obgeto por la lente, se mueve
ácia adelante ó ácia atrás el tornillo *D*, el qual moviénd-
dose por encima del cuero *F* que el muelle espiral le man-
tiene muy arrimado, lleva el obgeto á su verdadera distan-
cia, y es aquella á la qual se le vé clara y distintamente;
pero como con las lentes de mayor aumento no se puede
ver mas que una corta porcion del obgeto, como por egem-
plo, las piernas ó los pies de una pulga; quando se mira
una parte de un obgeto, se empujará poco á poco con la
mano la platina *ee* que lleva el obgeto, y se podrá ver suc-
cesivamente todo entero, ó la parte que se quisiere. Si la
parte que se quiere ver no estuviera á su verdadera distan-
cia, se podria apartar ó arrimar el obgeto con el tornillo *D*.

489 De este modo se vén todos los obgetos trans-
parentes, los polvos, los licores, los cristales de las sales,
los insectos chicos, como son las pulgas, &c. quando los in-
sectos son de casta que se pueden escapar, se les sujeta en-
tre dos vidrios *ff*. Porque quitando con la punta de un
cortaplumas, ó unas pinzas chicas, la argollita que sujeta
los vidrios *ff* donde están los obgetos, estos se caerán; de

Fig. modo que se podrá colocar el obgeto entre los dos lados del agujero, y poner otra vez la argollita como antes. Pero quando los obgetos fueren polvos, ó algun líquido, se verá muy facilmente una gotita de dicho licor, ó un poquito de los polvos, colocándolos en la parte exterior del vidrio *ff*, aplicándole como antes.

490 Por lo que mira á las lentes primera, segunda, y tercera que llevan esta señal $+$ en el marfil donde estan colocadas, solo sirven con las platinas que tienen la misma señal $+$, y en las cuales los obgetos están entre dos talcos muy delgados, porque el grueso de los vidrios entre las demás platinas estorva que los obgetos se acerquen á las lentes fuertes todo lo que es menester; pero se usan del mismo modo que las demás. Quando se mete ó empuja la platina *ee*, en que está el obgeto, ó se la mueve para pasar de un obgeto á otro, se ha de procurar que no roce con la lente, lo que se consigue aflojando un poco el extremo del tornillo *D* al meter, ó empujar la platina.

491 Para ver la circulacion de la sangre en los extremos de las arterias, y venas de las partes transparentes de las colas de los peces &c. hay dos tubos de vidrio, uno mayor que otro, figurados en *gg*, en los cuales se coloca el pez. Quando se quiere hacer uso de estos tubos se afloja el extremo del tornillo *D* en el cuerpo del microscopio hasta que el tubo *gg* pueda entrar con facilidad en el hueco *G* de la platina de cobre afianzada en el cuero *F* debajo de las otras dos platinas delgadas de cobre en *E*. Despues que la

tola del pez esté bien tendida en el tubo de vidrio, se ha Fig.
de colocar enfrente de la lente; y aflojando ó apretando el
tornillo *D*, se le podrá dar fácilmente su verdadera dis-
tancia.

El que quisiere ver circular la sangre en el pie
de una rana, ha de buscar una que pueda entrar ajustada
en el tubo, y tender con un palito el pie de la rana; des-
pues le aplicará al lado del tubo de modo que ninguna par-
te de la rana quite la luz que la ha de alumbrar el pie; y
quando estuviere á su verdadera distancia por medio del tor-
nillo *D*, verá el movimiento rápido de la sangre en sus
vasos, que son muchísimos, en la membrana fija y trans-
parente que está entre los dedos de los pies de la rana.
Para el caso sirven muy bien las lentes quarta y quinta.

492 No se vé tan bien la circulación con las lentes
primera, segunda y tercera, porque el grueso del tubo de
vidrio donde está el pez, impide que el obgeto se acerque
al focus de la lente.

493 El otro instrumento es de cobre con los goznes 381.
P, P, P para darle vueltas ácia todos lados, y con pinzas
chicas *GG*, que se abren en sus puntas *K*, y las cierran
los dos clavos *I, I* para asir los obgetos. Al otro extremo
de dichas pinzas *GG* se enrosca una pieza redonda de palo
negro *H*, que lleva en su interior una pieza de marfil donde
se colocan los obgetos opacos segun sus diferentes colores.
En el extremo *L* del instrumento hay un tornillo en el qual
se introduce el tubo *b* que lleva la lente. Quando se quiere
ha-

Fig. hacer uso de otras lentes , se enrosca una argolla *R* de cobre en el extremo *L* , y dentro de dicha argolla se enroscan todas las demás lentes *M* ; por manera que asiendo un obgeto con las puntas de las pinzas *K* , ó colocándole en el otro extremo *H* , se puede aplicar facilmente dicho obgeto á la verdadera distancia del focus de cada lente *M* por medio de los goznes *P, P, P* , y del tornillo *C* unido á la rueda *D* , la qual gobernada por un muelle *N* , lleva el obgeto á su verdadera distancia para la vision distinta.

494 El vidrio , que está en el tubo chico *b* solo sirve con este instrumento de cobre , ó teniéndole en la mano , para mirar obgetos mayores , como las moscas , los insectos comunes &c. por ser el de menos aumento. Es preciso arrimar mucho al ojo su abertura *b*.

495 Quando se miran los obgetos , se ha de poner cuidado en no quitarles la luz , sea con el sombrero ú otra cosa , particularmente quando se miran obgetos opacos ; porque ni aun con los mejores vidrios se puede ver de provecho , sino quando está el obgeto á su verdadera distancia , y bastante iluminado. La mejor luz para las platinas que tienen el obgeto encerrado entre dos vidrios , es la de un dia sereno , ó la luz del sol reflectida por un cuerpo blanco , ó la luz del dia reflectida por un espejo. Tambien sirve la luz de una vela para observar los obgetos mas chicos , bien que lo consigan con algun trabajo los que no son

380. diestros en manejar el microscopio. La lente convexa en *C* solo sirve para juntar la luz en el obgeto , despues que ha

pa-

pasado por un agujero mediano que hay en el cuero *F*. Fig.

Para mayor comodidad de los que quieren dibujar ó sacar un bosquejo de los obgetos microscópicos, se pueden colocar ambos instrumentos sobre un pedestal para colocarlos á la luz correspondiente; el pedestal se puede poner encima de una mesa; y despues de fijados el obgeto y la luz, cada uno puede ver el obgeto sin el trabajo de buscar la luz.

Del Microscopio doble.

496 El Microscopio doble se compone de dos vidrios convexos dispuestos como representa la figura, el uno en *E*, el otro en *L*. El vidrio *L* inmediato al obgeto *PQ*, por cuyo motivo se llama el *Obgetivo*, es muy chico y convexo, y por consiguiente su distancia focal *LF* es muy corta; la distancia *LQ* del obgeto *PQ* es algo mayor que *LF*, de suerte que la imagen *pq* se puede formar á una distancia muy grande del vidrio (132), y puede ser por consiguiente mucho mayor que el obgeto mismo (141). Mirando esta imagen *pq* por un vidrio convexo *AE*, que por estár del lado del ojo se llama el *Ocular*, cuya distancia focal es *qE*, parece muy distinta, y se consigue ver el obgeto mucho mayor de lo que es con efecto, por las razones siguientes.

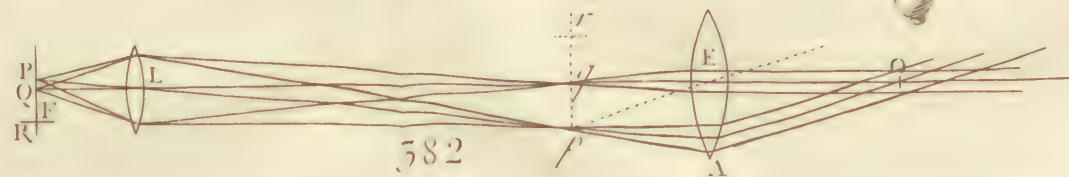
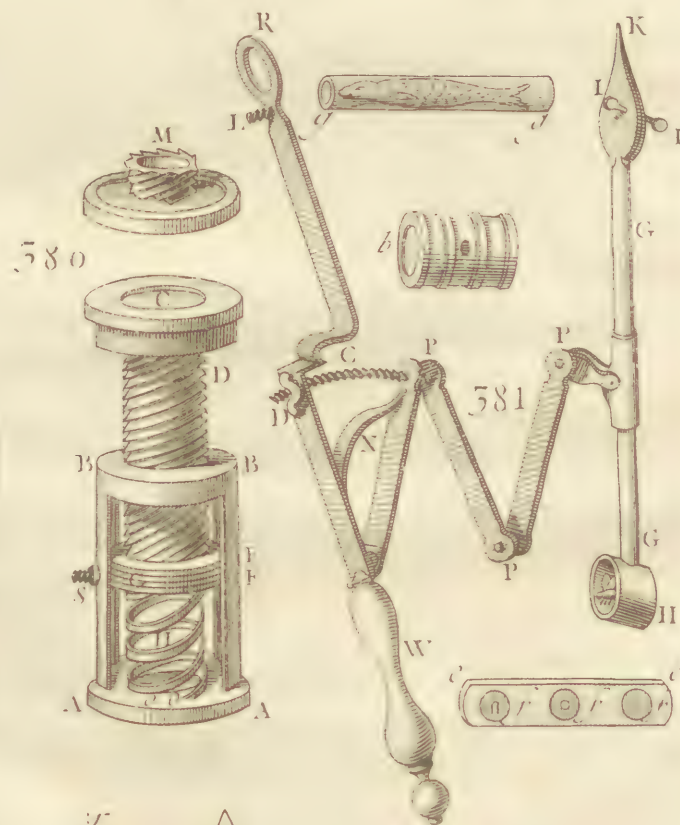
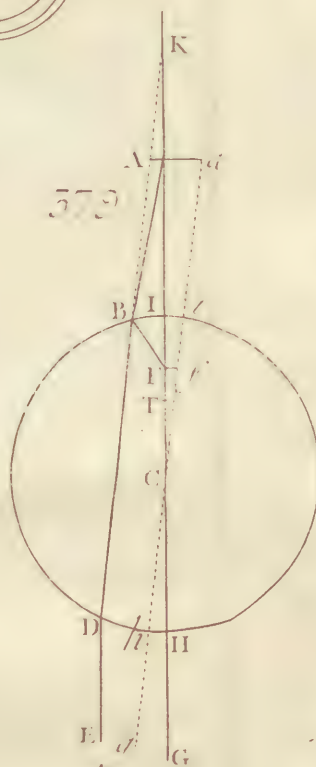
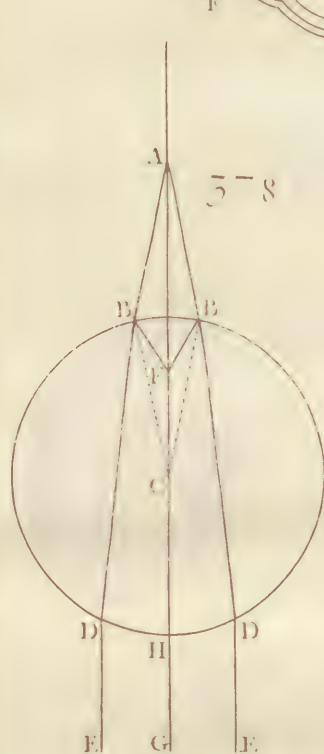
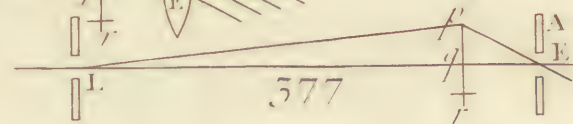
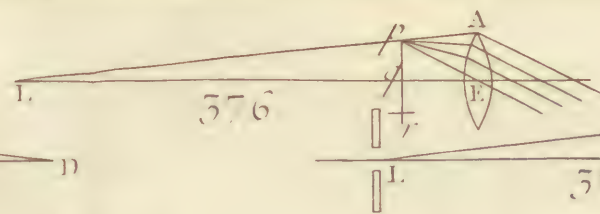
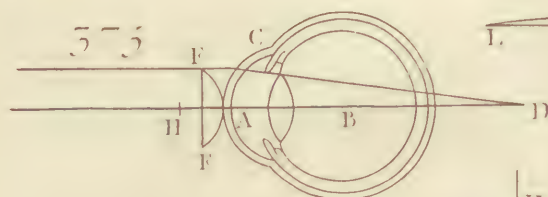
La primera, porque si miramos su imagen *pq* con la vista sola, nos parecerá mucho mayor que el obgeto mirándole á la misma distancia, en la razon de *Lq* á *LQ* (142). La segunda, porque dicha imagen mirada por el ocular parece

am-

Fig. ampliada en la razon de la distancia menor , á la qual se le puede ver distintamente con la vista sola , á la distancia focal qE del ocular (475). Por egeemplo , si esta última razon es la de 5 á 1 , y la de Lq á LQ es la de 20 á 1 , componiendo estas dos razones , hallaremos que el obgeto deberá parecernos 100 veces mayor que con la vista sola.

382. 497 La virtud amplificante de un microscopio doble ó compuesto se puede calcular del modo siguiente. Quando el obgeto parece distinto , mídanse las distancias LQ y LE , y tambien Eq distancia focal del ocular. Restando despues Eq de EL , saldrá Lq ; y tambien se sacará el cociente de Lq dividida por LQ . Dividiendo despues la distancia menor , á la qual se vén distintamente los obgetos chicos , que suele ser de 6 á 8 pulgadas , por la distancia focal Eq , saldrá otro cociente que multiplicado por el primero , dará el número de veces que el diámetro del obgeto es amplificado. Porque por ser semejantes los triángulos pLq , PLQ , el obgeto PQ cabe en su imagen pq tantas veces quantas LQ cabe en Lq . Pero por ser la regla mas general que esta demostracion , pues esta supone que los rayos de cada manojo salen paralelos del ocular , ó que la imagen pq coincide con su focus principal , la demostraremos de otro modo.

383. 498 Sea pq la imagen formada á la distancia que se quisiere del ocular AE , cuya distancia focal sea EF . Desde el centro E , y con el radio EF trácese un arco FG que corte en G el ege PLA de un manojo oblicuo. Tírense





la GE , y la AO paralela á GE ; el rayo PLA se refringirá Fig. en la direccion de esta recta AO (137). Tírese PR paralela á AO ó á GE ; y suponiendo el ojo desnudo puesto en un punto qualquiera N del ege LQR prolongado, tírese PN . Sentado esto, ya que el ángulo PLQ ó FLG (127) es muy pequeño, se puede tomar el arco FG por una recta perpendicular al ege LE ; así las figuras $LPQR$, $LGFE$ son semejantes. Tendremos, pues, $QR : QL :: FE : FL$, de donde se saca $QR = \frac{QL \times FE}{FL}$. Pero la magnitud aparente del obgeto visto desde el punto O por los vidrios, es á su magnitud aparente, mirandole desde N con la vista sola, como el ángulo AOE ó PRQ al ángulo PNQ , ó como QN á QR ó $\frac{QL \times FE}{FL}$, ó tambien como $QN \times FL$ á $QL \times FE$, ó finalmente como $\frac{QN}{FE} \times \frac{FL}{LQ}$ es á 1.

499 Por donde se echa de ver que se puede aumentar la magnitud aparente de un obgeto, sea arrimándole al obgetivo, y por lo mismo ensanchando su imagen, sea mirando la imagen por un ocular de un focus mas corto. Pero entonces se tropieza con dos inconvenientes que no consienten llevar la amplificacion del obgeto tan adelante como se quisiera. El primero consiste en que se ha de dar mayor abertura al obgetivo, á fin de que dege entrar mas luz, conforme á lo que diremos muy en breve, y esto aumenta las imperfecciones de la imagen (81); y el segundo consiste en que el número de las partes visibles es menor quando se ensancha la imagen, ó quando se la mira por un ocular menor. Hay, pues, ciertos límites que no puede pasar la ampli-

Fig. plificación del obgeto. Mas adelante diremos cómo se remedia el primer inconveniente; por lo que toca al segundo, se remedia practicando lo siguiente.

- 500 Quando se quiere ensanchar el campo, ó abrazar mayor porcion del obgeto, se pone regularmente un vidrio convexo bastante ancho AE entre el obgetivo L , y la imagen pq formada por dicho obgetivo; porque el vidrio AE reducirá la imagen pq á otra menor $p'q'$, terminada por la recta pE (141), y entonces todos los rayos que ván divergentes de dicha imagen $p'q'$, se pueden recibir en un ocular ae menos ancho, del qual salen paralelos ó divergentes, y así entran en el ojo puesto en o , donde los manojos se cruzan. Dándoles entonces á estos vidrios la disposicion que la esperiencia enseñare, será facil ver distintamente con hacer variar gradualmente la distancia LQ . Hecho esto, se medirán las distancias LQ , LE , Ee , igualmente que las distancias focales EF y ef de los dos oculares, por lo dicho (223), y haciendo $LF : LE :: LE : Ll$, se sacará Ll , y si de esta restamos Lf , quedará fl ; y la magnitud aparente del obgeto mirado con el microscopio, será á su magnitud aparente, mirándole con la vista sola, á la distancia QN , como $\frac{QN}{QL} \times \frac{FL}{FE} \times \frac{fl}{fe}$ á 1.
385. 501 Porque, desde los centros E y e , y con los radios EF , ef trácense los arcos FG , fg , y sea $PLGA$ el ege de un manajo oblicuo que corta FG en G ; y tirando GE , el rayo LA será primero refringido en la direccion de la recta Al paralela á GE (137); y por consi-
- guen-

guiente siendo semejantes los triángulos LGE , LAl , tendremos $LF : LE$, ó $LG : LA$ (III. 305) :: $LE : Ll$. Si el rayo Al corta el arco fg en g , y el ocular ea en a , saldrá refringido en la direccion de una recta ao paralela á ge (137); por manera que si se coloca el ojo en o , se verá el objeto PQ en el ángulo aoe . Pero este ángulo aoe ó feg es al ángulo flg como fl á fe (377); y el ángulo flg ó FEG es al ángulo FLG como FL es á FE (377); y finalmente el ángulo FLG ó PLQ es á PNQ como QN á QL (377); por consiguiente el ángulo aoe es al ángulo PNQ como $\frac{QN}{QL} \times \frac{FL}{FE} \times \frac{fl}{fe}$ á 1.

502 El nuevo vidrio solo sirve para dar mas campo. Porque por otro lado es mucho menor la claridad, pues quanto mas se multiplican los vidrios, tanto mayor cantidad de luz interceptan y apagan las reflexiones que se hacen en sus superficies; y un ocular solo, siempre amplificará mas y mas distintamente que dos.

503 Los microscopios compuestos llevan algunas ventajas á los simples; tienen mucho mas campo; por estar siempre el objeto mas lejos del objetivo que no en un microscopio simple, es mucho mas facil alumbrarle quanto es menester para verle bien. Pero estos microscopios aumentan menos en general que los simples, y representan los objetos menos clara y distintamente.

504 La figura representa un microscopio doble, que 386.
tiene tres vidrios, cuyo ocular está en W , el objetivo en C , el vidrio medio en A' ; B es una tapa que resguarda el

ocu-

Fig. ocular *W* del polvo; *X* es el lugar del ojo; *W*, un tornillo en que está el ocular; *A'*, un tornillo que lleva el vidrio medio; *A''*, el lugar hasta donde llega el tubo interior; *Z*, la basa ó pie que sostiene firmemente el microscopio; *T*, un cajoncito en dicha basa con seis divisiones en lo interior, donde se guardan otros tantos obgetivos distintos que aumentan unos mas que otros, asegurados en piezas de cobre que se enroscan en *C*, y llevan los números 1, 2, 3, 4, 5, 6. En lo demás del cajon están la platina ó plancha *a* en que se pone el obgeto, las pinzas *b* para asir ó colocar el obgeto como conviene; otra platina *d* que tiene el un lado negro, y el otro blanco, para poner los obgetos blancos sobre el lado negro, y los negros sobre el lado blanco. *L* es una bola de cobre metida en una porcion de esfera hueca *M*, por cuyo medio se coloca el microscopio en la situacion que mejor acomoda para la luz. *KO* es un arbol quadrado de cobre á lo largo del qual el microscopio puede subir y bajar por medio de la caja *E*, en la qual está asegurado el brazo *D* que lleva el microscopio. *G* es otra caja de cobre que sube y baja á lo largo del arbol *KO*, y lleva un tornillo *H* por medio del qual se la asegura á la altura que se quiere. *I* es una nuez grande de cobre en cuyo centro hay una tuerca dentro de la qual se enrosca el tornillo *F* que está asegurado en la caja *E*. Dando vueltas á la nuez *I*, con tal que primero se haya asegurado la caja con el tornillo *H*, se baja ó sube el microscopio á lo largo de su pie para apartarle ó aproximarle

le al objeto *Pe*; y lo que es todavía mas acomodado, es que el eje del microscopio siempre se mantiene perpendicular al punto del objeto, al qual correspondió al principio; de modo que no hay que temer aquí el inconveniente que se experimenta en otros instrumentos, de perder de vista el objeto, subiendo, ó bajando el vidrio *C*. *PQ* es una platina ó plancha de vidrio en que se ponen los objetos, asegurada en un bastidor de cobre, cuyo brazo *NN* está afianzado en el arbol por medio de la nuez *O*. En el brazo *NN* hay una rendija por cuyo medio se le pone ó quita del arbol, y se le asegura á la distancia que se quiere. *P* es un pececillo puesto encima de la platina de vidrio para ver la circulacion de la sangre en el extremo *c* de la cola. *R* es un vidrio convexo que junta en un punto *c* de la cola del pez los rayos de una vela *S* puesta en el suelo, estando el microscopio á la orilla de una mesa, para hacer mas perceptible la circulacion de la sangre. *V* es una tapa de plomo, que se pone encima del pez para sugetarle mientras dura la observacion. 1, 2, 3, 4, 5, 6 son divisiones en el arbol *KO* del microscopio que señalan las distancias á que se han de poner los objetivos del objeto que se observa, segun aumentan mas ó menos. Así, por egemplo, si se observa con uno de los objetivos 5 ó 6 que sirven para ver la circulacion de la sangre, se ha de afianzar el borde superior de la caja *E* en la señal 5 ó 6 del arbol; entonces estará el microscopio, con cortísima diferencia, á la distancia que ha de estar del objeto, de modo que con dar una ó

Fig. dos vueltas á la nuez *I* al uno ú otro lado , estará luego colocado á la distancia que el ojo requiere.

5 o 5 Tambien puede servir este microscopio para observar muy cómodamente los licores ; porque si se pone una gotita de qualquiera licor sobre la platina de vidrio cabalmente encima del círculo luminoso *c* , se verán muy claramente sus partes , y todos los insectillos que en ella hubiere. Y así, con este microscopio se ven tan bien como con otro qualquiera, las anguilas del vinagre , los animalitos que hay en el agua, donde se ha puesto en infusion pimienta negra , trigo , cebada &c ; las anguilas y otras sabandijas que se hallan en el agua cenagosa.

5 o 6 Como la abertura del obgetivo de un microscopio doble ha de ser muy chica para ver distinto el obgeto, y por lo mismo este no puede dar sino muy poca luz ; se remedia este inconveniente con alumbrar el obgeto quanto es posible. Hook buscaba un quarto que no tuviese mas que una ventana á la parte del Sur , y á la distancia de 3 ó 4 pies de la ventana plantaba su microscopio doble encima de una mesa , y por medio de una bola de vidrio llena de agua , ó de una lente gruesa plano convexa juntaba la luz sobre el obgeto. O quando hacia sol, ponía un pedazo de papel dadó de aceyte muy cerca del obgeto , y por medio de un espejo ustorio grande dirigia los rayos del sol á dicho papel , de modo que pasaban muchísimos de ellos al obgeto. Pero como el papel corria riesgo de encenderse , quando el focus de los rayos del

del sol daba en él , algunas veces le substituía un pedazo Fig.
de vidrio plano sin bruñir , y desbastado solamente con
arena fina ; cuyo vidrio calentándose gradualmente no mas,
aguantaba un calor mucho mayor que el papel dado de
aceyte , y dejaba pasar por lo mismo mas luz al obge-
to. Asegura que de este modo la luz del sol se distribuía
mas uniformemente sobre las partes del obgeto , que su luz
directa ; porque viniendo esta por sola una direccion , era
reflectida con tanta fuerza por algunas partes del obgeto,
que destruía la apariencia de todas las demás que estaban á
la sombra. De noche, alumbraba los obgetos con la luz de
un velon, que primero se refringía en la bola llena de agua,
ó de salmuera clara , que es mas refringente que el agua , y
despues la juntaba en un círculillo luminoso sobre el obge-
to por medio de una lente plano convexa. Del lado del ve-
lon opuesto á la bola , ponía un espejo cóncavo de metal
muy bruñido para reflectir al globo parte de los rayos.

Del Microscopio solar.

507 El microscopio solar es invencion de Mr. Lí- 387.
berkhun , de la Academia de Berlin , y le dá este nombre
porque solo sirve con la luz del sol. Es , segun lo manifes-
tará su descripcion , una especie de linterna mágica alum-
brada con la luz del sol. No hay mas diferencia sino en
que no representa , como la linterna mágica , un obgeto pin-
tado en un vidrio , sino un obgeto verdadero puesto en-
tre dos talcos , ó encima de uno solo , y que en lugar de

Fig. dos lentes puestas mas allá del *Llevaobgetos*, no tiene mas que una de un focus mas corto. Para hacer uso de él, se le aplica, conforme declararemos, á la puerta de una ventana en que den los rayos del sol, estando muy cerrado y obscuro el quarto.

508 Compónese este microscopio de un tubo, de un espejo, de una lente convexa, y del microscopio simple de Wilson (487 y sig.).

Dirigiendo los rayos del sol por medio del espejo, de modo que pasen por el tubo, al obgeto que está dentro del microscopio, dicho obgeto se pinta distintamente dentro de la cámara obscura en una mampara cubierta con un papel ó lienzo blanco. Esta imagen es mucho mayor de lo que pueden figurarse los que jamás han visto este microscopio; la imagen de una escama de lenguado tiene 12 ó 15 pies de largo, y 7 ú 8 de ancho; una pulga estrujada parece tan grande como un carnero; un cabello se vé tan grande como un palo de escoba. Porque quanto mas atrás se pone la mampara, tanto mayor parece el obgeto; por manera que la imagen de un piojo suele ser de 5 ó 6 pies, y aun se la puede aumentar; pero hemos de confesar que es mas distinta quando no se la dá mas que la mitad de esta longitud.

La figura representa toda la estructura del microscopio solar. A es una pieza quadrada de madera ó cobre, que atraviesan dos tornillos largos, los quales se enroscan en dos tuercas 1, 1 para asegurar el instrumento en una puer-
ta

ta ventana donde se ha hecho un agujero para que quepa. Fig. Las dos tuercas están afianzadas en la puerta ventana. En medio de dicha pieza quadrada hay un agujero para meterle una pieza circular de madera ó cobre *B*, cuyo grueso, que pasa algo mas allá de la pieza quadrada, tiene un carril algo hondo 2, por el qual pasa una cuerda de tripa 3, que despues de dar la vuelta al rededor de la pieza de cobre, se cruza sobre una garrucha de cobre 4, cuyo mango 5 atraviesa la pieza quadrada; por este medio se le hace dar facilmente la vuelta á la pieza circular *B*, con todo lo que está unido con ella.

La letra *C* representa un tubo de cobre, vestido comunmente de zapa, el qual entrando á tornillo en medio de la pieza circular, sirve de estuche al tubo de cobre *D* que no está vestido, y puede meterse dentro de dicho estuche, ó sacarse mas ó menos, segun conviene. *E* es un tubo menor, de cerca de una pulgada de largo, asegurado en el extremo del tubo mayor *D*. Representa *F* otro tubo chico de cobre, que ha de correr por encima del tubo *E*. En el extremo de este tubo chico entra á tornillo el microscopio quando se quiere hacer uso de él.

En 8 está figurada una lente convexa de unas doce pulgadas, cuyo destino es juntar los rayos del sol, y hacer que den con mayor fuerza en el obgeto. En *G* hay un espejo prolongado, armado en una caja de madera ó cobre, asegurado con una charnela doble en la pieza circular *B*,

Fig. con la qual dá vueltas por medio de la cuerda de tripa de que hablamos poco há.

En *H* se figura un clavo largo á manera de tornillo, que agarra un mango 6 de cobre , pegado al espejo , y la parte del clavo de hierro 7 que es redonda , atraviesa la pieza circular , para que esté el observador en proporcion de subir ó bajar el espejo , segun fuere la altura del sol, sacando el clavo ó empujándole ácia afuera. *V* es una argollita de cobre asegurada en el extremo del clavo atornillado , para servirse de él con mas comodidad.

Los extremos de la cuerda de tripa se atan á una clavija de cobre para hacerla dar vueltas al rededor de su centro , quando la cuerda está muy floja , y con esto se pone tirante. En la figura no se vé esta clavija , porque está detrás.

Quando se quiere hacer uso de este microscopio , se ha de poner el quarto lo mas obscuro que se pueda ; porque la claridad y perfeccion de la imagen penden de la obscuridad de la pieza , y de la viveza de los rayos del sol. Se saca despues el espejo *G* por el agujero de la puerta ventana , se asegura en ella la pieza quadrada , por medio de los dos tornillos , y de las dos tuercas 1 , 1. Hecho esto , se le hace dar vueltas al espejo , segun la elevacion y situacion del sol , por medio del clavo *H* , de la cuerda de tripa 3 , y de la garrucha 4. Porque como el clavo atornillado levanta ó baja el espejo , y la garrucha le mueve ácia la derecha ó la izquierda , resultan dos movimientos que se pueden aprovechar para darle al espejo la situacion
con-

conveniente, esto es, tal que reflecta los rayos del sol por Fig. entre la lente 8 á la mampara de papel, y se forme allí un círculo de luz perfectamente redondo. Así que se vé este círculo, es señal de que el microscopio está bien dirigido; entonces se ha de enroscar el tubo *C* en la argollita de cobre, que está enmedio de la pieza circular *B*, teniendo cuidado de que no se mude la situacion del espejo; despues se introducirá á tornillo la lente en el extremo del microscopio, á lo acostumbrado; se quitará el vidrio que está en el otro extremo del microscopio chico, y entre las dos planchas de cobre se colocará la platina donde está el obgeto que se quiere mirar, del mismo modo que digimos (488).

Estando todo dispuesto conforme acabamos de decir, se introducirá á tornillo el cuerpo del microscopio en el tubo chico *F* de cobre, que corre por encima del extremo chico *E* del tubo *D*, y se meterá mas ó menos el tubo *D*, conforme el obgeto pudiere aguantar mas ó menos el ardor del sol. Los obgetos que no son vivientes, se pueden colocar á una pulgada de distancia dentro del focus de la lente 8; pero la distancia ha de ser menor para los obgetos vivientes; donde no, se morirán muy presto.

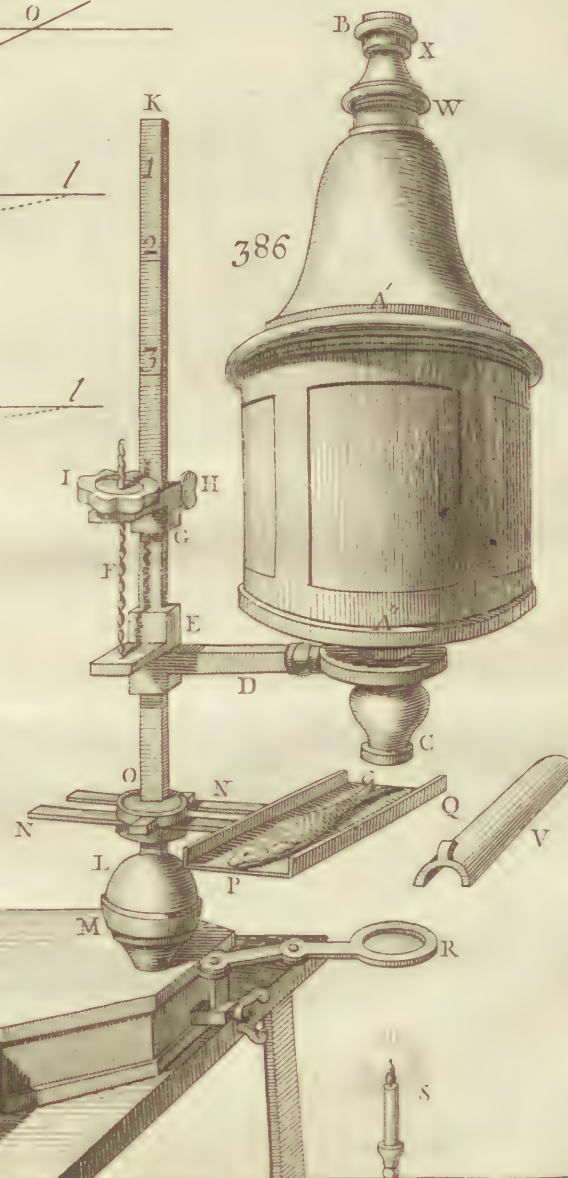
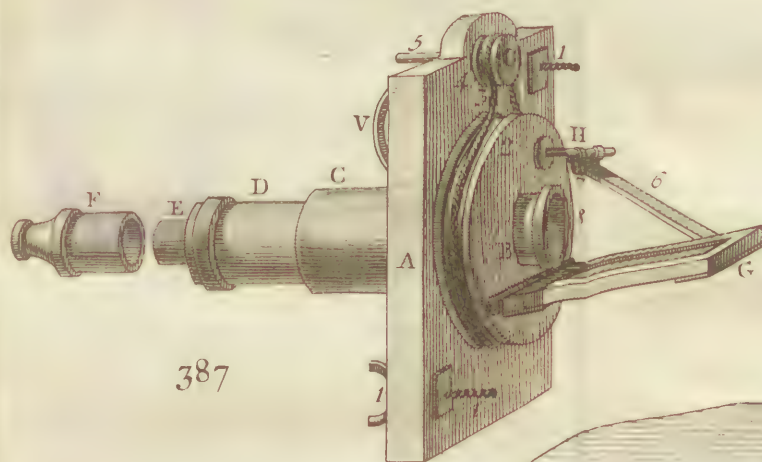
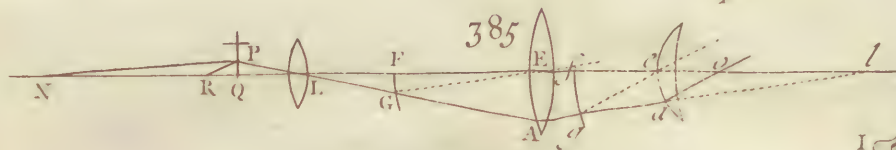
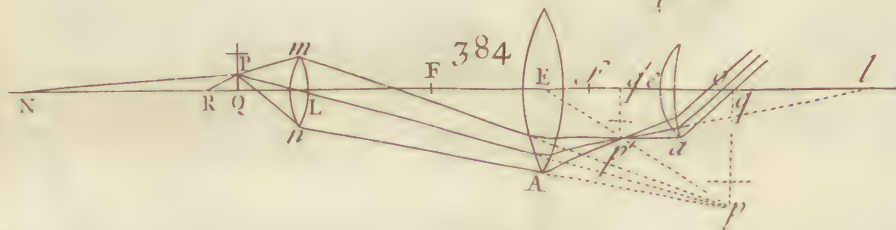
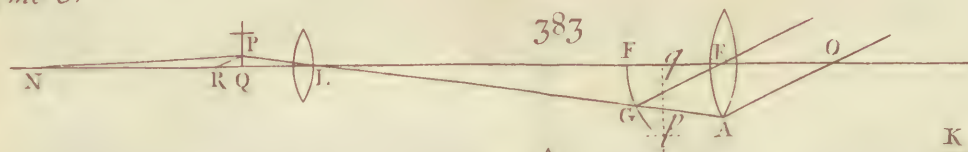
Si la luz no diere exactamente en el obgeto, se podrá dirigir facilmente ácia el ege de la lente del microscopio con un leve movimiento del clavo atornillado y de la polea. El tubo chico *F*, donde el microscopio entra á tornillo, facilita, haciéndole correr ácia adelante, ó ácia atrás por encima del otro tubo *E*, el colocar los obgetos

Fig. á la verdadera distancia á que han de estar de sus focus, y esto se conoce en la claridad y distincion de su imagen. Tambien se le pueden dar vueltas de lado sin temer que se descomponga.

Las lentes mejores para el microscopio solar son las que tienen un medio entre las mas fuertes , y las mas débiles , y que mas se acercan á estas que á las otras.

Este microscopio es el mas divertido de quantos se han inventado , y quizá el mas conducente para hacer descubrimientos en los obgetos que no son muy opacos , porque los representa mucho mayores de lo que se pueden representar por otro medio qualquiera. Lleva tambien otras ventajas á los demás microscopios ; las personas de vista debil pueden usarlo sin ninguna fatiga , muchas pueden mirar á un tiempo un mismo obgeto , reconocer sus diferentes partes , y platicar acerca de lo que están viendo ; pero en los demás microscopios es preciso mirar por un agujero uno despues de otro , y muchas veces ver un obgeto que no está ni á una misma luz , ni en una misma posicion. Los que no saben dibujar pueden trazar , por medio de esta invencion , la figura exacta de un obgeto ; no tienen mas que pegar un papel á la mampara , y trazar en él la figura que representa , recorriendo con una pluma ó un lapiz los lineamientos de la figura.

Los que quisieren dibujar muchas figuras por este medio , han de tener un bastidor en el qual se pueda afianzar una hoja de papel , y sacarla con facilidad. Porque si el
pa-





papel fuese sencillo , la imagen del objeto se verá tan clara por detras como por delante , y copiándola detrás de la mampara , la sombra de la mano no interceptará la luz, como la intercepta quando se copia la imagen por delante. Fig.

Modo de perficionar la Linterna mágica , y el Microscopio solar.

509 Sea *FEG* un objeto cuya imagen queremos pintar distinta en un papel blanco *TV* , por medio de una lente convexa *MM*; dicha imagen *feg* estará trastornada. Podemos considerar el objeto *FEG* como si le terminase un círculo cuyo diámetro fuese *FG*, y *E* el centro. Pero 1.º la superficie de dicho objeto , aquella por lo menos que está del lado de la lente *MM*, ha de ser casi plana , ó tener muy pocas eminencias y cavidades. 2.º la superficie que rechaza ácia la lente *MM* los rayos de luz , ha de estar muy alumbrada ó con la luz del sol , ó con velones cuya luz se aumenta refleciéndola con espejos , y refringiéndola con vidrios convexos. 388.

510 La lente *MM* no ha de estar muy cerca del objeto *FEG* ; porque si lo estuviere , el ángulo *FAG* , que forman en el centro de la lente los rayos extremos del objeto , sería muy grande , y serian muy confusos los extremos de la imagen *feg*. Este ángulo *FAG* no ha de pasar de 20º. Así , su mitad *FAE* sería de 10º , y la distancia *EA* de cerca de 6*EF*; quiero decir , que no ha de ser menor la distancia , para precaver la confusion. Quanto mayor

Fig. yor fuere la distancia , tanto mas distinta será la imagen. Sin embargo , basta que no sea menor que $6EF$.

511 Quanto mayor abertura se la dá á la lente, tanto mas confusa es la imagen feg , porque los rayos que pasan por el extremo de la abertura, no se juntan á la misma distancia donde se juntan los que pasan por medio de la lente. Así, para que no sea muy sensible esta confusion, si llamamos b el radio de la abertura circular, y f la distancia focal de la lente, es preciso que $\frac{bb}{f}$ no pase $\frac{1}{50}$ de pulgada, ó si hacemos $d' = \frac{1}{50}$ de pulgada, es preciso que b sea menor que $\sqrt{d'f}$. Quanto menor fuere la abertura, tanto mas se precaverá la confusion de la imagen.

512 El quadro TV ha de ser muy blanco y perpendicular al ege AE de la lente. Sobre todo, es muy del caso que dicho quadro esté colocado en un parage muy obscuro, á fin de que no le den otros rayos de luz, que los que le envia el obgeto, y pasan por la lente MM . Es, pues, preciso que el espectador esté en dicho lugar obscuro, y no vea la imagen sino por una abertura chica. Y tambien podrá copiar en dicho lugar obscuro perfectamente la imagen, y seguir todos sus lineamentos con un lapiz.

513 En lugar del quadro blanco TV se puede hacer uso de un vidrio quitandole el bruñido de la una de sus caras; porque se estampará en ella la imagen del obgeto del mismo modo que en un papel blanco. Un espectador puesto detrás de dicha superficie, verá claramente la imagen, y podrá copiarla con facilidad, sin miedo de interceptar

Fig.

los rayos de luz que vinieren del objeto, conforme sucede quando está el espectador entre la lente y el quadro. Pero en este caso es indispensable apartar toda casta de luz del lugar donde está el espectador. Si se siguen con un lápiz todos los lineamentos de la imagen estampada en el vidrio desbruido, y despues se le aplica encima un papel poco humedecido, se sacará en el papel una prueba de la imagen. Si el lugar donde se estampa la imagen, no fuese bastante acomodado, se la puede dirigir á otra parte por medio de un espejo.

514 Llamemos e el radio del objeto $EF = EG$; a , la distancia EA á que está de la lente, que no ha de ser menor (510) que $6e$; f , la distancia focal de la lente; b , menor que $\sqrt{d'f}$ (511), el radio de la abertura. La distancia Be de la imagen será $= \frac{af}{a-f}$, esto es, la misma donde se ha de poner el quadro en el qual se ha de estampar. Luego la distancia $EA = a$ ha de ser por precision mayor que la distancia focal f de la lente; si nó, Be sería negativa. El radio eg de la imagen ha de tener con el radio $EF = e$ del objeto la misma razon que la distancia Be con AE ; luego $ef = eg = \frac{af}{a-f}$.

515 La claridad de la imagen pende de la claridad del objeto, de la abertura de la lente $MM = b$, y de la distancia $Be = \frac{af}{a-f}$; por manera que si llamamos L la claridad ó cantidad de luz del objeto, la de la imagen en el quadro será $= \frac{bb}{4(Be)^2} L = \frac{bb}{4} \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{a} \right)^2 L$. Esta cantidad es en realidad muy chica; pero se ha de tener presente

te

Fig. te (31) que si L espresa la claridad de los obgetos que el sol alumbra, la de los cuerpos que baña la luz de la luna llena será $\frac{1}{300000} L$. Así, será facil comparar la claridad de dicha imagen con la de la luna.

516 Si se quisiere que la magnitud de la imagen tenga una razon dada con la magnitud del obgeto, cuyo radio $= e$; sea el radio del obgeto $= ne$. Será $Be = na$, ó $n \times EA$; y la equacion $Be = \frac{af}{a-f}$ dará la distancia focal de la lente $f = \frac{na}{n+1}$, de la qual se hallará despues facilmente la abertura que conviene. Finalmente, la claridad de la imagen será $= \frac{bb}{4(Be)^2} L = \frac{bb}{4n^2 a^2} L$. Pero $bb = d'f = \frac{n}{n+1} d'a$. Luego la claridad de la imagen será $\frac{d'}{4n(n+1)a} L$, y por consiguiente la luz será tanto mas debil, quanto mayor fuere el producto na .

517 En virtud de estos principios, será facil construir qualesquiera especies de cámaras obscuras, microscopios solares, y otras máquinas de la misma especie, de modo que en un lugar obscuro representen clara y distintamente los obgetos en un papel blanco. Pero su construccion pende principalmente de la magnitud del obgeto FEG . Si fuese muy grande, no se le podrá colocar en la cámara obscura, ya por razon del mucho intervalo entre el obgeto y su imagen, ya por la dificultad de alumbrar un obgeto tan grande sin alumbrar toda la cámara. Tambien tienen un inconveniente los obgetos muy pequeños; como han de estar poco apartados de la lente, no se les puede colocar, ni alumbrar bastante fuera de la cámara obscura.

Fig.

Primera especie de cámara oscura, para los obgetos de seis pies de diámetro.

518 El radio $EF = EG = e$, será, pues, $= 3\ 389$ pies, ó 36 pulgadas; y esto sirve para los hombres, los animales, y demás obgetos grandes. Aquí no consideramos los obgetos de mayor tamaño, como los edificios, y las campañas dilatadas; porque las cámaras oscuras ordinarias son bastante perfectas para representarlas. La distancia de dichos obgetos se ha de mirar como infinita, y todas las lentes son á proposito para representarlos, con tal que el quadro esté en su focus. La imagen será tanto menor, quanto mas corto fuere el focus, y la claridad tanto menor quanto mas largo fuere el focus.

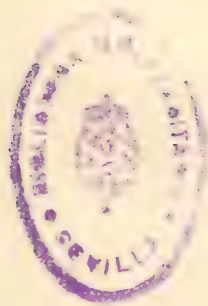
519 Siendo el radio $e = 3$ pies, la distancia EA será por lo menos de 18 pies, ó $EA = a = 18$ pies. Así el obgeto FEG ha de estar colocado fuera de la cámara oscura $RSVT$, para que esté bastante iluminado, ó de los rayos del sol, ó de mucha cantidad de luz $= L$. Como este obgeto es bastante grande, su imagen ha de ser igual con él, ó $n = 1$. Por consiguiente, la distancia focal de la lente MM ha de ser $f = 9$ pies, ó 108 pulgadas, el radio B de la abertura $= 1$ pulg. de donde resultará una imagen trastornada feg , del tamaño natural, á la distancia $Be = 18$ pies, cuya claridad será $= \frac{1}{4.18^2.12^2} L = \frac{1}{186624} L$.

520 Por consiguiente, si dicho obgeto fuese alumbrado del sol, la claridad de la imagen será mayor que la de

Fig. de un objeto alumbrado de la luna llena; una vez que la claridad de la luna es á la del sol (31) como 1 á 300000. Si dicha luz pareciere muy debil, se deberá aumentar la abertura de la lente, y hacer que su radio sea $1\frac{1}{2}$ vez mayor; y con esto será doblada la claridad de la imagen. Pero en este caso mas valdría hacer que fuese menor la imagen, la qual no solo sería mas clara con la misma lente, sino tambien mas distinta.

521 Supongamos, pues, la misma lente MM cuya distancia focal $= 9$ pies, y la semiabertura $b = 1$ pulgada, y propongámonos hacer que la imagen sea quatro veces menor, ó su radio $= \frac{3}{2}$ pies. Tomaremos $Be = \frac{1}{2}a = \frac{9a}{a-9}$; de donde se saca la distancia EA del objeto á la lente $= a = 27$ pies; y en la cámara obscura se colocará el quadro á la distancia $Be = 13\frac{1}{2}$ pies. Entonces la claridad de la imagen será $= \frac{bb}{4.Bc^2} L = \frac{1}{4.162^2} L = \frac{1}{104976} L$, esto es, casi doblada de lo que era en el caso antecedente.

522 Si usáramos una lente de focus menor, tendríamos mas claridad. Porque sea todavia $EA = a = 18$ pies, pues no se puede tomar una distancia menor, sin correr el riesgo de hacer muy sensible la confusion de la imagen. Sea $ef = \frac{1}{2}EF$, ó $n = \frac{1}{2}$, á fin de que la distancia Be de la imagen á la lente en la cámara obscura sea $= 9$ pies, la distancia focal f de la lente será $= 6$ pies, y la abertura conveniente tendrá su radio $b = 1$ pulgada. Así, la claridad de la imagen será $= \frac{1}{46056} L$, y por consiguiente casi doblada de lo que era en el caso antecedente; y si el



el objeto fuere alumbrado del sol , la claridad de la ima- Fig.
gen será seis veces mayor que la de un objeto alumbrado de la luna llena.

Segunda especie para los objetos de un pie de diámetro.

5 2 3 Sea $EF = \frac{1}{2}$ pie , ó 6 pulgadas , que es lo que conviene para las cabezas, las partes de los animales , las plantas &c. La distancia de estos objetos á la lente no puede bajar de 3 pies. Así $EA = a = 3$ pies. Esta distancia no impide que el objeto sea alumbrado de día de la luz del sol, y de noche con muchos velones colocados fuera de la cámara obscura. Pero quando no se puede poner el objeto directamente á los rayos del sol , se puede conseguir que le den por lo menos despues de reflectidos por espejos. Tambien es bueno valerse de noche de espejos planos, ó cóncavos , para reflectir con mas fuerza la luz de los velones. Es menester tambien que los velones estén de lado , de modo que sus rayos directos no puedan dár en la lente.

5 2 4 Si se quiere que el radio $ef = eg$ de la imagen sea de $\frac{1}{2}n$ pies , ó de $6n$ pulgadas , la distancia Be será $= 3n$ pies , ó $36n$ pulgadas , y la distancia focal f de la lente $= \frac{3n}{n+1}$ pies , y haciendo $d' = \frac{1}{50}$ pulgada , el radio b de la abertura será $= \sqrt{\left(\frac{36n}{50(n+1)}\right)}$ pulgadas , y la claridad de la imagen $= \frac{1}{7200n(n+1)} L$. Tendremos , pues , la tabla siguiente.

	f	b	Be	Claridad de la imagen.
$n = 3$	27 pulg.	0,73 pulg.	108 pulg.	$\frac{1}{86400} L$
$n = 2$	24	0,69	72	$\frac{1}{43200} L$
$n = 1$	18	0,60	36	$\frac{1}{14400} L$
$n = \frac{2}{3}$	$14\frac{2}{5}$	0,54	24	$\frac{1}{8000} L$
$n = \frac{1}{2}$	12	0,49	18	$\frac{1}{5400} L$

525 Supongamos que sea FEG un objeto que se quiera alumbrar con velones, de modo que ningun rayo de luz pueda dar en la lente MM . Tírense las rectas FM , GM , y enciérrese la lente en sus direcciones dentro del tubo $NMMN$, para apartar de ella toda luz estraña. Se deben, pues, colocar mas allá del tubo y de las rectas FN , GN todos los velones en L, l, l, l , á arbitrio. Quantos mas hubiere, tanto mas alumbrado estará el objeto. Tambien será del caso enegrecer lo interior del tubo, para que la luz que podria reflectir no perjudique á la representacion; y aunque la distancia EA del objeto á la lente sea determinada en el caso actual; quiero decir, que sea de 3 pies, será sin embargo muy conducente procurar que sea algo mobil la lente para poderla arrimar ó apartar del objeto.

526 Se puede aumentar mucho la claridad del objeto por medio de muchos espejos que valdrán por muchos velones. Porque tirando en el ege EA á uno y otro lado, las rectas EI , EI , que formen un ángulo semirecto, con corta diferencia, se colocarán á cada lado, á la distancia LI de

de unas tres pulgadas, dos espejos cóncavos *DIC*, para que Fig. no los empañe la llama en estando muy próxima. Puestos los velones *L, L* en los focus de los espejos, estos reflectirán paralelos sus rayos al objeto, y le alumbrarán perfectamente, si fueren tan grandes como el objeto; pero si fueren menores, será preciso que su distancia focal sea mayor que el intervalo *LI*, á fin de que llegando los rayos reflejos á ser algo divergentes, bañen todo el objeto. Con esto bastarán dos ó quatro velones para darle al objeto una luz muy viva.

Tercera especie, para los objetos de dos pulgadas de diámetro.

§ 27 Este instrumento, respecto del tamaño de los objetos para que ha de servir, se parecerá mucho á la linterna mágica, á excepcion de que en este se lia de alumbrar la superficie anterior del objeto, y no es preciso sea transparente. Podrá servir para representar las partes chicas de los animales y las plantas, y tambien los animales y plantas pequeñas enteras. Porque siendo $e = 1$ pulgada, la distancia $EA = a$ será de 6 pulgadas por lo menos. Y aun será menester tomarla algo mayor para precaver mejor la confusion. Sea, pues, $a = 9$ pulgadas, y el radio de la imagen $= n$ pulgadas; de donde resulta la distancia focal $f = \frac{9n}{n+1}$ pulgadas, y la imagen será distinta á la distancia $Be = 9n$ pulgadas. Finalmente, llamando *L* la claridad del objeto, el radio *b* de la abertura $= \sqrt{d'f} = \sqrt{\left(\frac{9n}{50(n+1)}\right)}$ pul-

Tom. VI.

Z

ga-

Fig. gadas, la claridad de la imagen será $= \frac{1}{1800n(n+1)} L$, de donde se saca la tabla siguiente.

	f	b	Be	Claridad de la imagen.
$n = 1$	$4\frac{1}{2}$ pulg.	0,30 pulg.	9 pulg.	$\frac{1}{3600} L$
$n = 2$	6	0,35	18	$\frac{1}{10800} L$
$n = 3$	$6\frac{3}{4}$	0,37	27	$\frac{1}{21600} L$
$n = 4$	$7\frac{1}{2}$	0,38	36	$\frac{1}{36000} L$
$n = 5$	$7\frac{1}{2}$	0,39	45	$\frac{1}{54000} L$
$n = 6$	$7\frac{5}{7}$	0,39	54	$\frac{1}{75600} L$
$n = 7$	$7\frac{7}{8}$	0,40	63	$\frac{1}{100800} L$

391. 528 Por consiguiente si el objeto fuere alumbrado de la luz del sol, su imagen será mucho mas clara que un objeto alumbrado de la luna llena. Entonces será preciso que el objeto *FEG* puesto fuera de la cámara obscura, esté vuelto ácia el sol, y colocado de tal modo respecto de la lente *MM*, por medio del tubo *NMMC*, que la otra cara *B* de la lente dé vueltas dentro de la cámara obscura. También se ha de asegurar un espejo *CID* en el punto *C* del tubo, á la distancia de 5 ó 6 pulgadas del objeto, y dicho espejo ha de tener de ancho mas de dos pulgadas, y de largo el intervalo *CD* mucho mayor, á fin de que á qualquiera altura que esté el sol *S*, el espejo pueda reflectir sus rayos al objeto. Para esto se requiere que el objeto sea

mo-

Fig. mobil al rededor del punto C , á fin de que se le pueda vol-
ver de cara al sol, siempre que se quiera. Si se aplica este
mecanismo á la cámara obscura (455), podrá servir
en qualquiera parte que hubiere sol.

529 Pero si se quisieren formar dichas imágenes en 392.
la cámara obscura, aun quando el sol está nublado, será
preciso tener una máquina parecida á la linterna mágica, en
la qual se alumbrará el obgeto FEG con velones L, l , y espe-
jos CID . En esta, las alas NO han de ser mayores que las de
aquella cuya descripcion hemos dado poco ha; y como los
velones estarán mas inmediatos al obgeto, y se podrá ha-
cer uso de espejos mayores que el obgeto, á fin de que esté
todo alumbrado por rayos convergentes, resultará de aquí
una claridad mucho mayor. Bueno sería valerse de espejos
parabólicos, cuya distancia focal fuese algo menor que LI
ó II . Quanto mayores fueren estos espejos, tanto mas fuer-
te será la luz. Tambien sería provechoso hacer que los es-
pejos ó velones fuesen móviles, á fin de conseguir con mas
facilidad que los rayos se reflectiesen al obgeto; por este
medio se puede juntar en el obgeto mucha luz.

Quarta especie, para los obgetos de dos lineas de diámetro.

530 Este instrumento servirá de microscopio solar,
porque en el círculo cuyo diámetro $FG = 2$ lineas $= \frac{1}{6}$ de
pulgada se podrán colocar todos los obgetos, que se suelen
mirar con los microscopios. Pero como $EF = EG = e =$
 $\frac{1}{12}$ de pulgada, se tomará el intervalo $EA = a = 1$ pul-

Fig. gada; y si el radio de la imagen $= ef = eg$ ha de ser $= ne = \frac{n}{12}$ pulgadas, la distancia Be de la imagen á la lente será $= n$ pulgadas. Será del caso valerse de una lente cuya distancia focal sea $f = \frac{n}{n+1}$ pulgadas, y dandola una abertura cuyo diámetro $b = \sqrt{\left(\frac{n}{50(n+1)}\right)}$, la claridad de la imagen será $\frac{1}{2000(n+1)} L$. Si la abertura fuese mayor ó menor, la claridad crecerá ó disminuirá en proporcion. De los diferentes valores de n se forma la tabla siguiente.

	f	b	Be	Claridad de la imagen.
$n = 5$	$\frac{5}{6}$ pulg.	0,13 pulg.	5 pulg.	$\frac{1}{6000} L$
$n = 6$	$\frac{6}{7}$	0,13	6	$\frac{1}{8400} L$
$n = 7$	$\frac{7}{8}$	0,13	7	$\frac{1}{11200} L$
$n = 8$	$\frac{8}{9}$	0,13	8	$\frac{1}{14400} L$
$n = 9$	$\frac{9}{10}$	0,13	9	$\frac{1}{18000} L$
$n = 10$	$\frac{10}{11}$	0,13	10	$\frac{1}{22000} L$
$n = 12$	$\frac{12}{13}$	0,14	12	$\frac{1}{31200} L$
$n = 14$	$\frac{14}{15}$	0,14	14	$\frac{1}{42000} L$
$n = 16$	$\frac{16}{17}$	0,14	16	$\frac{1}{54400} L$
$n = 18$	$\frac{18}{19}$	0,14	18	$\frac{1}{68400} L$
$n = 20$	$\frac{20}{21}$	0,14	20	$\frac{1}{84000} L$

323. 531. Si quisiéramos que el objeto fuese alumbrado del

del sol , colocaríamos la lente *MM* dentro de un tubo chico *Fig.*
NOO que se pudiese introducir mas ó menos en la cámara
 obscura. Despues le aplicaríamos el espejo *DIC* , de modo
 que reflectiera los rayos del sol al obgeto , y para aumen-
 tar todavía mas esta luz , se pondría en medio una lente con-
 vexa *CC* , que juntaría en el obgeto los rayos reflejos.

532 Tambien se puede alumbrar mucho el obgeto 394.
 con velones , dándole á la máquina la forma de una linterna
 mágica que tuviese dos alas *OO*. Se colocarán en estas alas
 dos espejos cóncavos *CID* que reflectan todos los rayos de
 los velones *L, l* al obgeto en su focus. Mejor sería que los
 espejos fuesen elípticos , para colocar el obgeto en el uno
 de sus focus , y los velones en el otro. Como el obgeto es
 muy pequeño , será facil alumbrarle todo entero.

533 Yá se vé que estos quatro instrumentos se pue-
 den variar de muchísimos modos , segun los usos para que
 han de servir , y que enmiendan los defectos de la linterna
 mágica , y del microscopio solar. Estos defectos son 1.º que
 estos dos instrumentos , conforme los suelen construir , no
 pueden representar sino los obgetos transparentes que no
 son alumbrados sin embargo mas que por un lado. Luego
 no sirven para los obgetos opacos , y aun representan im-
 perfectamente los obgetos transparentes ; porque su transpa-
 rencia es siempre imperfecta y desigual por lo comun , y
 de esto resulta confusion y obscuridad en la imagen. 2.º Mu-
 chos rayos de luz que se introducen en el obgeto , son no
 solo inutiles , sino tambien perjudiciales á la estampa ; por-

Fig. que esta no se debería hacer sino con rayos propios del obgeto. Esta luz estraña debilita mucho la imagen, porque mezcla la imagen del sol con la del obgeto. 3.º La diferente refringibilidad de los rayos de luz ocasiona colores en la imagen, lo que sucede particularmente en el microscopio solar, y la imagen sale mal terminada. 4.º se les dá á las lentes sobrada abertura, y demasiada estension á los obgetos, de donde resulta tambien que la imagen sale mal terminada.

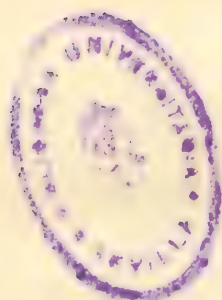
534 El microscopio solar se ha perficionado de modo que puede servir para los obgetos opacos, y aplicarse al microscopio comun, y las diferentes piezas de que se compone estan representadas en las figuras que citamos.

395. La figura 395 representa el perfil, y la figura 396 *basta* el plan de la pieza *BA* que se vé de lado en la fig. 400.

401. La fig. 397 representa el plan, y la 398 el perfil de la segunda pieza *AC* que se vé en la fig. 400.

396. En la primera pieza *AB* hay una argollita *ab* de cobre, en la qual se coloca el obgetivo del microscopio. En la area interior de la argolla hay dos agujeros; el inferior *c* es un semicírculo igual á la mitad de la area, y el superior *d* es un círculo cuyo diámetro es la mitad del diámetro de la area. Sirve para desviar los rayos de luz muy oblicuos, y lleva en la parte interior un tubo chico de metal de igual diámetro, y de media pulgada, ó algo mas de 400. largo. La lente se afianza en este tubo, su focus es de 5. ó 6. lineas.

En



En la parte inferior de esta pieza hay una charne- Fig. 400.
la *A*, que la une con la segunda pieza, y en la parte su-
perior está el brazo *CB* agugereado en *e* por donde se le
introduce el tornillo *fe*.

La segunda pieza *AB* es parecida á la primera, y solo
se diferencia de ella en que lleva un espejo plano *ab*. Este
espejo está cortado á manera de semicírculo, de modo que
puede llenar exactamente la abertura semicircular *c* de la
primera pieza. Es preciso que pueda levantarse ó bajarse
unos 15° ó 20° , dando la vuelta al rededor de *b*. 396.

Mas arriba de dicho espejo se la ha hecho á la plan-
cha *AC* un agujero elíptico *c* el mayor que se ha podido.
El eje mayor de esta elipse es vertical, y su conjugado
es horizontal.

Estas dos piezas se juntan por medio de una charne- 400.
la *A* que las deja libertad para arrimarse ó apartarse una
de otra por la parte superior. Por los agujeros *i*, *f* se mete
un tornillo *fe* algo curvo, al qual se aplica la tuerca *gh*,
con un muelle *mn* entre las dos piezas, para inclinar mas ó
menos el espejo asegurado en la pieza *AB*.

En la figura 400 se vé la disposicion de todas estas 400.
piezas, y la 401 manifiesta su uso. Los rayos del sol 401.
atraviesan la lente grande, que está al extremo del micros-
copio á mano izquierda, y forman un cono de luz *cdba* en
medio del espejo *mn*; á medida que se suelta ó arrima la
tuerca *gh*, se le dá al espejo la inclinacion conveniente
para que dé en el objeto *ef*, quanto pueda ser, el cono lu-

Fig. minoso, ó la imagen distinta del sol. Los rayos reflectidos por el objeto alumbrado de este modo, dán en la lente objetiva K , y pasando por el agujero elíptico en r , ván á formar á la distancia de algunos pies en un papel blanco una pintura del objeto muy distinta.

399. Se han de tener á mano dos hojas como la $ABCD$ en que asegurar los objetos. La una ha de ser negra de ebanno, y la otra blanca de marfil, segun fuere el color de los objetos. Se pegan á dichas platinas con cola, porque el vidrio, ó taleo las desfigura, y las imágenes son mas distintas quando los rayos del sol dán inmediatamente en el objeto.

400. La hoja $ABCD$ se mete por entre las hojas pr , qs ,

399. ó pq , rs , de suerte que la mitad abc de la abertura circular

401. queda abierta para dar paso á los rayos del sol ab , cd , de modo que puedan llegar todos al espejo mn , y la otra mi-

399. tad de arriba abd se ha de tapar con la hoja $ABDC$, que lleva el objeto en m .

No hay cosa mas hermosa que las pinturas que dá este microscopio, nada se parece mas al objeto mismo prodigiosamente aumentado, ni es posible manifestar mejor sus cavidades y eminencias.

De los Anteojos astronómicos.

402. 535 El anteojo ordinario que usan los Astrónomos, se compone de dos vidrios convexos conforme vamos á declarar. Representa PQ el radio de un objeto distante, pq su ima-

imagen formada por un vidrio convexo L , que segun lleva- Fig.
mos dicho se llama *Objetivo*, porque es el mas inmediato al
objeto, ó porque está directamente enfrente de él. En el ege
de este vidrio QLq prolongado, hay otro vidrio EA , lla-
mado el *Ocular*, mas convexo que el primero, cuyo ege es
tambien QLq , y su focus está en el mismo punto q donde
está el focus del objetivo; por manera que EL es la suma
de sus distancias focales. En esta disposicion de los vidrios,
digo que si se pone el ojo en algun punto O , se verá el ob-
jeto distintamente, pero trastornado y amplificado en la
razon de qL á qE ; esto es, en la razon que hay entre la dis-
tancia focal del objetivo y la del otro vidrio.

Porque como los rayos que divergen del punto q de la
imagen pq son refringidos por el ocular, llegan al ojo pues-
to en O en direcciones paralelas al ege qEO , porque qE es
la distancia focal del ocular; y por la misma razon, los ra-
yos que divergen de otro punto qualquiera p de la imagen
 pq , salen del ocular despues de sus refracciones en A , pa-
ralelamente al rayo pE , que es el ege de un manojo obli-
cuo de rayos, parte de los quales vá á encontrar el ocular
divergiendo de p . Así, como el ojo que vé distintamente
por manojos de rayos paralelos, está en la interseccion co-
mún O de dichos diferentes manojos, verá distintamente
todos los puntos del objeto.

Por lo que mira á la magnitud aparente de la imagen
 pq , ó del objeto PQ , su medida es el ángulo EOA (420)
ó su igual qEp ; pero la magnitud aparente del objeto mi-
ra-

Fig. rado con el ojo solo supuesto en L , tiene por medida el ángulo QLP ó su igual qLp , siendo recto el ege oblicuo PLp (127). Así, la magnitud aparente del obgeto mirado con el anteojó, es á su magnitud mirándole con la vista sola, como el ángulo qEp al ángulo qLp , y por consiguiente como la última distancia qL es á la primera qE (377).

403. 536 También se pueden demostrar de otra manera los efectos de estos anteojos. Estando dispuestos los vidrios L, E conforme hemos dicho (535), tómese en su ege comun EL , prolongado ácia el obgeto, la LN igual á Lq distancia focal del obgetivo LM . Un rayo qualquiera PNM que pasa por N , y cae sobre el obgetivo LM , toma su rumbo, despues de refringido alli, en la direccion de una recta MA paralela al ege LE ; atravesando despues el ocular AE , padece en él un desvio en virtud del qual se encamina el focus principal O , ó diverge respecto de él, quando el ocular es cóncavo. Así, el obgeto PQ parece en estos dos anteojos en el ángulo AOE , siendo así que con la vista sola, puesto el ojo en N , se le vé en el ángulo PNQ . Luego la magnitud aparente en el anteojó es á la magnitud aparente con la vista sola, como el ángulo AOE al ángulo PNQ ó LNm ; ó porque $LM = AE$, como la distancia focal LN á la distancia focal EO (377).

405. 537 La distancia aparente de un obgeto visto con un
406. anteojó, ó con un microscopio, es á su distancia aparente
407. á la vista sola, como su magnitud aparente á la vista sola

es á su distancia aparente en el anteojo ó en el microscopio. Fig.

Porque si suponemos que AC sea el obgetivo, y ponemos el ojo en O inmediato al ocular, el rayo visual AO pasará sin desviarse (126); por consiguiente la magnitud y la distancia aparentes del obgeto serán las mismas que si no hubiera ocular; y como quando la vision es distinta, los rayos de cada manojó salen paralelos del ocular, la magnitud, y por consiguiente la distancia aparente continuarán siendo las mismas que antes (423), mientras el ojo está desviado.

Es, pues, la distancia aparente de un obgeto visto con un anteojo, á su distancia aparente mirándole con la vista sola, como la distancia focal del ocular á la distancia focal del obgetivo (438 y 535). Esto mismo se puede demostrar tambien sin recurrir á lo que digimos (535). Sea pq la imagen de un obgeto distante, terminada por la recta PCp ; qC , la distancia focal del obgetivo; y qO , la del ocular. Si suponemos entonces que, despues de puesto el ojo en C , se mira el obgeto con la vista sola; por razon de tener los ángulos $p'Oq'$, PCQ cuerdas iguales $p'q'$ y PQ , la distancia aparente Oq' con el anteojo es á su distancia aparente CQ con la vista sola, puesto el ojo en C , como el último ángulo PCQ al primero $p'Oq'$ (377), ó como el ángulo opuesto pCq al ángulo opuesto pOq , ó finalmente, por serles comun la cuerda pq , como la última distancia focal qO á la primera qC .

Tam-

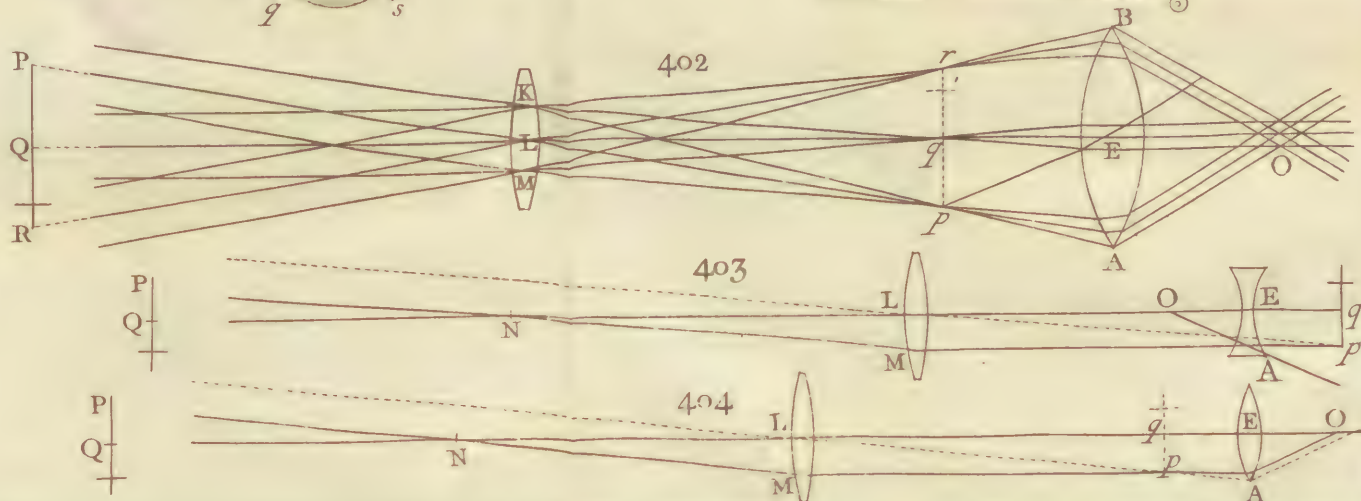
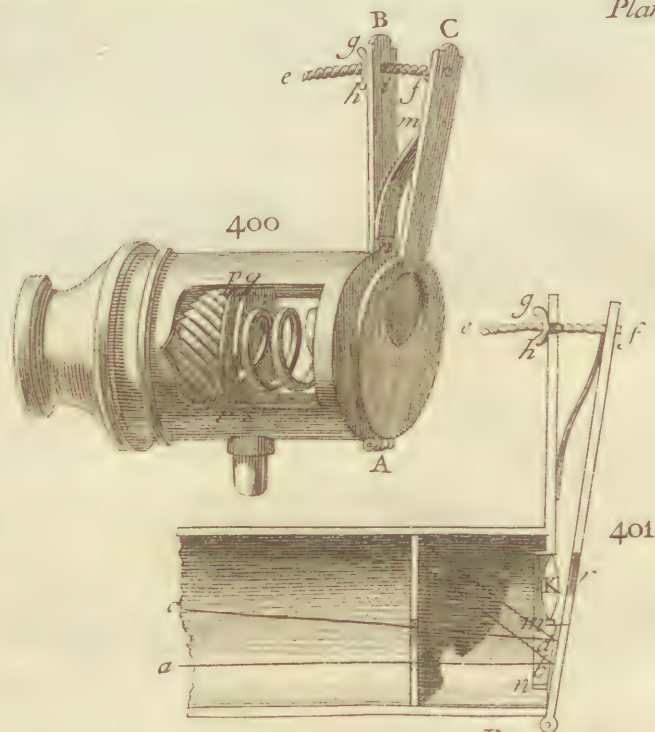
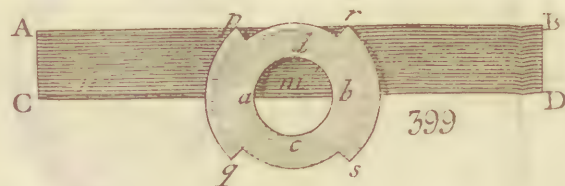
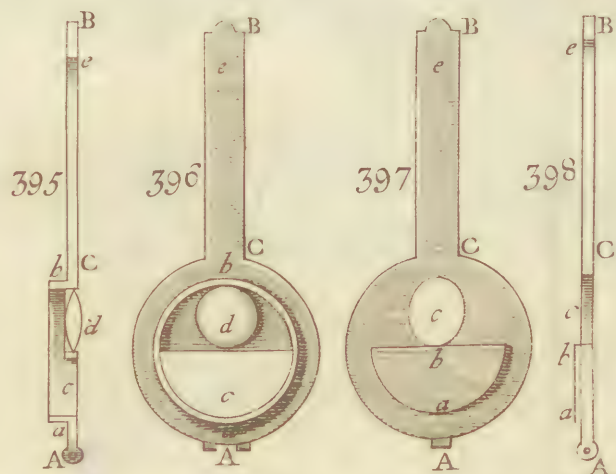
Fig. También probaríamos la misma proporción, representando AC el ocular de un anteojó ó de un microscopio, y estando puesto el obgetivo en o , que es focus correspondiente de O . Porque sea pq la imagen de un obgeto distante PQ , terminada por la recta PoA ; si qo y qC son las distancias focales de los vidrios que suponemos en o y en C , el rayo AO será paralelo á pC (136). Pero la distancia aparente Oq' es á la distancia aparente oQ con la vista sola, poniendo el ojo en o , como el último ángulo PoQ al primero $p'Oq'$, ó como el ángulo opuesto poq al ángulo opuesto AOC , ó á su igual pCq , ó finalmente, como la última distancia qC á la primera qo .

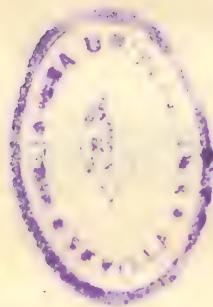
402. 538 Quando alguna persona de vista corta quisiese usar de los anteojos expresados (535), y lo propio decimos de los microscopios, tendrá que arrimar un poco uno á otro los dos vidrios E y L , á fin de que los rayos de cada manojó en lugar de salir paralelos salgan divergentes, y entren divergentes en el ojo; la magaitud aparente padecerá con esto alteracion; pero será leve, y apenas reparable.

539 El obgeto que se ve trastornado en este anteojó parece derecho y distinto, añadiendo dos oculares mas, dispuestos uno respecto de otro, y respecto del primero, de manera que todos estén distantes uno de otro la suma de sus distancias focales. Si estas distancias focales fuesen todas iguales, la amplificacion del obgeto será la misma que antes.

Porque los manojos de rayos paralelos EOF , AOB

&c.





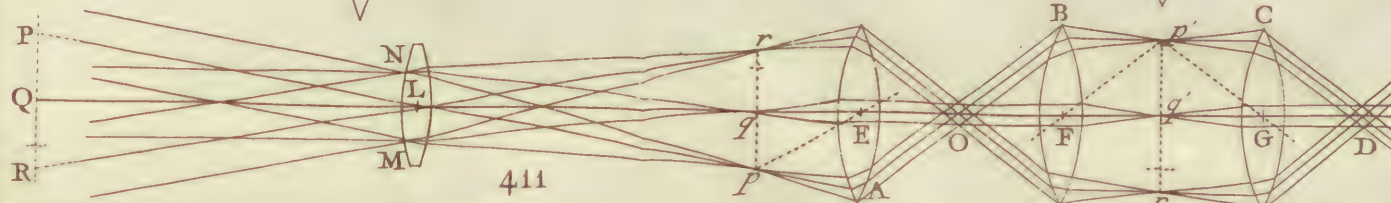
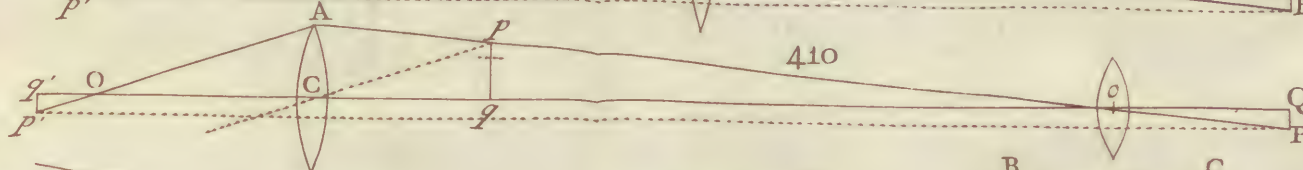
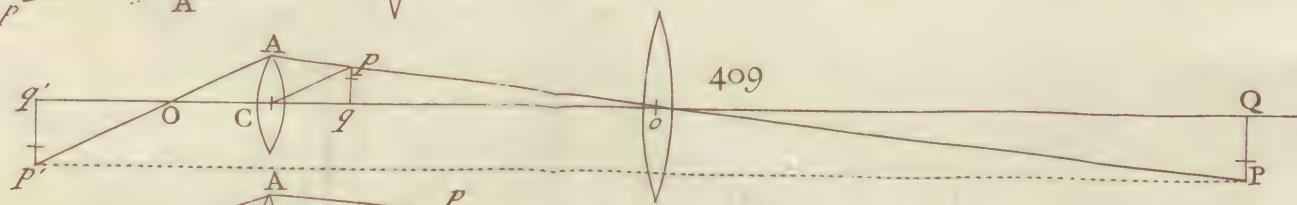
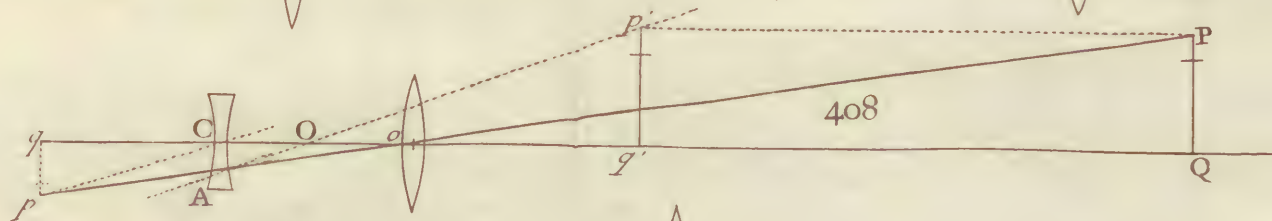
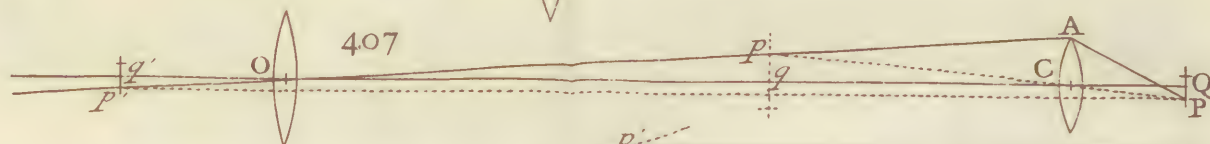
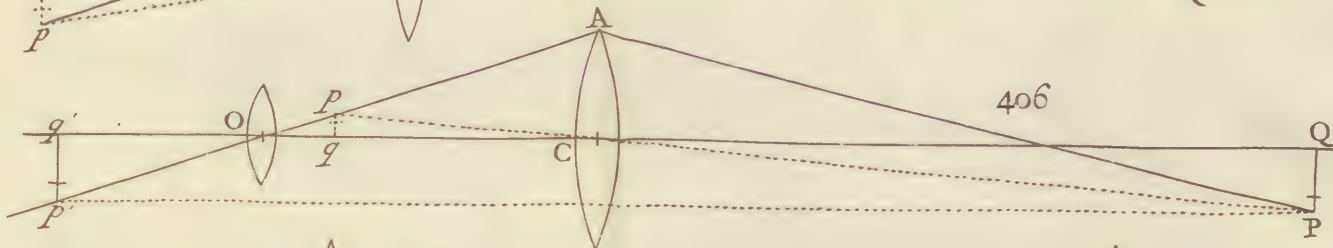
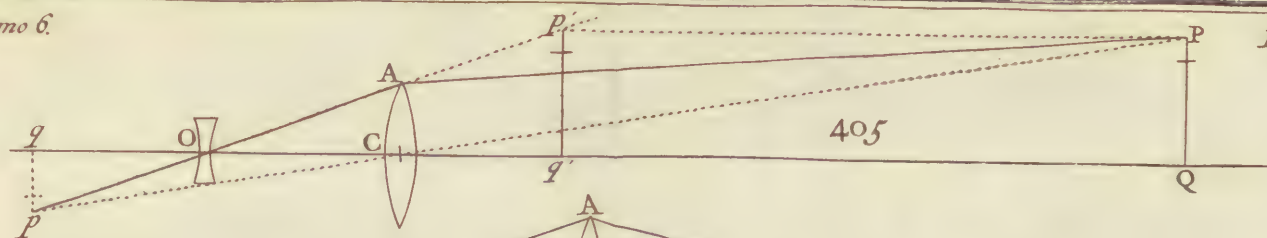
&c. formarán , quando hubieren atravesado el vidrio FB , Fig. otra imagen $p'q'$, y el focus p' de un manojo oblicuo qual- 411.
quiera OB , quedará determinado por la interseccion de la línea $p'q'$ perpendicular al ege comun de los vidrios , y del ege oblicuo Fp' paralelo á los rayos incidentes OB (141)
Como dicho punto p' es el focus de los rayos que ván á dar en el último vidrio GC , los rayos emergentes CD serán paralelos á su ege oblicuo $p'G$; porque se supone que los rayos que vienen de q' , salen paralelamente al ege de los vidrios. Por consiguiente, si se coloca el ojo en D , donde todos los manojos de rayos paralelos se cortan mutuamente, se verá distintamente el obgeto en su situacion natural (419).
Quando los vidrios F y G son de todo punto iguales, la imagen $p'q'$ está cabalmente en medio del espacio que los separa , y así los triángulos $p'Fq'$, $p'Gq'$ son iguales. Por consiguiente el ángulo CDG que mide ahora la magnitud aparente del obgeto , estando el ojo en D , será igual al ángulo $p'Gq'$, ó á $p'Fq'$, ó á BOF , ó á AOE que media la magnitud aparente quando el ojo estaba en O .

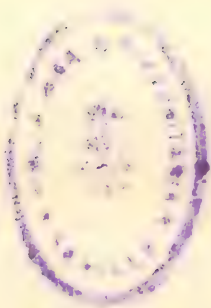
540 Quando se le añadieren otros dos oculares iguales BF , CG al anteojo astronómico, conforme acabamos de declarar , y estuviere en O el focus comun de los vidrios AE , BF , el rayo AO , despues de atravesar el vidrio BF , seguirá la recta BC paralela al ege , y por consiguiente saldrá del último ocular , dirigido al focus principal D de dicho ocular ; y estando alli el ojo, verá el obgeto derecho y amplificado en la misma razon que antes ; porque sien-

Fig. siendo GD igual á FO , el ángulo CDG es igual al ángulo BOF , ó al ángulo AOE .

541 Se cree que esta excelente combinación de vidrios la inventó en Roma un artífice muy afamado llamado *Campani*. Se estila poner en el sitio que ocupa la primera imagen q , ó la segunda q' , una superficie plana, negra y opaca, en que hay un agujero redondo de un diámetro con corta diferencia igual al de la mayor imagen, y le llaman *Diafragma*. Sus bordes detienen y absorven no solo los rayos inútiles, sino que tambien interceptan una parte de aquellas fajas coloreadas conocidas con el nombre de *Iris*, que están en los bordes de las imagenes. No hay que temer sin embargo que los iris sean mas aparentes en los anteojos de tres oculares que en los que no llevan mas que uno, antes al contrario son menores. Porque aunque tres oculares multiplican las refracciones, no obstante los colores engendrados por las refracciones de los dos primeros vidrios quedan algo debilitados, y en menor cantidad por las refracciones de los dos últimos oculares, que se hacen al revés de las primeras. Todo esto es evidente para el que considere que los bordes de una lente causan los mismos efectos que los de un prisma.

542 En lo dicho (535 y sig.) hemos supuesto el intervalo LE que separa los dos vidrios convexos, igual á la suma de sus distancias focales. Supongamos ahora el mismo intervalo mayor ó menor que dicha suma, segun el defecto del ojo del observador (538). Sea EF la distan-





tancia focal del ocular , y Lq la del obgetivo. Digo que la Fig. magnitud aparente será á la verdadera como LF á FE ; 412. esto es , como el intervalo comprehendido entre los dos vi- *hasta* drios , menos la distancia focal del ocular , á la distancia 415. focal del ocular.

Porque los eges de todos los manojos que pasan por L , como PLA , concurrirán despues de salidos del ocular, al punto G , desde el qual, poniendo allí el ojo , se verá el obgeto PQ en el ángulo AGE . Pero pudiéndose considerar L como un punto , del qual salen rayos que dán en el ocular , tendrémos $LF : LE :: LE : EG$ (160), y por consiguiente $LF : FE :: LE : LG ::$ el ángulo EGA es al ángulo ELA (377) ó PLQ ; esto es, como la magnitud aparente á la verdadera.

543 De donde resulta que conforme el intervalo de los vidrios fuese mayor ó menor que la suma de sus distancias focales , *la razon entre la magnitud aparente y la verdadera será mayor ó menor que la de sus distancias focales.*

544 Si se alargare el anteojo , la distancia entre la 414. imagen ó el focus q , y el ocular será mayor que su dis- 415. tancia focal ; por consiguiente los rayos van convergiendo al salir de dicho vidrio , y forman una segunda imagen $p'q'$ del obgeto PQ en un plano puesto á una distancia qq' , tercera proporcional á qF y qE (160). Y la magnitud aparente de dicha imagen , mirándola con la vista sola á una distancia $= q'G$, es la misma que si se la pudiese ver distintamente desde G con el anteojo , por ser iguales los
án-

Fig. ángulos $p'Gq'$ y AGE ; luego dicha imagen parece algo mayor de lo que parecería si el anteojo se hubiese quedado con la longitud que requiere la vision distinta.

545 Aunque se vén con el anteojo propuesto (539)
411. los obgetos derechos, tiene por otro lado un defecto de alguna consideracion. Como la luz tiene que atravesar dos vidrios mas que en el anteojo astronómico, es evidente que se ha de interceptar en mayor cantidad, y por lo mismo se han de ver los obgetos con menos claridad. Quando estos anteojos tienen mas de veinte pies de largo, no pueden servir para mirar los obgetos terrestres; porque entonces aumentan muchísimo, y se empiezan á ver las partes gruesas de la atmósfera, que por estar en una agitacion continua, causan una especie de temblor en la apariencia del obgeto.

546 *En un anteojo de una longitud determinada, la cantidad de obgetos que se pueden abrazar con una mirada, que es lo que llaman el Campo del Anteojo, pende del ancho del ocular.*

402. Porque conforme AE es mayor ó menor, el ángulo
411. ALE , ó su igual PLQ es tambien mayor ó menor; y es evidente que dicho ángulo abraza todos los obgetos que se pueden ver á un tiempo del mismo lado del ege del anteojo, cuyo ege es el ege comun de los vidrios que lleva su construccion.

No se puede desfrutar todo el efecto del anteojo con dejarle al ocular todo su ancho, porque la luz que dá en

sus bordes no se refringe tan regularmente , como la que le Fig.
hiere en el medio.

547 *La apariencia de un obgeto visto con un antejojo ó microscopio dado es mas ó menos clara á proporcion de la abertura del obgetivo.*

Porque si suponemos que dicho vidrio esté cubierto todo él , á excepcion de un corto espacio que se dejará sin cubrir en su medio , no padecerán alteracion ninguna las magnitudes de las imágenes *pq* formadas en el focus de los vidrios , ni las de las imágenes pintadas en el fondo del ojo ; pero si se hace menor la abertura del obgetivo , cada manojos se compondrá de una cantidad menor de rayos , y por consiguiente concurrirán en menor número á formar cada punto de las imágenes , con lo que parecerán mas oscuras. Si se le conserva constantemente á un mismo obgetivo su abertura , parecerá que los obgetos tienen mas ó menos resplandor , conforme fuere mas ó menos larga la distancia focal del ocular ; quiero decir , conforme el antejojo ó microscopio amplifique mas ó menos (496 y 535). Porque una misma cantidad de luz estendida en una imagen mayor ó menor , ó en una parte del fondo del ojo , hace que sea mas clara ó mas oscura.

548 La diferencia que hay entre el antejojo astronómico , y el antejojo *Batávico* ó de *Galileo* , consiste en que en vez de colocar un ocular convexo entre el ojo y la imagen , á fin de conseguir sean paralelos los rayos de cada uno de los manojos que han de entrar en el ojo , se hace uso de un ocular cóncavo *AE* poniéndole entre el 416.

Fig. obgetivo y la imagen , á la misma distancia de la imagen que el primero , ó lo que es lo propio , de manera que su focus coincida con el del obgetivo. Dicho ocular aparta los rayos de cada manojo , que concurririan en q y p , cabalmente quanto es menester para que sean paralelos , y entren tales en el ojo ; y esto es evidente si nos figuramos que los rayos vuelvan atrás , y vayan á atravesar otra vez el ocular , cuya distancia focal suponemos que sea Eq . Para que por medio de estos anteojos entre en el ojo el mayor número posible de manojos , *es menester aplicarle inmediato al ocular* ; y si en este caso suponemos uno de los rayos emergentes de un manojo oblicuo , prolongado en la direccion AO , la magnitud aparente del obgeto visto con el antejo se medirá con el ángulo AOE (420) , ó su igual qEp , que tiene con el ángulo qLp ó QLP que mide la magnitud aparente con la vista sola , la misma razon que qL con qE , del mismo modo que en el primer antejo. De lo dicho (419) se infiere que con este antejo se vén los obgetos en su situacion natural.

549 El campo de este antejo , ó la cantidad de obgetos que con él se pueden ver , no pende de lo ancho del ocular como en el antejo astronómico ; *pende sí de lo ancho de la pupila* ; porque la pupila es menor que el ocular , y los manojos laterales se ván apartando del ege de los vidrios en vez de acercárseles. Por esta razon , *este antejo no coge tanto campo como el primero , y es de un uso menos acomodado.*

Por

550 Por ser la pupila naturalmente muy pequeña, y Fig.
angostarse todavía mas á proporcion de la luz que la hiere,
se sigue, y se ha reparado tiempo ha, que el campo de este
anteojo es tanto menor quanto mas luminoso es el obgeto,
y mas largo el focus del ocular; y como no se pueden usar
oculares de un focus tan corto como se quisiera, porque
entonces sería muy poca la claridad de las imágenes estam-
padas en el fondo del ojo, y sería confusa la vision; y
porque á medida que es mas largo el focus de los obgeti-
vos, se ha de aumentar el de los oculares, se echa de ver
que quanto mas coge de largo este anteojo, tanto menos
campo coge. Esta es la razon porqué no se usan yá estos
anteojos para los obgetos distantes que no se pueden perci-
bir sino con anteojos largos. Los que se construyen hoy
dia no suelen pasar de 12 ó 15 pulg.

551 En este anteojo, igualmente que en el anteojo
astronómico, y el anteojo con quatro vidrios, si el obge-
to se acerca, su imagen se aparta á proporcion (132);
y por lo mismo se debe apartar el ocular, alargando el an-
tejo, á fin de que siempre se mantenga la imagen en el
focus del ocular; esto facilita ver los obgetos próximos
igualmente que los distantes, alargando el anteojo para los
primeros, y acercándole hasta cierto punto para los otros.

Del Telescopio.

552 Bien que la voz *Telescopio* significa en general
todo instrumento construido para ver desde lejos, no la

Fig. aplicamos aquí sino á los instrumentos compuestos de dos vidrios, y que sirven para ver los obgetos por rayos reflejos.

553 *El telescopio de reflexion inventado por Newton, aumenta el diámetro de un obgeto distante en la razon de la distancia focal del espejo á la del ocular, y con él se vé el obgeto trastornado.*

417. Sea ST la imagen de un obgeto distante PQ formada por la reflexion que padecen los rayos al dar en un espejo cóncavo grande AC , y terminado por las lineas $PESA$, $QETC$, tiradas por su centro E . Como entonces no se puede ver la imagen por medio de un ocular colocado directamente delante de ella, porque se interceptarian los rayos que dán en el espejo, se pone entre dicho espejo grande y la imagen, un espejo chico plano ac , inclinado 45° al ege del espejo grande, á fin de dar una direccion mas acomodada á los diferentes manojos de rayos que vienen del espejo AC , precisándolos á reflectirse de lado, al encontrar el espejo chico. De esta nueva reflexion resulta una nueva imagen st , igual con la primera ST (44 y 45).

Sea tl la distancia focal de un ocular chico convexo kl ; los rayos que vienen de un punto qualquiera s , saldrán de dicho ocular dirigidos al punto o , donde suponemos que esté el ojo, en la direccion de lineas ko paralelas al ege oblicuo sl ; así, la magnitud aparente del obgeto PQ , respecto del ojo puesto en o , se medirá con el ángulo kol ó slt (420), siendo así que con la vista sola, puesto el ojo en E , se mide con el ángulo PEQ ó SET . Luego la

La magnitud aparente del objeto visto con el telescopio es Fig.
 á la magnitud aparente , mirándole con la vista sola , co-
 mo el ángulo sIt es al ángulo SET , ó porque las subten-
 sas st , ST son iguales , como ET á It (377) , ó co-
 mo CT á It , quando el objeto está muy distante (46).

Hemos de prevenir que el espejo plano acb que la fi-
 gura representa es mucho mayor de lo que debe ser res-
 pecto del espejo esférico AC ; pero se ha dibujado sin la
 proporcion que correspondia , porque no resultase confusa
 la figura por razon de las muchas lineas que ha habido
 que tirar.

Por lo que mira á la situacion trastornada de la ima-
 gen del objeto , la razon se hallará por lo dicho an-
 tes (419).

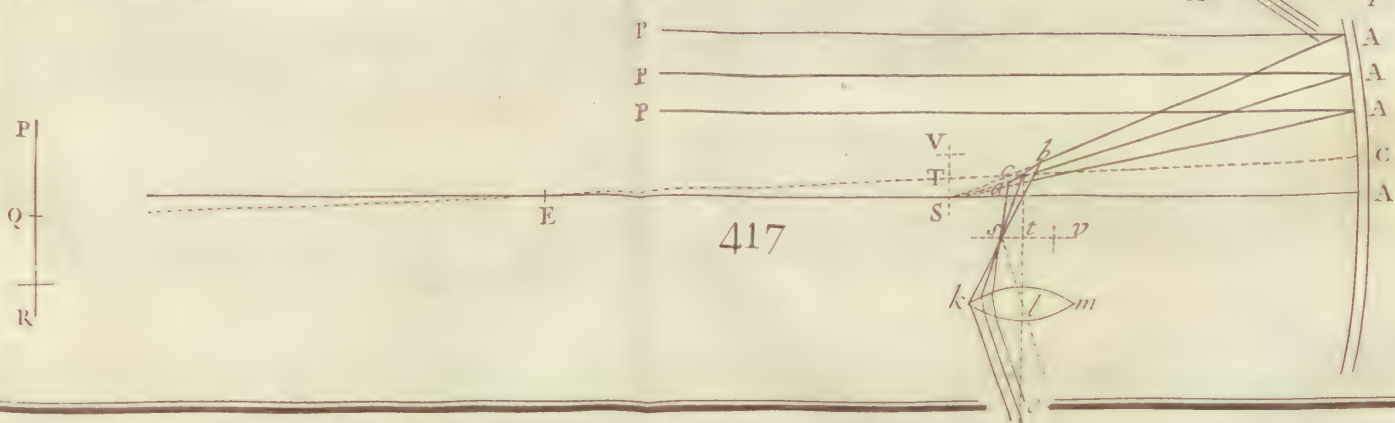
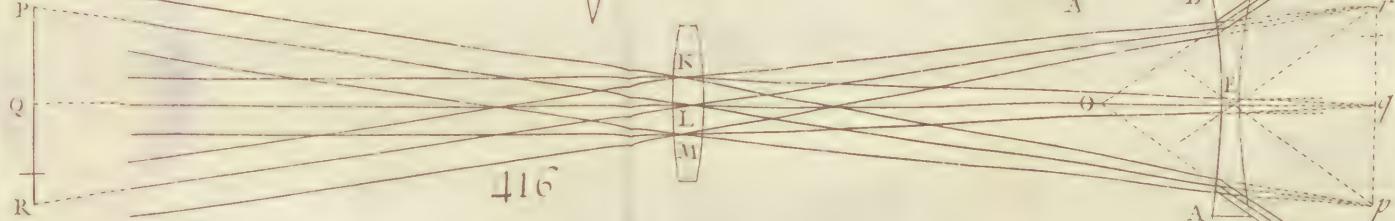
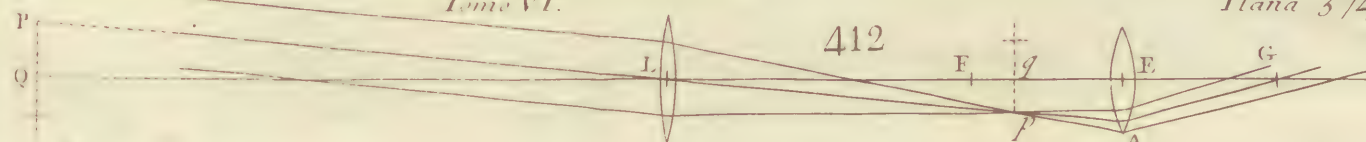
Como este telescopio se compone de espejos y vidrios ,
 se llama telescopio *Catadióptrico* , y el mismo nombre se
 les dá á los que son de una construccion semejante.

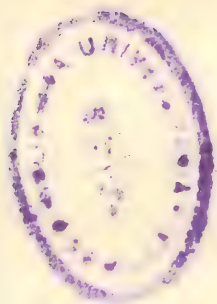
554 Como los telescopios dióptricos no aumentan
 mucho los objetos , sino quando son muy largos , por cuyo
 motivo son difíciles de manejar , y embarazosos , Newton
 se propuso hacerlos mas cortos , y mirando como insupera-
 bles los obstáculos que , por causa de la refraccion , en-
 contró en la egecucion de este pensamiento , discurrió
 substituir la reflexion á la refraccion , é imaginó el teles-
 copio de que acabamos de hacer mencion. Una tabla que
 daremos mas adelante , manifiesta hasta qué punto logró su
 intento , en cuya tabla se hallarán las longitudes de las

Fig. dos especies de telescopios que amplifican los obgetos representándolos con igual distincion. No es posible acortar los telescopios dióptricos tanto como los catóptricos, y dejarles al mismo tiempo su virtud amplificante con disminuir mas y mas el focus de sus oculares, porque las imágenes formadas por las refracciones que se hacen en los obgetivos, son mucho mas imperfectas que las que forman los rayos reflectidos por los espejos cóncavos, y no se pueden ampliar tanto por medio de oculares de un focus tan corto (475), sin que parezcan confusas; y la causa principal de estas imperfecciones en las imágenes formadas por refraccion, es la desigual refringibilidad de los rayos de diferentes colores.

555 Dos son los obstáculos que han impedido hasta el dia de hoy el acortar y perficionar los anteojos ó telescopios dióptricos. El uno proviene de la figura esférica de los vidrios, que no consiente se junten sensiblemente en un mismo punto sino los rayos muy inmediatos al ege. Los demás que están á alguna distancia de dicho ege, le encuentran antes, y como pasan mas ó menos cerca del punto donde concurren los primeros, turban por consiguiente la imagen, y la hacen confusa y mal terminada. No se ha remediado hasta ahora este inconveniente sino con dar poca abertura á los obgetivos. Esto estorva con efecto que los rayos muy apartados del ege entren en el antejo, y vayan á turbar la imagen.

Es causa este obstáculo de que quando alguno quiere





re ver un obgeto mas amplificado , no tiene arbitrio para usar , con el mismo obgetivo , oculares tan cortos como quisiera ; porque como entonces los manojos de rayos paralelos que salen del ocular , forman al entrar en el ojo un ángulo tanto mas abierto , quanto mas corto es el focus del ocular , pintan alli una imagen que á la verdad es mayor , pero menos clara á proporcion , y que por lo mismo apenas se verá. Para ganar lo que se perdería por este lado , y ver con igual claridad que antes , sería preciso aumentar el diámetro de la abertura del obgetivo , á proporcion de lo que se hubiere disminuido el focus del ocular. Esto es cabalmente impracticable , porque ensanchando la abertura , se les volvería á dar paso á los rayos que tanto importa escluir , por razon de la confusion que causarían en la imagen pintada en el focus del obgetivo. Por consiguiente quando se quiere aumentar la virtud amplificante de un anteojos , sin perjudicar á la claridad , se ha de alargar el focus á medida que se aumenta el diámetro de la abertura , á fin de que sea siempre el obgetivo de la misma estension , ó lo que es lo propio , de un mismo número de grados , con lo qual quedan escludidos los rayos que turbarían la imagen.

556 Aunque esta falta de reunión procedente de la figura esférica de los vidrios sea un obstáculo muy poderoso que impide alargar los anteojos , tomáramos el que fuera unico. Hay otro mucho mas temible , y se ha mirado mucho tiempo como imposible el vencerle. Este pro-

Fig. viene de la naturaleza misma de la luz que , segun hemos declarado , se divide al atravesar los vidrios en rayos de colores y refringibilidades diferentes , de donde resultan aquellas franjas coloreadas que terminan las imagenes formadas por refraccion. Por fortuna no son muy reparables estas franjas coloreadas que se forman siempre que los rayos son refringidos, quando lo son poco. Pero los rayos paralelos al ege de un vidrio , y que se apartan poco de él, padecen una inflexion muy corta ; y por lo mismo la imagen que forman en el focus de dicho vidrio , padece poco por la separacion de los rayos , y no se la vé rodeada de colores. Es , pues , esta una razon de mas, y muy eficaz para usar la menor abertura que se pueda , y aumentar por lo mismo el focus del obgetivo , y la longitud del anteojó, siempre que se quiere una grande abertura.

557 Es, pues, imposible aumentar la virtud amplificante de los telescopios dióptricos , solo con disminuir la longitud del focus del ocular ; porque como es preciso, para ver siempre con la misma claridad , aumentar á proporcion el diámetro de la abertura de los obgetivos , las imágenes llegarían á ser confusas por las dos causas que hemos especificado , cuyo defecto no ha sido posible remediar hasta estos últimos tiempos , sino aumentando ; conforme hemos dicho , el focus de los obgetivos , al paso que se les dá mayor abertura.

558 El obstáculo originado de la diferente refringibilidad que impide acortar los anteojos , se tuvo siempre por

por insuperable , conforme dejamos yá dicho , y por tal le tuvo el mismo Newton , quien perdiendo las esperanzas de vencerle , y deseoso de perficionar los telescopios , procuró conseguirlo por medio de la reflexion , porque no resuelve la luz como la refraccion. Los rayos , bien que sean desiguales sus refracciones , todos se reflecten en ángulos iguales á los de incidencia ; por manera que en la reflexion que padece la luz en los espejos cóncavos , y otros qualesquiera , no hay que temer los efectos de la causa que turba las imágenes que forman los vidrios. Y así , las imágenes formadas por los espejos son mas distintas y claras sin comparacion , que las que formarian lentes de un mismo focus. Esta es la razon porqué nos queda el arbitrio de usar oculares de un focus mucho mas corto en los telescopios de reflexion , que en los telescopios dióptricos. Los primeros , bien que mucho menos largos , representan los obgetos distintos , y mucho mas amplificados. Halley construyó un telescopio de esta especie de 5 pies de largo , que hacia el mismo efecto , y era aun mejor que un antejo de 123 pies.

559 Como los espejos de metal que es preciso usar en la construccion de estos telescopios , reflecten , conforme observa Newton , muchos menos rayos á proporcion , de los que los vidrios dejan pasar , es evidente que si por algun medio se pudiera remediar la imperfeccion que causa en las imágenes la diferente refringibilidad de la luz , se deberian preferir las lentes á los espejos. Esto se ha conseguido cabalmente desde poco tiempo acá. A su tiem-

Fig. po enseñaremos el camino por donde se ha llegado á este descubrimiento.

560 Muchos años antes que Newton inventase su telescopio por reflexion, Jayme Gregori habia discurrido otro, cuya descripcion publicó en el año de 1663. La que vamos á trasladar se diferencia de la suya en que él dá una figura parabólica al espejo grande, y una figura elíptica al chico, siendo asi que despues ha prevalecido el uso de hacerlos ambos esféricos, porque la egecucion de los demás es casi imposible. Halley construyó el primer telescopio de esta especie.

561 Propongámonos, pues, hacer un telescopio por reflexion con dos espejos cóncavos de metal, y un ocular convexo, y examinar sus efectos. Representemos respectivamente por t , T , q las distancias focales dadas del espejo chico, del grande, y del ocular; y en una linea recta $ctqCl$, que les sirva de eje comun, tómense del mismo lado, y ácia la misma direccion $ct = t$, $tq = T$, $qC = \frac{\pi \times t}{T}$, y $ql = q$; plántese despues el ocular en l , el espejo chico en c , y el grande en C , de manera que las concavidades de estos espejos estén vueltas una ácia otra. Supongamos ahora que los rayos incidentes QA , QB sean reflectidos por el espejo grande al chico, y que este se los vuelva á reflectir. Si en medio C de dicho espejo se hace una abertura mediana por donde puedan pasar los rayos reflectidos por el espejo chico, las refracciones que padecerán al pasar por el ocular kl los hará paralelos; digo, pues,

Fig.

pues, que si se pone el ojo en un punto o de su direccion, se verá distintamente un objeto distante en su situacion natural, y amplificado en la razon del quadrado de la distancia focal del espejo grande, al rectángulo de las distancias focales del chico y del ocular.

Porque los rayos QA, QB de un manojo, paralelos al ege del telescopio, se juntarán en el focus principal T del espejo grande; despues de haberse cruzado alli, irán á dar en el espejo chico acb que los reflectirá al punto q . Porque yá que la distancia focal $TC = T = tq$ por construccion, si quitamos de cada lado la parte comun Tq , quedará $tT = qC = \frac{t \times t}{T}$ por construccion; quiero decir, que tendremos tT, tc, tq en proporcion continua, y así ha de ser (54); y como ql es la distancia focal del ocular kl , los rayos que vienen de q , saldrán paralelos, y producirán por consiguiente una imagen distinta del punto Q de donde habian salido.

562 Sea ST la imagen del objeto PQ formada por la reflexion que se hace en el espejo grande, será terminada por la recta PES tirada por el centro E de dicho espejo paralelamente á los rayos PA, PA que vienen de P (62). Los rayos que desde la imagen ST ván á dár en el espejo chico se reflecten alli, y forman despues otra imagen pq , que será terminada por la recta Sep tirada por el centro e de dicho espejo chico (62); y los rayos que divergen de p , saldrán del ocular kl en la direccion de lineas rectas ko paralelas á pl , tiradas por el cen-

419.

Fig. centro del ocular (130). Así el objeto PQ parecerá derecho , porque los rayos ko están del mismo lado del eje comun Qlo , que el punto P de donde salieron.

563 Tómese en la segunda imagen pq una línea qs igual á la primera imagen ST ; si la imagen pq fuese igual con qs , se vería el objeto por el ocular en un ángulo igual á qls (423 y 427) que tiene con el ángulo PEQ ó SET , en el qual se le vería desde E con la vista sola , la misma razon que TE ó TC con ql ; por consiguiente la amplificacion del objeto se haría en la misma razon que en el telescopio de Newton. Pero como los triángulos epq , eST son semejantes , y tenemos $tq : te :: te : tT$, y por consiguiente $tq : te :: eq : eT :: pq : ST$ ó qs , se echa de ver que pq es mayor que qs , y que por lo mismo el ángulo visual kol ó plq es mayor que qls , en la razon de tq á te . Luego siendo el objeto mas amplificado de lo que hemos supuesto , en la razon de tq á te , ó , por construccion , en la de TC á tc , la amplificacion total seguirá la razon del cuadrado de TC al producto de tc por ql .

564 Para ver con este telescopio objetos cercanos, se ha de apartar un poco el espejo chico del grande , y es facil conseguirlo , porque siempre se le deja mobil. Esto proviene de que mientras un objeto distante se acerca , su imagen TS se acerca á t , y menguando tT su recíproca tq crece (561).

565 Luego si un Myope quiere usar de este telescopio , como el ocular suele estar fijo , es preciso que arri-

me

me un poco el espejo chico al grande ; porque entonces el Fig. intervalo tT disminuye, y su recíproco tq crece. Luego los rayos caerán en el ocular divergiendo de un punto menos distante que su distancia focal ; por consiguiente saldrán divergentes , y tales entrarán en el ojo.

566 Con disminuir todavia mas el intervalo de los dos espejos, los rayos reflejos pueden , pasando por la abertura hecha en el espejo grande , ir á formar una imagen pq detrás de dicho espejo donde se quisiere ; apartando despues el ocular de la imagen tanto como lo estaba antes, será todavia distinta la vision , y el obgeto parecerá mas amplificado que antes en la misma razon que la de tq á te , ó tc ha llegado á ser mayor que la de TC á tc , conforme se evidencia de lo dicho (563). Pero al paso que es mayor la imagen pq , se hace mas oscura , é imperfecta , como lo probaremos muy en breve , y por consiguiente la apariencia del obgeto es menos clara , y menos distinta. Fuera de esto , siendo mayor la imagen , la porcion que de ella se vé con un ocular dado , es menor , y por lo mismo la parte que se vé del obgeto es menor.

567 Estando todas las cosas fijadas en su lugar , el diámetro de un obgeto que se puede ver en una sola mirada , es proporcional á la latitud del ocular , suponiendo sin embargo que la abertura del espejo grande no limite la apariencia del obgeto ; porque como el ángulo de reflexion pce en medio del espejo chico , es igual al ángulo de incidencia ecS , es evidente que mientras pq y kl crecen ó men-
guan

Fig. guan en una razon qualquiera , la imagen *ST* y el obgeto *PQ* tambien crecen ó menguan en la misma razon.

568 Sentado esto , si se le dá mucho diámetro á un ocular de una distancia focal y curvatura dadas , llegará á ser muy grueso ; así, los rayos que cayeren en sus bordes, los encontrarán muy oblicuamente , y esta oblicuidad será causa de que se reflectirán muchos , y que los que pasaren padecerán refracciones muy grandes respecto de las que padecerán los manojos que pasaren por medio de la misma lente (198). Por lo qual , si se quiere aumentar el número de partes visibles de un obgeto , se debe procurar que su imagen *pq* cayga detrás del espejo grande , á la distancia de dos ó tres pulgadas de su abertura , y precisar los rayos que ván á formar dicha imagen , á pasar por un vidrio convexo *fg* muy delgado y ancho , colocando este vidrio detrás , y arrimado al espejo grande. Este vidrio aumentará indispensablemente la convergencia de los rayos, que por lo mismo formarán una imagen *vx* mas cerca del mismo vidrio , y menor que la imagen *pq* , y ambas serán terminadas por la recta *pug* tirada por el centro del vidrio (141). Como los rayos de cada manajo divergirán de la nueva imagen *vx* , se les presentará despues otro vidrio convexo *hi* que los haga paralelos, y haga que entren paralelos en el ojo. Será mucho mejor valerse de un menisco, cuya convexidad esté vuelta á los rayos incidentes *fub*, porque los rayos atravesarán sus bordes con menos oblicuidad que si se pasasen por un vidrio de otra figura qualquiera.

Da-

569 Dados los lugares donde se han de colocar estos oculares, y dadas sus distancias focales, es fácil hallar una regla para averiguar su virtud amplificante, cuya regla la declaramos antes (500). Pero como es fácil equivocarse al medir distancias tan cortas, vale más buscarlas por vía de experiencia; sea, conforme lo hacía Galileo, mirando dos círculos desiguales el uno con la vista sola, y el otro con el telescopio; sea comparando dicho telescopio con un antejo, cuya virtud amplificante es más conocida, ó se puede averiguar con más facilidad (535). Uno de estos telescopios de 16 pulgadas de largo, amplifica casi tanto como un antejo de 15 ó 16 pies.

570 Para impedir que entren en el ojo los rayos colaterales que, pasando por los lados del espejo chico, se introducen por la abertura del grande, como también los que son reflectidos por los bordes imperfectos de dichos dos espejos, se ha de poner en el lugar x de la imagen, una superficie delgada y chata que tenga un agujero de un diámetro igual al de dicha imagen, y hacer otro agujerillo en o , donde se crucen todos los manojos antes de introducirse en el ojo. El diámetro del agujerillo no debe ser mayor que el del manajo principal en o ; es también muy esencial determinar con suma exactitud los sitios donde han de estar estos dos agujeros; porque sin este cuidado no hay que esperar ningún buen efecto del telescopio.

571 Si la distancia focal del espejo chico fuese igual á una línea dada t , y se le quiere colocar de modo que

Fig. reflecta á un punto dado q los rayos que le llegan del foco dado T , se habrá de dividir Tq en dos partes iguales en m , y levantarle á mT una perpendicular Tn igual á la distancia focal t ; tirando despues mn , se tomará del lado de T , la mt igual á mn , y t será el punto donde habrá de caer el focus del espejo chico.

Porque si desde m como centro, y con el radio mn ó mt trazamos un semicirculo que corte otra vez el eje en z ; será $qz = Tt$, y por lo mismo $Tz = tq$. Tambien será Tn media proporcional entre los segmentos tT , Tz del diámetro tz ; quiero decir, que la distancia focal t ó tc es media proporcional entre tT y tq . Asi, los rayos que vienen de T , serán reflectidos por el espejo chico al punto dado q (34).

572 Y si quisiéremos averiguar la distancia focal del espejo chico, el qual teniendo su focus en un punto t , reflecte los rayos que le llegan de un punto T , á un punto dado q , dividiríamos Tq en dos partes iguales en m , y desde el punto m como centro, y con el radio mt trazariamos un circulo que cortase en un punto n una perpendicular indefinida levantada en T , y sería Tn igual á la distancia focal que se buscase.

573 Supongamos que dados el espejo grande, el ocular convexo, y el intervalo Tq entre las dos imagenes de un obgeto distante, se pida la distancia focal del espejo chico, y el lugar donde se ha de colocar para que el telescopio aumente el obgeto en la razon que se quisiere. Como

mo la razon dada se compone de la razon dada entre CT y $Fig.$ ql , y la de tq á tc (566), esta última razon tambien será dada, y poniendo en su lugar la de n á 1 , tómese tT á Tq como 1 á $nn - 1$, y saldrá tT ; tomando despues tc á tT como n á 1 , se sacará la posicion, y la magnitud de tc .

Porque como las líneas incógnitas tT , tc , tq están en proporcion continua en la razon dada de 1 á n , tendremos $tT : tq :: 1 : nn$, y por consiguiente $tT : Tq :: 1 : nn - 1$.

574 En algunas ocasiones suelen llevar estos telescopios un espejo chico convexo en lugar de un espejo cóncavo. Si sus distancias focales son iguales, y se coloca el vértice del espejo convexo de en el punto e donde estaba el centro del cóncavo, el telescopio amplificará en la misma razon que antes, pero representará el objeto trastornado. Se conseguirá que esté derecho, si se quisiere, por medio de tres oculares convexos, como en los anteojos. 423.

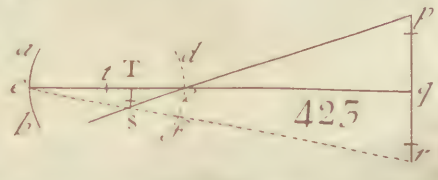
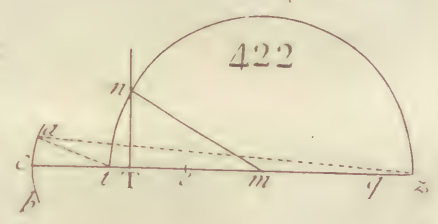
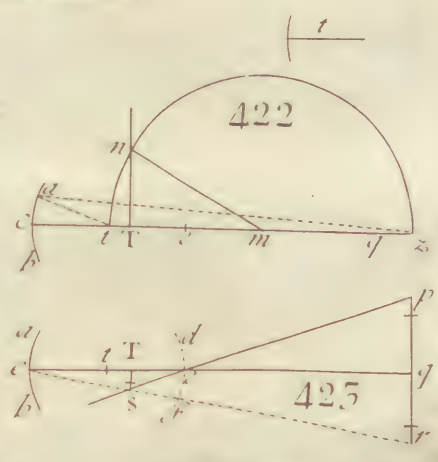
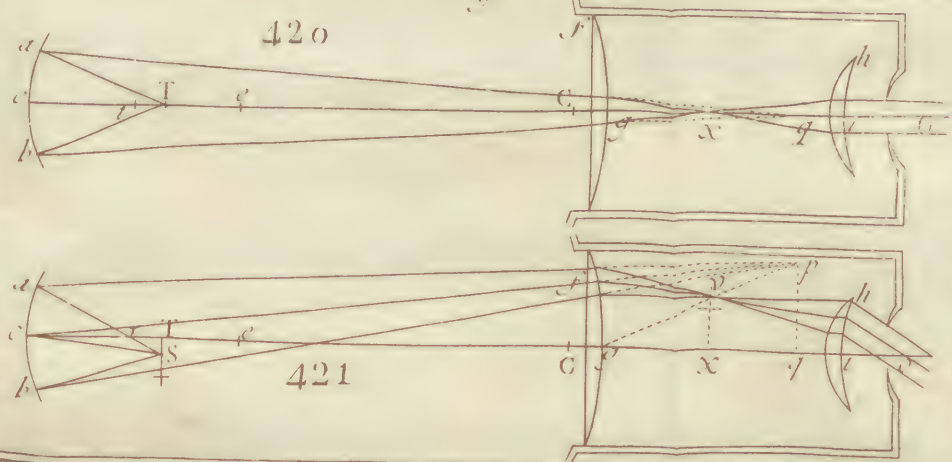
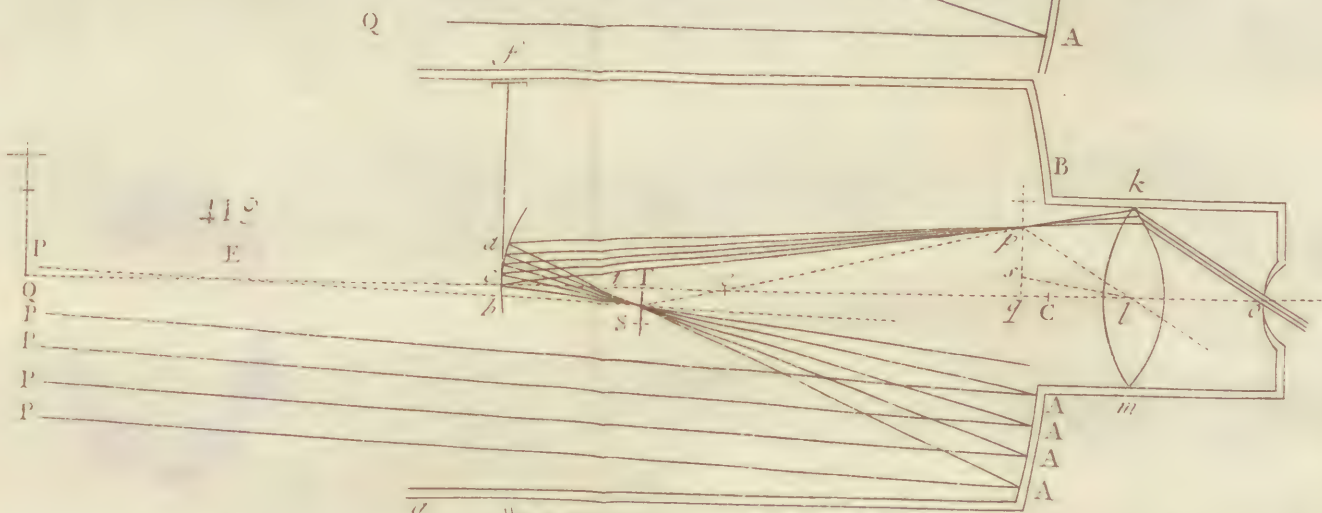
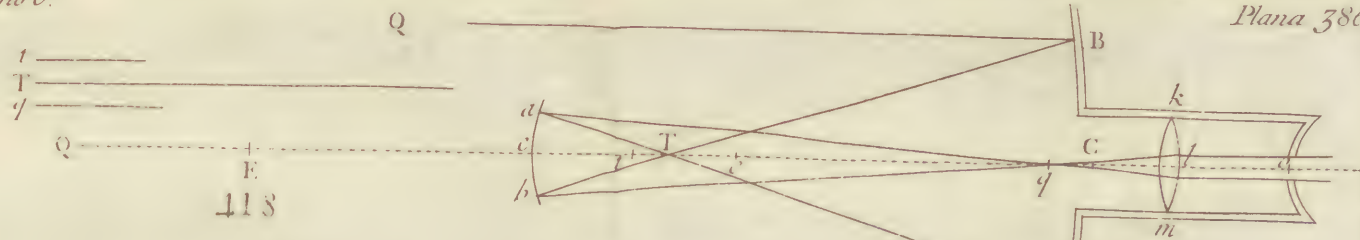
Porque quando los rayos de un manojo que ván convergentes desde el espejo grande á su focus T , dieren en el espejo chico de , este los reflectirá al mismo punto q donde los reflectía antes el espejo chico cóncavo bc . Pues siendo el punto t el focus principal de los dos espejos, tendremos tT , te ó tc , y tq en proporcion continua, como antes (54). Por un punto qualquiera S de la primera imagen ST , y por el centro e del espejo cóncavo chico, tírese Sep que termine la imagen pq formada por dicho espejo (62); asimismo, por el centro e del espejo

Fig. convexo chico *de*, y por el punto *S* tírese *cSr* que termine la imagen *qr* formada por dicho espejo. Las imágenes *qp*, *qr* están en diferentes lados respecto del eje, y por consiguiente el objeto parecerá en posiciones opuestas. Pero por ser iguales estas imágenes, es constante que se verá el objeto igualmente amplificado.

Porque tenemos $tq : te :: te : tT :: tq \mp te : te \mp tT$, esto es $:: eq : eT :: cq : cT$. Y por ser semejantes los triángulos *peq*, *TeS*, y los triángulos *qcr*, *TcS*, tendremos $pq : ST :: eq : eT :: cq : cT :: qr : ST$, y por consiguiente $pq = qr$.

575 Como el telescopio de Gregori tiene la propiedad de pintar los objetos en su situación natural, es casi el único que está en uso para los objetos terrestres. Por lo que mira á la claridad y distincion con que representa toda especie de objetos, es inferior al de Newton; es menos claro, porque como la luz tiene que pasar por un vidrio mas, padece mayor menoscabo. Se vé menos distintamente, porque no se vé sino la segunda imagen, que ha de ser por precision mucho menos perfecta y distinta que la primera. Para formar esta, los rayos no han padecido mas que una reflexion, y por lo mismo sus imperfecciones no pueden menos de ser muy leves y poco perceptibles. La segunda, al contrario, no se forma sino de rayos que han padecido dos reflexiones, la una en el espejo grande, la otra en el pequeño, y que despues se han refringido al pasar por el vidrio mas allá del qual ván á formar la segunda imagen. Ha de tener, pues, todas las imperfecciones que pueden

oca-





ocasionar dos reflexiones , y una refraccion. Pero en el telescopio de Newton no hay segunda imagen , no hay mas que una muy limpia y viva , y es la que se vé por el ocular. Fig.

576 Tienen no obstante estos instrumentos muchas imperfecciones que les son peculiares. Requiere infinitas precauciones su construccion , y su uso tambien. Cuesta mucho trabajo dár á los espejos una figura bien regular , y conservársela al tiempo de bruñirlos , y además de esto , tambien se empañan muy prontamente. Por otra parte estos instrumentos tienen poco campo , y cuesta algun trabajo dirígirlos á los obgetos.

Determinacion del focus de los rayos que atraviesan un número qualquiera de medios diferentes , y de la magnitud de la imagen de un obgeto chico que forman los rayos despedidos por dicho obgeto , despues de refringidos por dichos medios; y danse construcciones generales que manifiestan las variaciones de la distancia aparente de un obgeto , y de la distancia real de su imágen , causadas por el movimiento directo del ojo , del obgeto , ó de los medios.

577 Cuestion I. *Dados los radios , y las posiciones de dos superficies esféricas que separan tres medios dados , y suponiendo que los rayos incidentes sean paralelos y muy inmediatos al ege comun de las superficies , al entrar en uno de los medios exteriores ; se pregunta ¿dónde estará su focus despues de las dos refracciones que padecerán?*

Sean a y d , en el ege comun AC de las superficies 424.

Bb 2

AB ,

Fig. AB, CD , los focus que tendrian rayos paralelos al mismo ege, en el medio interior, en virtud de las refracciones que padecerian en dichas superficies al pasar á los medios exteriores. Sean tambien b y c focus de otros rayos que viniesen de los medios exteriores, paralelamente al ege, y fuesen refringidos por las mismas superficies al entrar en el medio interior: estos focus son faciles de hallar por lo dicho (145). Si tomamos en el ege, empezando desde a , y á un lado opuesto al de bc respecto de b , una porcion aI que tenga con aA la mismo razon que Ab con cb , el punto I será el focus de los rayos que vienen paralelamente al ege en el medio exterior contiguo á la superficie CD , despues de haber sido refringidos por dicha superficie y por la superficie AB , siendo c su focus despues de su primera refraccion. Si tomamos tambien en el ege desde el punto d , y del lado opuesto á cb respecto de c , una porcion dK que tenga con Cd la misma razon que Cc con bc , K será el focus donde concurrirán, en virtud de sus dos refracciones, otros rayos que vinieren paralelamente al ege, en el otro medio exterior, y dieren en la superficie AB .

Todas las figuras se refieren al caso en que los medios sean succesivamente mas densos, yendo de la izquierda á la derecha; pero las demostraciones se aplican tambien á los casos en que sea otro el orden de dichos medios.

578 Cuestion II. *Dado el punto radiante ó luminoso, hallar el focus de los rayos incidentes en una de las dos superficies*

perfiles esféricas que separan medios dados , despues de las Fig. refracciones que en ellas padecen.

Sean a y d , en el ege comun AC de las superficies 425.
 AB , CD , los focus que tendrian rayos paralelos al mismo
 ege , en el medio interior , en consecuencia de las refrac-
 ciones que padecerian en ellas al pasar á los medios este-
 riores ; sean tambien I y K los focus que tendrian despues
 de refringidos por las dos superficies , otros rayos igualmen-
 te paralelos al ege , que viniesen en los medios exteriores á
 dar en dichas superficies. Sea despues P un punto radiante,
 I y a los focus de los rayos que hemos supuesto que vi-
 niesen siguiendo direcciones contrarias á las de los rayos in-
 cidentes. Se determinará en el ege AC , empezando desde
 K , y en disposicion contraria á la de IP respecto de I ,
 una parte KR que tenga con Kd la misma razon que aI con
 IP ; el punto R será el focus de los rayos incidentes , des-
 pues de sus dos refracciones.

Porque si hacemos $Pa : aA :: Ab : bQ$ porcion del ege
 que se ha de tomar desde b en disposicion contraria á la de 426.
 aP respecto de a , Q será el focus de los rayos incidentes,
 despues que los hubiere refringido la superficie AB ; y co-
 mo estos rayos ván á dár en la superficie CD despues de
 concurrir en Q , haremos esta nueva porcion $Qc : cC ::$
 $Cd : dR$ porcion del ege que se tomará desde d en situacion
 opuesta á la de cQ respecto de c , y será R el focus de los
 rayos despues de sus refracciones en las superficies AB , CD .
 Pero la primera de estas dos proporciones , combinada con

Fig. la que nos dió el punto I en la cuestion antecedente , dá $Pa \times bQ = bc \times Ia$; y la segunda, con la que nos sirvió allí mismo para determinar el punto K , dá $Qc \times dR = bc \times dK$. De los dos primeros productos sacamos $Ia : Pa :: bQ : bc$, de donde inferiremos $PI : Pa :: Qc : bc$, y por consiguiente $PI : Pa :: dK : dR$, poniendo tambien en proporcion los dos últimos. Luego sacaremos $PI : Ia :: dK : KR$.

579 Por ser el rectángulo $PI \times KR$ siempre igual con el rectángulo dado $Ia \times dK$, es invariable; y por lo mismo, KR es recíprocamente como PI .

580 Cuestion III. *Dados los diámetros y las posiciones de tres superficies esféricas que separan quatro medios dados, y suponiendo que los rayos incidentes que vienen atravesando uno de los medios exteriores, sean paralelos y muy próximos al ege comun de las superficies; se ha de determinar su focus, despues de todas sus refracciones.*

427. Suponiendo que, por lo dicho en la cuestion antecedente, se hayan determinado los focus a , d é I , K respecto de dos superficies consecutivas, como AB , CD ; sean rayos paralelos que dán en cada uno de los lados de la tercera superficie EF , y que en virtud de la refraccion que en ella padecen, tengan sus focus en e y f ; como los rayos paralelos que vienen por el medio exterior que termina EF , á dár en dicha superficie, concurren en el punto e , y dán despues en la superficie CD , se tomará en el ege, empezando desde el punto I , y en direccion contraria á la Ke respecto de K , una parte IL que tenga con Ia la misma

ra-

razon que dK con Ke ; por lo dicho (578), el punto I Fig. será el focus donde concurrirán, despues de todas sus refracciones, los rayos paralelos que dan en la superficie EF . Si se hace estotra proporcion $Ke : eE :: Ef : fM$ porcion del ege que se ha de tomar desde f en situacion opuesta á la de eK respecto de e , el punto M será el focus donde concurrirán, despues de todas las refracciones, rayos paralelos que vienen por el medio exterior terminado por AB á dar en esta superficie.

581 Cuestion IV. *Dado el punto radiante, hallar el focus de los rayos, despues de refringidos por un número qualquiera dado de superficies esféricas que separan medios dados.*

CASO I. Sean en el ege comun de tres superficies AB, CD, EF, I y F los focus donde concurririan en virtud de las refracciones que padecieren en dichas superficies, pasando á los medios exteriores, rayos paralelos á dicho ege en uno ú otro de los medios interiores, por egemplo, en el medio CE ; sean á mas de esto L y M focus de otros rayos que viniesen por los medios exteriores paralelamente al ege, y fuesen refringidos por todas las espresadas superficies; sea despues P un punto radiante, L é I los focus de los rayos que se ha supuesto que vengan en direccion contraria á la de los rayos incidentes; si se determina, empezando desde M , y en situacion opuesta á la de LP respecto de L , una parte MS del ege que tenga con Mf la misma razon que IL con PL , el punto S será el focus de los rayos incidentes, despues de refringidos por las tres superficies.

Fig. Porque el focus R de dichos rayos , despues de que-

429. brantados por las superficies AB , CD , se determina por lo dicho (578) , con hacer $PI : Ia :: dK : KR$; y como estos rayos , despues de encontrarse en dicho punto , ván á dar en la superficie EF , se hará estotra proporcion $Re : eE :: Ef : fS$, y será el punto S el focus de dichos rayos , despues de sus tres refracciones. Pero combinando la primera de estas proporciones con la primera de la última cuestion, sacamos $PI \times KR = Ke \times LI$, y combinando las segundas , sale $Re \times fS = Ke \times fM$; los dos primeros rectángulos dán $LI : PI :: KR : Ke$; de donde se saca $PL : PI :: Re : Ke$; y por consiguiente $PL : PI :: fM : fS$, con poner en proporcion los dos últimos rectángulos ; de donde inferiremos $PL : LI :: fM : MS$.

430. Se ha supuesto que los rayos cuyos focus son I y f fuer-
431. sen paralelos al ege en el medio CE ; sean ahora a y t los focus de otros rayos paralelos al ege en el otro medio interior AC . Ya que $PL : LI :: fM : MS$, tendremos $aL : LI :: fM : Mt$, quando P cae en a , y por consiguiente S en t ; de manera que por razon del rectángulo constante $LI \times fM$, tendremos $PL : La :: tM : MS$.

582 CASO II. En virtud de esto , y de lo dicho (580) se puede hallar el focus de rayos paralelos refringidos por quatro superficies , y determinar despues el focus de los rayos que dán divergentes ó convergentes en dichas superficies, del mismo modo que en el caso antecedente ; y prosiguiendo á este tenor. Y por estas pro-
po-

posiciones se echa de ver , que si L y M son los focus principales de todo el systema de las superficies , é I y f los focus de otros rayos paralelos en uno qualquiera de los medios interiores , entonces $PL : LI :: fM : MS$. Fig.

583 De la resolution de esta cuestion se sigue 1.º que por la analogía que hay entre las reglas para hallar los focus de los rayos refringidos por una sola superficie ó lente , la regla dada en esta cuestion para la determinacion del focus de los rayos refringidos por un número qualquiera de superficies , se aplicará tambien á un número qualquiera de lentes , sea la que fuere su especie , puestas en A , C , D &c. en un mismo medio. Parece , pues , que la relación entre los focus correspondientes P , S de un manojó de rayos refringidos por un número infinito de superficies ó lentes , se puede cifrar en una proporcion sola , del mismo modo que quando se trata de una sola superficie ó lente simple.

584 2.º Búsquese una media proporcional N entre las lineas dadas LI , fM , ó entre La y tM ; será tambien media proporcional entre las lineas variables PL , MS ; y por consiguiente PL es recíprocamente como MS , y estas dos lineas están en direcciones contrarias respecto de los focus principales L , M . Si el punto S estuviese del mismo lado del punto radiante , respecto de la superficie extrema, del lado de la qual está el punto radiante , los rayos saldrán divergentes de S ; y si no , saldrán convergentes ácia el mismo punto.

585 Cuestion V. Dado el radio Pp de un objeto 432.
chi-

Fig. chico colocado perpendicularmente al eje comun de un número qualquiera de superficies refringentes que separan medios dados; determinar el radio Ss de su última imagen.

Quedándose todo como en las cuestiones antecedentes, se ha de tomar una linea $V = Aa \times \frac{dK}{dC} \times \frac{fM}{fE} \&c.$ quanto lo permite el número de las superficies, y Ss será á Pp como la linea constante V es á PL .

Sean $a', c', e' \&c.$ los centros de las superficies dadas $A, C, E, \&c;$ $Qq, Rr, Ss \&c.$ las imágenes que forma cada una de ellas. Las rectas $pa'q, qc'r, re's \&c.$ terminan el obgeto y las imágenes (166). Pero por lo dicho (159) tenemos $Qb : QA :: Qa' : QP$, de donde se saca $Qb : bA :: Qa' : a'P :: Qq : Pp$, por ser semejantes los triángulos $Qa'q, Pa'p$; y porque $Pp : Qq :: bA : bQ, Qq : Rr :: dC : dR$, y $Rr : Ss :: fE : fS \&c.$ multiplicando estas proporciones, sacaremos $Pp : Ss :: bA \times dC \times fE : bQ \times dR \times fS$. Pero por lo probado (158) $Pa : Ab :: Aa : bQ$, y por lo dicho (578) $PI : Pa :: dK : dR$; y por lo que dejamos sentado (581) $PL : PI :: fM : fS$; de la multiplicacion de estas proporciones se sacará $PL : Ab :: Aa \times dK \times fM : bQ \times dR \times fS$. Luego $Ss \times PL : Pp \times Ab :: Aa \times dK \times fM : bA \times dC \times fE$; de donde se infiere $Ss = Pp \times \frac{Aa}{PL} \times \frac{dK}{dC} \times \frac{fM}{fE}$; ó, tomando una linea $V = Aa \times \frac{dK}{dC} \times \frac{fM}{fE}$, $Ss = Pp \times \frac{V}{PL}$.

586 Haremos una aplicación de esta cuestion procurando determinar el diámetro del espacio que ocupa en el

el fondo del ojo la imagen del objeto mas pequeño que Fig.
podamos ver. Ya se vé que esto no puede ser mas que
una tentativa, y que no se debe mirar como exacta
esta determinacion, por no estar bien averiguado cuál
es el ángulo menor en el qual podemos ver un obge-
to; y parece imposible de averiguar, porque no pue-
de menos de ser diferente este ángulo, segun el grado de
luz, el color y la situacion de los obgetos, y el color del
fondo al qual se refieren, agregándose á esto que dicho
ángulo no es el mismo, segun repara Jurin, respecto de
los obgetos simples, que respecto de los obgetos compues-
tos. Hemos visto (382) como Hook pretende que di-
cho ángulo es de un minuto; otros, como Hevelio, le re-
ducen á 30." Para tomar un medio entre estas determi-
naciones, supondremos, conforme al experimento que se
citó (382), que quando un obgeto está sobre el fondo
que le puede hacer ver mas distinto, el ángulo menor en
el qual se le pueda ver es de 40", ó lo que es lo propio,
que para que sea visible, su distancia no ha de pasar de
5156 veces su diámetro.

587 Supongamos, pues, que el obgeto *Pp*, cuyo 433.
diámetro sea, por egemplo, de una pulgada, esté á la dis-
tancia *PA* igual á 5156 veces su diámetro, esto es de
5156 pulgadas, ó de 429 pies 8 pulgadas, y busque-
mos cuál es el diámetro del espacio que su imagen ocupa
en el fondo del ojo. Sean, segun los experimentos de Ju-
rin, las razones de refraccion al pasar del ayre al humor
aqueo,

Fig. aqueo , de este humor al cristalino , del cristalino al humor vitreo , iguales respectivamente á las razones de 4 á 3 , de 13 á 12 , y de 12 á 13. Sea , segun Petit , el radio de la cornea AB de $3\frac{3}{4}$ lineas , el radio de la superficie anterior DC del cristalino de 4 lineas , y el de la superficie posterior EF de 2 lineas $\frac{1}{2}$, AC distancia de la cornea al cristalino de 1 linea $\frac{1}{4}$, y el grueso CE del cristalino de 2 lineas ; sea finalmente Ss la imagen del objeto Pp estampada en el fondo del ojo. Se halla facilmente que $Aa = 11$ lin. $\frac{1}{4}$, $Ab = 15$ lin. $Cc = 48$ lineas , $Cd = 52$ lineas , y que por consiguiente $aI = \frac{675}{247}$ lineas , ó 2 , 73 lineas , con poca diferencia , y $dK = \frac{9984}{247}$ lineas (577) ; que fuera de esto , $Ee = 32$ lineas $\frac{1}{2}$, y $Ef = 30$ lineas ; que $eK = \frac{20787}{494}$ lineas ; que por consiguiente $IL = 2,62$ lineas (580) con corta diferencia ; que por lo mismo $PL = PA - Aa \div aI + IL = 61866$ lineas , con corta diferencia ; finalmente se halla que $fM = \frac{1950 \times 247}{20787}$ lineas (580) , será Ss , que es el diámetro de la imagen Ss estampada en el fondo del ojo , $= 1$ pulgada $\times \frac{45}{61866 \times 4} \times \frac{9984}{247 \times 52} \times \frac{1950 \times 247}{20787 \times 30} = \frac{1}{9160}$ de pulgada , con poca diferencia. Esta determinacion no se debe mirar mas que como una tentativa , por las razones que tocamos antes , y tampoco puede ser ni de todo punto exacta , ni general ; porque los experimentos que se han hecho , para determinar las razones de refraccion respecto de los humores del ojo , han variado en sus resultados ; por consiguiente las razones que hemos usado , son , quando

do mas , un medio entre todos estos resultados ; y por Fig.
otra parte como las curvaturas y gruesos de los humores
del ojo son muy difíciles de medir , no son bien conocidos,
y varian en los diferentes sugetos.

588 De la proposicion sentada (585) se sigue 432.
1.º Que la imagen Ss es igual al obgeto Pp , quando $PL = V$.

589 2.º Que la imagen Ss es directamente como el
obgeto Pp , y recíprocamente como PL , y por consiguien-
te dicha imagen es como el ángulo PLp que el obgeto
subtende en el focus principal L (143).

590 3.º La imagen es parecida al obgeto en to-
das sus partes ; porque quando PL es dada , Ss es co-
mo Pp .

591 4.º Quando el obgeto es dado , la imagen es
recíprocamente como PL , ó directamente como MS , por
lo probado (584).

592 5.º Si los rayos emergentes dieren en un pla-
no perpendicular que corte $e'S$ en X , y $e's$ en x , y se to-
mare en el ege , empezando desde L , y en direccion con-
traria á la de Me' respecto de M , una porcion Ll de dicho
ege igual á $\frac{LI \times fM}{e'M}$, el radio Xx de la imagen confusa estam-
pada en dicho plano será igual á $\frac{Pp}{Pl} \times \frac{e'X}{e'M} \times V$.

Porque de los triángulos semejantes $e'Xx$, $e'Ss$, saca-
remos $Xx : Ss$ ó $\frac{Pp}{Pl} \times V :: e'X : e'M + MS$ ó $e'M +$
 $\frac{LI \times fM}{e'M}$ (581) :: $e'X \times PL : e'M \times PL + LI \times fM ::$
 $\frac{e'X \times PL}{e'M} : PL + \frac{LI \times fM}{e'M}$ ó $PL + Ll$ ó Pl por construccions
de donde sale $Xx = \frac{Pp}{Pl} \times \frac{e'X}{e'M} \times V$.

6.º

Fig. 593 6.º Luego si el plano perpendicular estuviere fijo en algun lugar X , la imagen confusa Xx será como $\frac{Pp}{Pl}$, ó como el ángulo en l , subtenso por el objeto (143).

594 7.º Luego si el objeto fuese dado, la imagen Xx será recíprocamente como Pl , y será tambien parecida al objeto.

595 Cuestion VI. *Hallar la razon de los ángulos, que las partes incidente y emergente de un rayo qualquiera forman una con otra, y con el ege comun de un número qualquiera de superficies que separan medios dados.*

434. Quedándose todo como se estaba, sea $PBDFS$ el rumbo de un rayo; P y S su primera y última intersecciones con el ege comun de las superficies; tómese una linea Z igual á $Ab \times \frac{dK}{cC} \times \frac{fM}{eE}$ &c. quanto lo permitiere el número de las superficies; el ángulo APB será al ángulo ESF como la linea dada Z es á PL .

Porque $Qb : bA :: Aa : aP$ (158), de donde se saca $Qb : Aa :: QA : AP ::$ el ángulo APB : el ángulo AQB (143). Asimismo, $Rd : Cc :: RC : CQ ::$ el ángulo CQD : el ángulo CRD ; y $Sf : Ee :: SE : ER ::$ el ángulo ERF , el ángulo ESF ; y prosiguiendo á este tenor. Si multiplicamos estas proporciones unas por otras, sacaremos $Qb \times Rd \times Sf : Aa \times Cc \times Ee ::$ el ángulo P : el ángulo S . Pero en la demostracion de antes (585) hallamos $Aa \times dK \times fM : Qb \times Rd \times Sf :: PL : Ab$. De aqui se infiere facilmente que $Ab \times \frac{dK}{cC} \times \frac{fM}{eE} : PL ::$ el ángulo P : el ángulo S . Restando el ángulo menor del mayor, la resta se-

será el ángulo que forma el rayo incidente con el emergente, conforme se puede comprobar prolongándolos ambos hasta que se corten. Fig.

596 Luego 1.º Sea AB la mitad de la abertura de la primera superficie; el radio Mm de una seccion perpendicular de un manojo emergente de rayos será á AB como la linea dada $\frac{LI \times fM}{Z}$ es á AP .

Porque como las subtensas de ángulos pequeños están en razon compuesta de dichos ángulos y sus lados, tenemos Mm á AB en razon compuesta de MS á AP , y del ángulo MSm el ángulo APB , ó de PL á Z , por lo probado (595). Luego $Mm = \frac{AB}{AP} \times \frac{MS \times PL}{Z} = \frac{AB}{AP} \times \frac{LI \times fM}{Z}$ (582).

597 2.º Así, Mm es como $\frac{AB}{AP}$, ó como el ángulo APB , y por consiguiente, quando AB es dada, Mm es recíprocamente como AP .

598 3.º Si el manojo emergente fuere cortado por un plano perpendicular en otro lugar qualquiera X , el radio Xx de esta seccion será igual á $\frac{AB}{AP} \times \frac{LI \times fM - PL \times MK}{Z}$; porque $Xx : Mm$ ó $\frac{AB}{AP} \times \frac{LI \times fM}{Z} :: MS - MX : MS :: \frac{LI \times fM}{PL} - MX : \frac{LI \times fM}{IL} :: LI \times fM - PL \times MX : LI \times fM$.

599 4.º De aquí sacaremos la siguiente construccion; tómese en el ege, empezando desde L , y en direccion contraria á la de MX respecto de M , una porcion LP' de dicho ege, que tenga con LI la misma razon que fM con MX ; y tómese en la AG perpendicular al ege, AG que tenga con AB la misma razon que MX con Z ; tirando

Fig. do despues por G una paralela GH al ege, y trazando (III. 210) entre las asymptotas GA, GH , una hypérbola $P'T$, que pase por el punto P' ; la perpendicular $P'T$ será igual en todas partes al radio Xx , quando el plano se mantuviese fijo en X .

Porque la propiedad de la hypérbola (III. 170) dá $GH \times HT = GA \times AP'$; luego $PT = \frac{GA \times AP' - GA \times AP}{AP} = \frac{AG}{AP} \times (LP' - LP) = \frac{AG}{AP} \times \left(\frac{LI \times fM}{MX} - LP \right) = \frac{AB}{AP} \times \frac{LI \times fM - LP \times MX}{Z} = Xx$ (598).

600 La linea N , ó una media proporcional entre LI y fM ha servido para determinar la relacion entre dos focus qualesquiera correspondientes P, S , y los focus principales L, M (584); la linea V ó $Aa \times \frac{dK}{dC} \times \frac{fM}{fE}$, para determinar la razon entre el obgeto P , y su imagen S (585), y la linea Z ó $Ab \times \frac{dK}{cC} \times \frac{fM}{cE}$, para determinar la razon entre los ángulos en P y S , que un rayo qualquiera forma en el ege de la superficie (595).

Ahora digo que V, N, Z están en proporcion continua en la razon subduplicada de $Aa \times cC \times eE$ á $Ab \times Cd \times Ef$, y que por consiguiente son iguales, en las lentes.

Porque $V : Z :: \frac{Aa}{Cd \times Ef} : \frac{Ab}{Cc \times Ee} :: Aa \times Cc \times Ee : Ab \times Cd \times Ef$; y por lo probado (580 y 577) se echará de ver que $N^2 : Z^2$ ó $LI \times fM :: \frac{Ab^2}{Cc^2 \times Ee^2} \times dK^2 \times fM^2 :: LI$ ó $\frac{Ia \times dK}{Kc} : \frac{Ab^2}{Cc^2 \times Ee^2} \times dK^2 \times \frac{eE \times Ef}{cK} :: Ia$ ó $\frac{aA \times Ab}{bc} : \frac{Ab^2}{cC^2 \times Ee} \times \frac{cC \times Cd}{bc} \times Ef :: \frac{Aa}{Cd \times Ef} : \frac{Ab}{Cc \times Ee} :: V : Z$ como antes.

601 Cuestion VII. Hallar la distancia aparente de un obgeto visto por un systema qualquiera de medios, y ma-
ni-

nifestar como varia, mientras el ojo, el objeto, ó el systema se mueve ácia adelante, ó ácia atrás. Fig.

Quedándose todo como estaba, divídase LM en dos 436. partes iguales en T ; tómense en una perpendicular al ege 437, en T , las líneas Tv , Tn , Tz iguales respectivamente á las líneas dadas V , N , Z ; y por z tírese lm paralela á LM , que corte Ll y Mm perpendiculares á LM , la una en l , la otra en m . Tírese la mS , y prolónguese al uno y otro lado; y levántese una perpendicular OX que remate en mS ; esta perpendicular será igual á la distancia aparente del objeto P visto desde el punto O .

Asimismo, sea R el focus correspondiente de un manjo de rayos, que se supone que vengan de O ; tírese IR , y prolónguese; la perpendicular PR que remata en IR , será tambien la distancia aparente del objeto P visto desde O .

Finalmente, tómense las OG , PH ambas iguales á TL ó TM , en la línea misma OP , si el orden de los puntos L , T , M sigue el rumbo de los rayos, y en sus prolongaciones mas allá de O y P , si dichos puntos están en un orden contrario; y prolónguese lm , la qual corta las perpendiculares Gg , Hb al ege, la una en g , la otra en b ; sea despues gb una ordenada al ege de una parábola gZh , cuyo parámetro sea la línea Tv , y cuyos ramos se estien- dan desde su vértice, al lado donde están las perpendicu- lares Gg , Hb respecto del ege del systema; y la perpen- dicular TZ será tambien la distancia aparente del objeto P visto desde O .

Fig. Todo esto supuesto, si el objeto y el systema se mantuvieren fijos, mientras el ojo se mueve en el ege del systema, como la perpendicular mobil OX terminada por la linea mS , cuya posicion es fija, es siempre igual á la distancia aparente, manifestará las mudanzas que padeciere esta distancia. Si el ojo y el systema estuvieren fijos, mientras el objeto se mueve en el ege del systema, como la perpendicular mobil PT , terminada por lR , cuya posicion es fija, es siempre igual á la distancia aparente, manifestará como varía esta distancia. Finalmente, si el ojo y el objeto estuviesen fijos, mientras el systema se mueve á lo largo de su ege (quedándose las mismas las distancias respectivas entre las diferentes partes del systema), como la perpendicular mobil TZ terminada por la parábola gZh , que es fija, es siempre igual á la distancia aparente, manifestará todas las variaciones de esta distancia.

Si una parte del systema fuese fija, y se moviere la otra, sea la imagen fija del objeto formada por la parte inmobil del systema en P ; haciendo respecto de la parte mobil la misma construccion que respecto de todo el systema, la perpendicular TZ espresará en este caso la distancia aparente.

432. 602 Para demostrar esta resolución, tírese la linea pp' paralela á PO , que encuentra en p' el rayo visual Os prolongado; y conclúyase el rectángulo $Ppp'P'$; OP' es la distancia aparente del objeto Pp (436); y los triángulos $OP'p'$, OSs que son semejantes, dán $OP':OS::P'p'$
ó

ó $Pp : Ss :: PL : V$ (585); quiero decir , que supo- Fig.
niendo cada una de las perpendiculares OX, PT, TZ igual 436.
á la distancia aparente OP' , tendremos OX ó PT ó $TZ : OS$ 437.
 $:: PL : Tv :: Tz : MS$, por ser $PL \times MS = Tn^2 = Tv \times$
 Tz (584 y 600).

Primeramente tenemos entonces $OX : OS :: Tz$ ú Mm :
 MS , lo que manifiesta que mS prolongada es el lugar geo-
métrico del punto X . 2.º También tenemos $PT : Tz$ ó Ll
 $:: OS : MS :: PR : LR$; porque $PL \times MS = Tn^2 = OM$
 $\times LR$, de donde se saca $OM : MS :: PL : LR$, y esto dá
 $OS : MS :: PR : LR$. Se echa , pues , de ver , que lR pro-
longada es el lugar del punto Y . Finalmente , tenemos TZ
 $= \frac{PL \times OS}{Tv} = \frac{PL \times OM}{Tv} = \frac{PL \times MS}{Tv} = \frac{HT \times TG}{Tv} = Tz$. Porque,
por construccion, $PL = HT$, $OM = TG$, y $PL \times MS =$
 $Tv \times Tz$. Traslademos ahora el punto T á G ; como enton-
ces $TG = 0$, tendremos, en virtud de la equacion prece-
dente , la perpendicular $Tz = -Tz = Gg$. Trasladando
el punto T á H , tendremos $TZ = -Tz = Hb$, y en vir-
tud de la misma equacion tenemos $TZ + Tz$, esto es , zZ
 $= \frac{hT \times TG}{Tv}$. Divídase la gb en dos partes iguales en el punto 438.
 A , trasladando el punto z á A , zZ llega á ser $AB =$
 $\frac{hA \times Ag}{Tv} = \frac{hA^2}{Tv}$. Térese la ZC perpendicular á AB , y será
 $BC = AB - zZ = \frac{hA^2}{Tv} - \frac{hA^2 - A^2}{Tv} = \frac{A^2}{Tv} = \frac{CZ^2}{Tv}$; esto
manifiesta que el lugar del punto Z es una parábola cuyo
parámetro es Tv .

603 Estando fijo el systema en el sitio que se qui- 439.
siere , la distancia aparente de un obgeto puesto en P vis-

Fig. to desde O , será á la distancia aparente de un objeto puesto en O visto desde P , como Z es á V .

Porque sea $PBDF$ un rayo que dá en un punto qualquiera K de un objeto puesto en O ; tírese Kk' paralela á OP , que encuentre en k' el rayo PB prolongado, y conclúyase el rectángulo $k'KOO'$; entonces la distancia aparente $PO' : PO ::$ el ángulo OPK : el ángulo OPk' (143), ó en razon compuesta del ángulo OPK al ángulo OSK , y del ángulo OSK á $O'Pk'$; quiero decir, en razon compuesta de OS á OP , y de PL á Z (595). Por consiguiente $PO' = \frac{PL \times OS}{Z}$. Pero (602) hemos sacado $OP' = \frac{PL \times OS}{V}$; luego $OP' : PO' :: Z : V$.

604 La construccion precedente dará tambien la
 436. distancia aparente de un objeto puesto en O visto desde
 437. P , tirando por v la linea lm , y tomando Tz por parámetro de la parábola. Sirve tambien la misma construccion para una ó muchas lentes, tirando lm por n , y tomando Tn por parámetro de la parábola.

Porque en las lentes los puntos n, v, z coinciden (600), y por consiguiente las distancias aparentes OP' y PO' son iguales.

440. 605 Si fuesen dados los sitios del ojo y del objeto, y se pide que se interponga un systema dado de superficies ó lentes, en un sitio tal que el objeto se vea por dicho systema, á una distancia dada; tómense en una perpendicular qualquiera DQD al ege OPQ , al uno y otro lado de Q , las QD , QD iguales á la distancia dada, y por los pun-

puntos D , D tírense las líneas DZZ , DZZ paralelas al ege, que cortarán la parábola en quatro puntos Z , Z , Z , Z , quando esto es posible; tírense despues las perpendiculares ZT , ZT &c. al ege OP , y colóquese el punto del systema dado, que está en medio del intervalo LM , encima de uno qualquiera de los quatro puntos T ; poniendo el ojo en O , se verá el obgeto á la distancia dada QD ó TZ , como se echa de ver por la precedente construccion.

606 Si el sitio del obgeto y del systema fuesen dados, se podrá hallar, por el mismo método, el lugar donde ha de estar el ojo para ver el obgeto á una distancia dada; asimismo, si fuesen dados el lugar del ojo y del systema, se hallará el sitio donde ha de estar el ojo, para que parezca á una distancia dada.

Hemos dado las construcciones precedentes de la distancia y magnitud aparentes, á fin de que cada uno pueda examinar por sí hasta dónde concordarán con las ideas que se formare de la distancia y magnitud de los obgetos en los experimentos que se propusiere hacer. Y añadiremos las construcciones siguientes para la distancia de la última imagen de un obgeto al ojo, á fin de manifestar cuánto discrepa, en los mas de los casos, de la distancia aparente del obgeto.

607 Cuestión VIII. *Manifestar de qué manera varia la distancia del ojo y de la última imagen de un obgeto, al paso que el ojo, el obgeto ó el systema refringente, sea el que fuere, se mueve ácia adelante ó ácia atrás.*

Fig. 441. Quedándose todo como antes, tómese una perpendicular Ms' igual á MS , y tírese $s'S$, que corte en x una perpendicular levantada en O ; quando el obgeto y el systema son fijos, y se mueve el ojo á lo largo de OP , es evidente que Ox siempre será igual á la distancia OS del ojo y de la última imagen del obgeto P .

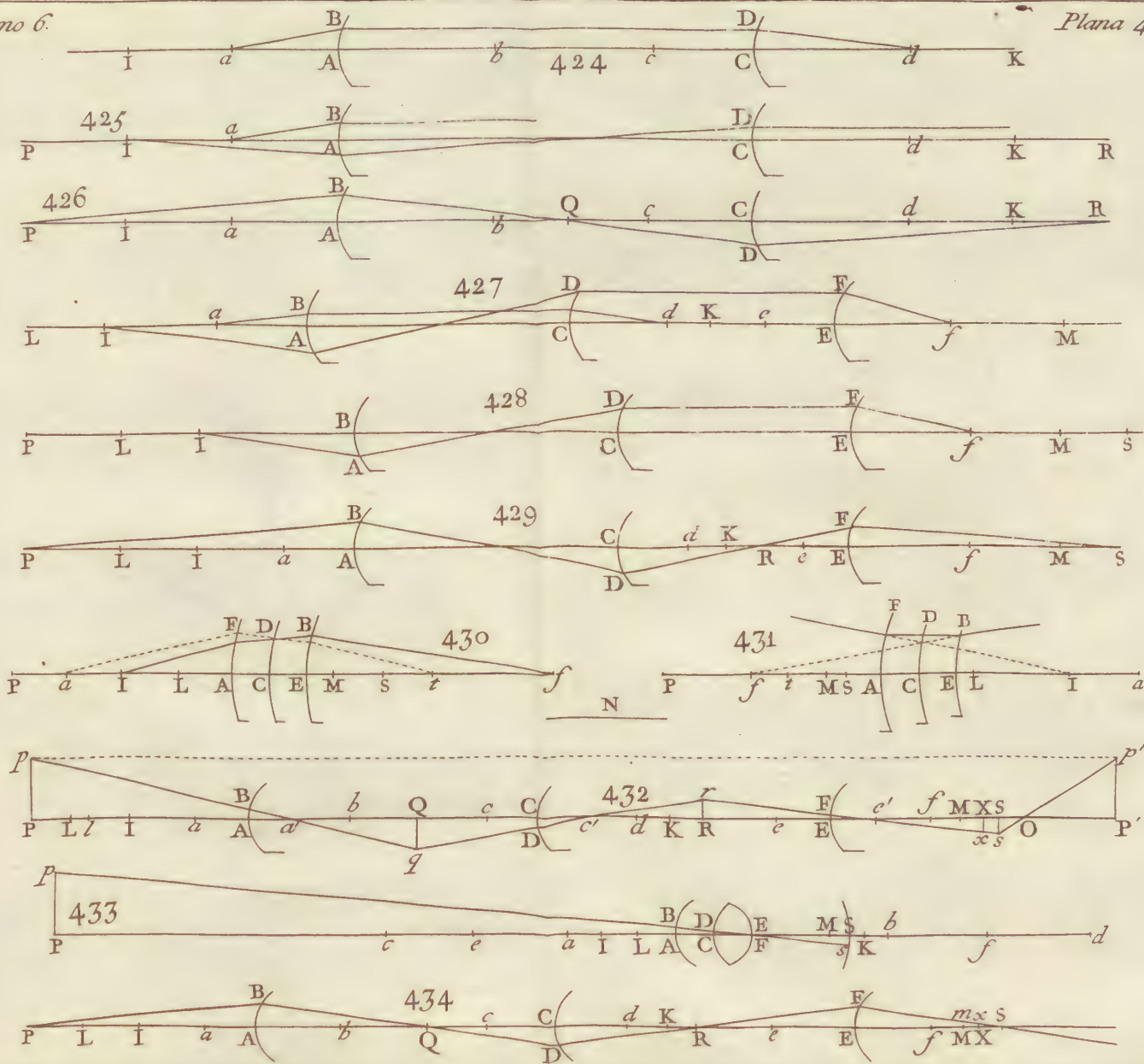
Levántese en L una perpendicular Lo' igual á MO ; tírese $o'p''$ paralela á LP , que corte en p'' una perpendicular levantada en P ; y desde o' como centro, siendo $o'L$ y $o'p''$ las asímtotas, trácese por el focus R una hypérbola que corte en y la perpendicular Pp'' ; Py será la distancia de la última imagen al ojo, quando el ojo y el systema fuerén fijos, y se moviere el obgeto á lo largo de OP .

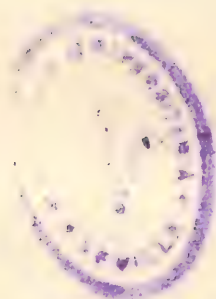
Porque yá que $Pp'' = Lo' = MO$, tendremos $Py = OS$, tomando $p''y = MS = \frac{Tn^2}{PL} = \frac{Tn^2}{o'p''}$; de donde se saca $o'p'' \times p''y = Tn^2$; esto manifiesta que el lugar del punto y es una hypérbola que pasará por R ; porque $RL \times Lo' = RL \times MO = Tn^2$.

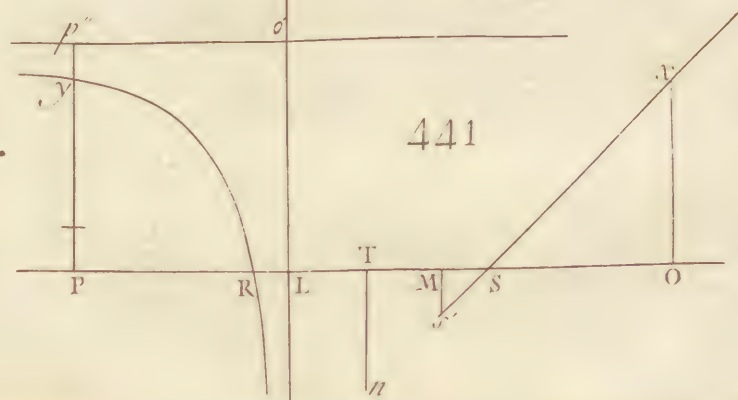
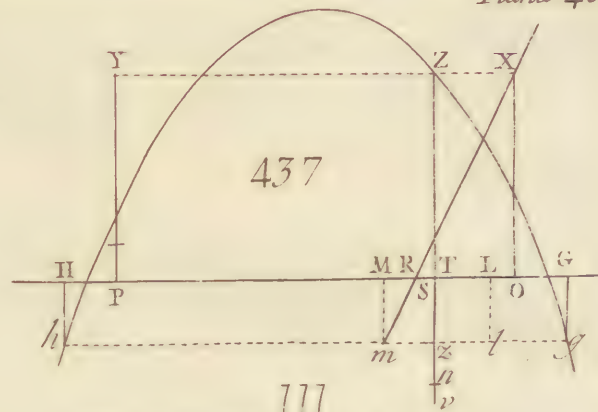
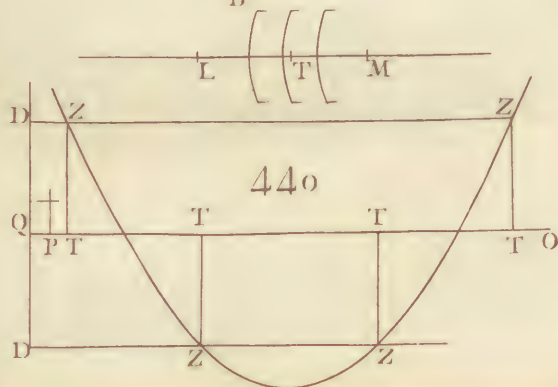
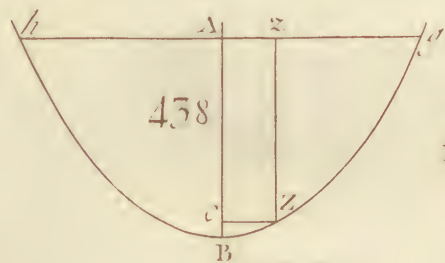
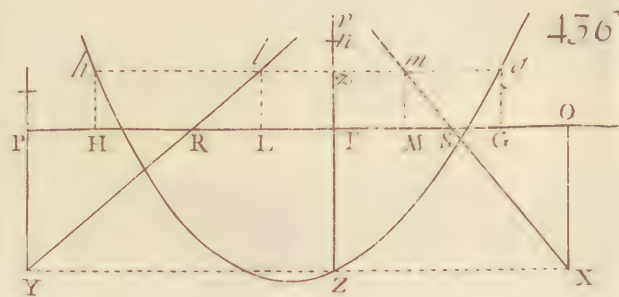
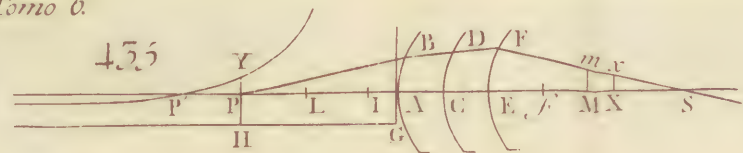
442. Finalmente, levántese una perpendicular $HF = HG$,

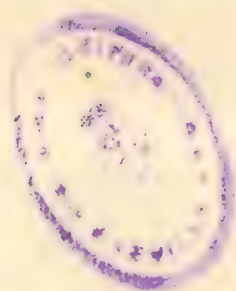
443. y tírese FG que corte en E la perpendicular nT prolongada; en la qual tómese $Ee' = \frac{Tn^2}{HT}$, que se colocará debajo de E ; si HT estuviere del mismo lado que G respecto de H ; sinó, ha de estar mas arriba; y tomando F por centro, FG y FH por asímtotas, trácese por el punto e' una hypérbola $g'e'd$; mientras el ojo y el obgeto fuesen fijos, y se moviere el punto T con el systema, la perpendicular Te' siempre será igual á la distancia de la última imagen al ojo.

Por-









Porque, por construcción, la línea Ee' es recíprocamente como HT , ó recíprocamente como FE , porque HT es á FE en la razón dada de HG á FG ; quiero decir, que la magnitud del rectángulo $FE \times Ee'$ es invariable, y por consiguiente el lugar del punto e' es una hypérbola. Fuera de esto, por construcción, $TE = TG = MO$; luego $Te' = TE - Ee' = MO - \frac{Tn^2}{HT} = MO - \frac{Tn^2}{PL} = MO - MS = OS$. Fig.

608 Si la hypérbola $g'e'd'$ cortare la línea OP en g' y d' ; quando el punto T del systema llegare á g' ó d' , la última imagen del objeto puesto en P caerá en O donde está el ojo, porque $Te' = o$.

609 Si dados dos puntos O, P se nos propone determinar en que lugar entre dichos dos puntos, se ha de poner una lente, una superficie, ó un systema de lentes ó superficies para que los rayos que vienen de P concurren en O despues de todas las refracciones; tiraremos por n una línea $G'nD'$ paralela á PO , que corte en G' y D' , un semicírculo cuyo diámetro sea GH ; las perpendiculares $G'g', D'd'$ al ege OP determinarán los puntos g', d' donde se ha de colocar T .

Porque quando OS ó Te' , esto es, $TG - \frac{Tn^2}{TH} = 0$, tenemos $HT \times TG = Tn^2 = g'G'^2 = d'D'^2 = Hg' \times g'G = Hd' \times d'G$, y por consiguiente T ha de coincidir con g' ó d' ; pero los datos han de ser tales que Tn sea menor que la mitad de HG ; pues si fuese mayor, será imposible que la línea $G'nD'$ corte el círculo cuyo diámetro es GH .

Fig. 610 Quando la distancia de la imagen al ojo llega á ser nula, la distancia aparente del objeto llega tambien á ser nula.

Porque la parábola (601) cortará la linea OP en los mismos puntos g' y d' que la hypérbola, quando esto es posible; esto es, quando Tn es menor que la mitad de GH . Hemos sacado (602) en la parábola la perpendicular $TZ = \frac{HT \times TG}{Tv} - Tz$, que siendo $= 0$, dá $Tv \times Tz \text{ ó } Tn^2 = HT \times TG = Hg' \times g'G$.

611 En todas las cuestiones que hemos resuelto, hemos considerado el caso mas general, esto es, el caso en que el systema de las superficies ó lentes tiene dos focus principales como L y M ; pero las superficies pueden estar en tal situacion que los rayos que dán paralelos en la primera, salgan paralelos de la última. Este caso particular se puede resolver del modo siguiente.

424. Si en la segunda cuestion suponemos que los focus b, c
 425. coincidan, los focus I, K se apartarán á una distancia in-
 426. finita. En este caso Pa es á dR en la razon dada del rectángulo $aA \times Ab$ al rectángulo $cC \times Cd$; y Pa y dR estarán del mismo lado de a y d .

Porque teniamos $Pa = \frac{aA \times Ab}{bQ}$, y $dR = \frac{cC \times Cd}{cQ}$; pero $bQ = cQ$, por ser $bc = 0$. Quando en este caso y los que se le parecen, el systema no tiene focus principales, todos los lugares geométricos de los puntos X, Y, Z, x, y, e' son lineas rectas, en las construcciones precedentes.

612. Por la analogía que hay entre las reglas para
 ha-

hallar el focus de un manojo de rayos reflectidos por un espejo esférico, y el de un manojo de rayos refringidos por una simple superficie esférica (54 y 157), se echa de ver que las cuestiones y construcciones que acabamos de dar, se pueden aplicar facilmente á los rayos succesivamente reflectidos por un número qualquiera de superficies esféricas colocadas en medios dados, y bien que solo hemos hecho mencion de las superficies esféricas, son no obstante todas las conclusiones las mismas respecto de otras qualesquiera superficies de igual curvatura que las superficies esféricas (59).

Dado un telescopio catóptrico ó dióptrico, cuya abertura y ocular son determinados por experiencia, hallar la longitud, la abertura y el ocular de otro telescopio que represente un obgeto con tanta claridad y distincion como el telescopio dado, y le aumente cierto número de veces.

613 *En qualesquiera especies de telescopios y microscopios dobles, la indistincion aparente de un obgeto dado es directamente como la area del círculo de aberracion en el focus del obgetivo, y recíprocamente como el quadrado de la distancia focal del ocular.*

En la vision con la vista sola, ó por vidrios, la indistincion aparente de un obgeto es como la area de un círculo de aberracion en la imagen de dicho obgeto estampada en el fondo del ojo; porque como todo punto sensible del fondo del ojo es el centro de un círculo de aberracion, le hieren á un tiempo rayos mezclados unos con otros de

Fig. de otros tantos manojos diferentes quantos puntos sensibles hay en la area del espresado círculo (316); de donde resulta indispensablemente una sensacion confusa del mismo número de puntos visibles del obgeto, de los quales vienen todos los espresados manojos; y dicho número de puntos es como la area del círculo de aberracion, sea la que fuere la estension de un punto sensible del fondo del ojo. Pero en la vision por un telescopio, el diámetro de un círculo de aberracion, en la imagen estampada en el fondo del ojo, es como la magnitud aparente del diámetro del círculo correspondiente de aberracion en el focus comun de los vidrios, esto es, como el ángulo en el centro del ocular, que dicho diámetro subtende (535), y por consiguiente directamente como el mismo diámetro, y recíprocamente como la distancia focal del ocular (143). Es, pues, la area de dicho círculo de aberracion en el fondo del ojo, directamente como la area del círculo correspondiente de aberracion en el focus del obgetivo, y recíprocamente como el quadrado de la distancia focal del ocular.

614 Luego en toda especie de telescopios y microscopios dobles, un obgeto parece igualmente distinto, quando las distancias focales de los oculares son como los diámetros de los círculos de aberracion en el focus de los obgetivos.

615 Aquí no llevamos en cuenta la confusion que puede provenir de las aberraciones que ocasionan los oculares, por ser tan corta que no merece ser atendida; y solo con-

consideramos la confusion que hay en los puntos de la ima- Fig.
gen , que están muy cerca del ege del telescopio , como los 402.
puntos *q*. Pero si este punto fuese perfectamente distin-
to , los rayos que despide saldrian sensiblemente parale-
los del ocular ; porque la latitud de este manojo cilíndrico
de rayos es estremadamente pequeña en comparacion de la
del ocular , por ser la latitud de dicho manojo á la de la aber-
tura del obgetivo , como la distancia focal del ocular á la
del obgetivo ; y porque las refracciones á una distancia tan
corta del ege son bastantemente regulares. La irregulari-
dad de estas refracciones proviene de la magnitud de la
abertura del obgetivo , y de su distancia focal. A esto se ha
de añadir que los rayos de diferente refringibilidad no pue-
den separarse sensiblemente en un trecho tan corto como
el que hay desde el ocular al ojo. Se sabe tambien por es-
periencia que los obgetos y las imágenes que son verdade-
ramente distintas , lo parecen bastante por oculares de un
focus muy corto , quando es muy chica su abertura. Todo
esto lo declararemos mas estensamente en otro lugar.

616 *En los anteojos , la indistincion aparente de un
obgeto dado , visto con un antejo , es directamente como la
area de la abertura del obgeto , y rectíprocamente como el
quadrado de la distancia focal del ocular.*

Esto es evidente por lo probado poco ha (613),
pues la area del círculo de aberracion en el focus del ob-
getivo es como la area de su abertura (295), y las
aberraciones que provienen del ocular (615), de su
es-

Fig. esfericidad y de la del obgetivo , son estremadamente pequeñas (314).

617 Por consiguiente, en los anteojos, un obgeto dado parece igualmente distinto , quando los diámetros de las aberturas de sus obgetivos son como las distancias focales de sus oculares.

618 *En qualesquiera especies de telescopios , el resplandor aparente de un obgeto dado es directamente como el quadrado del diámetro de la abertura , y recíprocamente como el quadrado de la amplificacion linear.*

Porque si los quadrados de las amplificaciones lineares , esto es , si las areas de las imágenes estampadas en el fondo del ojo fueren unas mismas , la claridad de dichas imágenes sería como la cantidad de luz que pasa por dichas aberturas , esto es, como los quadrados de los diámetros de dichas aberturas ; y si las aberturas ó cantidades de luz fuesen unas mismas , la claridad de la imagen sería recíprocamente como las areas de dichas imágenes , ó recíprocamente como los quadrados de las amplificaciones lineares. Luego quando las amplificaciones son diferentes, y lo son tambien las aberturas , la claridad es directamente como el quadrado de los diámetros de las aberturas , y recíprocamente como el quadrado de las amplificaciones lineares.

619 Luego 1.º En los anteojos y telescopios catóptricos , la claridad con que se vé un obgeto es la misma quando los diámetros de sus aberturas son como las ampli-

plificaciones lineares , esto es , directamente como las distancias focales de los obgetivos, y recíprocamente como las distancias focales de los oculares. Fig.

620 2.º Si la latitud de la abertura de un obgetivo, y la distancia focal del ocular crecen cada una en una razon qualquiera dada , la distincion será la misma que antes (617), y la amplificacion linear ó magnitud aparente del diámetro de los obgetos menguará en la misma razon (535); pero el resplandor aparente crece-
rá (618) en una razon quadruplicada de la primera razon , y recíprocamente.

621 Hemos de prevenir sin embargo , que quando afirmamos que la distincion con que se vé un obgeto en un anteojó , es la misma en los supuestos que hemos hecho , no concordamos de todo punto con la experiencia. Esta observacion es de Huyghens , y la hizo mirando un mismo obgeto con diferentes anteojos , ó con el mismo variando sus aberturas , y halló que el obgeto no parecia del todo tan distinto con una abertura mayor como con otra menor. Halló tambien mirando con una misma abertura obgetos de diferente resplandor , que la indistincion aparente de los obgetos cuyo resplandor era mayor, era algo mayor que la de los obgetos menos resplandecientes; de suerte que se les puede dar una abertura algo mayor á los anteojos quando se trata de observar planetas que reflecten poca luz , que quando se han de observar los que la reflecten en mucha cantidad.

En

Fig. 622 *En los telescopios catóptricos, la indistincion aparente de un objeto dado es directamente como la sexta potencia del diámetro de la abertura del espejo, y recíprocamente como la quarta potencia de su distancia focal, multiplicada por el quadrado de la del ocular.*

La area de un círculo de aberracion en el focus de un espejo es directamente como la sexta potencia del diámetro de su abertura, y recíprocamente como la quarta potencia de su distancia focal (309 y 307); luego la indistincion aparente del objeto es directamente como la sexta potencia del diámetro de la abertura del espejo, y recíprocamente como la quarta potencia de su distancia focal, multiplicada por el quadrado de la distancia focal del ocular (613):

623 Por consiguiente, en los telescopios catóptricos un objeto parece con la misma distincion, quando los cubos de los diámetros de las aberturas de los espejos son como los productos de los quadrados de las distancias focales por las de los oculares, ó quando las distancias focales de los oculares son como los cubos de los diámetros de las aberturas de los espejos, divididos por los quadrados de sus distancias focales.

624 *En los anteojos de diferentes longitudes, un objeto parece igualmente claro y distinto, quando los diámetros de sus aberturas y las distancias focales de sus oculares son como las raices quadradas de sus longitudes ó de las distancias focales de sus obgetivos; y entonces las amplifi-*
ca-

caciones lineares son tambien como las raices quadradas de Fig. las mismas longitudes.

Porque para ver el obgeto con la misma claridad, el producto del diámetro de la abertura por la distancia focal del ocular ha de ser como la longitud del anteojo (619); y para verle con la misma distincion, el diámetro de la abertura ha de ser como la distancia focal del ocular (617); es, pues, preciso para cumplir á un tiempo con estas dos condiciones, que el quadrado del diámetro de la abertura, y el quadrado de la distancia focal del ocular sean cada uno como la longitud del anteojo; y que por lo mismo el diámetro de la abertura, igualmente que la distancia focal del ocular, sean como la raiz quadrada de la espresada longitud. La amplificacion linear ó magnitud aparente del diámetro del obgeto, que es como el diámetro de la abertura, será tambien por lo mismo como la raiz quadrada de la longitud del anteojo.

625 El anteojo de comparacion de Huyghens de 30 pies tenia una abertura de tres pulgadas de diámetro, y un ocular de tres pulgadas y tres décimas de focus.* En virtud de estas medidas formó la tabla siguiente para las aberruras, y los oculares que han de llevar otros anteojos, practicando la regla siguiente.

Multiplíquese el número de pies de la distancia focal

del

* La distancia focal del obgetivo de comparacion de Huyghens, su abertura, y la distancia focal de su ocular, y las dimensiones señaladas en

Fig. del obgetivo propuesto por 3000, la raíz quadrada del producto dará la latitud de su abertura en centésimas de pulgada, y la misma latitud, añadiéndola su décima parte,

da-
su tabla respecto de los anteojos de diferentes longitudes, están espresadas en pies, y pulgadas Rhitlándicas. Hemos tenido por conveniente reducirlo todo á pies y pulgadas de París, por ser una medida mas conocida. La reduccion se ha egecutado en el supuesto de haber entre el pie Rhitlándico, y el de París la misma razon que entre 1000 y 1035, cuya razon discrepa muy poco de la que señalamos en otro lugar (I.690). En virtud de esto, la distancia focal del obgetivo de Huyghens viene á ser, con corta diferencia, de 29 pies de París, la latitud de su abertura de 2,91 pulgadas, y el focus de su ocular de 3,19 pulgadas. Por medio de estas medidas, y teniendo presente lo dicho (624), ha sido facil calcular las aberturas, y distancias focales que se vén en otra columna al lado de las primeras en la Tabla. Escusamos prevenir que esta Tabla solo sirve para los anteojos ordinarios; para los nuevos se necesitan otras fundadas en otros principios.

Hemos de prevenir que como el obgetivo de comparacion de Huyghens era de mediana perfeccion, las proporciones de las aberturas, y distancias focales de los oculares correspondientes á las longitudes de los anteojos de las tablas, suponen obgetivos del mismo grado de perfeccion no mas. Si los obgetivos tuviesen el grado de perfeccion que se les consigue dár algunas veces, aguantarian aberturas mayores, y oculares de un focus mas corto, y por lo mismo amplificarian mas. Huyghens habla de un obgetivo de 34 pies de focus, que aguantaba una abertura de 4 pulgadas, y un ocular de $2\frac{1}{2}$ pulgadas (hablamos aqui, y en todo este párrafo de pies, y pulgadas Rhitlándicas), el qual amplificaba 163 veces. Luego un obgetivo de 35 pies tan perfecto como el antecedente, amplificaría 166 veces, y uno de un pie, 28 veces, siendo así que por la tabla el primero solo amplifica 118 veces, y el segundo 20. Pero $\frac{166}{118} \approx 1,4$ ó $\frac{28}{20} = 1,4$; luego si tuvieramos obgetivos tan perfectos como el de Huyghens de que acabamos de hablar, y quisiéramos hallar su virtud am-

dará la distancia focal del ocular en centésimas de pulgada. Por lo que mira á la virtud amplificante , será como la latitud ó diámetro de las aberturas. Fig.

amplificante , todo se reduciría á multiplicar por 1,4 las virtudes amplificantes de los obgetivos de la Tabla , que fuesen de un mismo focus. Y para hallar las aberturas y los oculares que se les debería dar , se practicaría lo mismo respecto de los otros ; quiero decir , que sería preciso arreglarse á lo dicho (624) , reduciendo primero , si se quisiese sacar todo en pies , y pulgadas de París , la distancia focal del último obgetivo de Huyghens , su abertura , y la distancia focal de su ocular á pies y pulgadas de París.

<i>Long. del anteojo ó distancia focal del objetivo.</i>	<i>Ancho de la abertura del objetivo.</i>		<i>Distancia focal del ocular.</i>		<i>Amplificacion linear, ó virtud amplificante.</i>	
	<i>Fies.</i>	<i>Pulg. del Rhin.</i>	<i>Pulg. de Paris.</i>	<i>Pulg. del Rhin.</i>	<i>Pulg. de Paris.</i>	
1		0,55	0,55	0,61	0,59	20
2		0,77	0,76	0,85	0,84	28
3		0,95	0,94	1,05	1,03	34
4		1,09	1,08	1,20	1,18	40
5		1,23	1,21	1,35	1,35	44
6		1,34	1,32	1,47	1,45	49
7		1,45	1,43	1,60	1,57	53
8		1,55	1,53	1,71	1,68	56
9		1,64	1,62	1,80	1,77	60
10		1,73	1,71	1,90	1,87	63
12		1,89	1,87	2,08	2,05	69
13		1,97	1,95	2,17	2,14	72
15		2,12	2,09	2,32	2,29	77
18		2,32	2,29	2,55	2,51	85
20		2,45	2,42	2,70	2,65	89
25		2,74	2,70	3,01	2,96	100
30		3,00	2,96	3,30	3,24	109
35		3,24	3,20	3,56	3,51	118
40		3,46	3,42	3,81	3,75	126
45		3,67	3,63	4,04	3,98	133

<i>Long. del anteojo ó distancia focal del objetivo.</i>	<i>Ancho de la abertura del objetivo.</i>		<i>Distancia focal del ocular.</i>		<i>Amplificacion linear, ó virtud amplificante.</i>	
	<i>Pulg. del Rhin.</i>	<i>Pulg. de Paris.</i>	<i>Pulg. del Rhin.</i>	<i>Pulg. de Paris.</i>		
50	3,87	3,82	4,26	4,19	141	143
55	4,06	4,01	4,47	4,40	148	150
60	4,24	4,19	4,66	4,59	154	156
70	4,58	4,53	5,04	4,96	166	169
80	4,90	4,84	5,39	5,30	178	181
90	5,20	5,13	5,72	5,63	189	192
100	5,48	5,41	6,03	5,93	199	202
120	6,00	5,92	6,60	6,49	218	222
140	6,48	6,39	7,13	7,01	235	239
160	6,93	6,84	7,62	7,50	252	256
180	7,35	7,26	8,09	7,96	267	271
200	7,75	7,65	8,53	8,39	281	286
220	8,12	8,02	8,93	8,79	295	300
240	8,48	8,36	9,33	9,17	308	314
260	8,83	8,72	9,71	9,56	321	326
280	9,16	9,05	10,08	9,93	333	338
300	9,49	9,37	10,44	10,27	345	350
400	10,95	10,82	12,05	11,86	398	404
500	12,25	12,09	13,47	13,26	445	452
600	13,42	13,25	14,76	14,52	488	496

Fig. Porque como el obgetivo del anteojo de comparación tenia 30 pies de focus, si tomamos F para espresar la distancia focal de otro obgetivo, hemos de hacer, por lo probado (624), $\sqrt{30}$ es á $\sqrt{F}$, como 3 pulgadas, diámetro de la abertura de comparación, ó 3,00, ó $\sqrt{(3,00 \times 3,00 F)}$ al diámetro de la abertura que se busca, que por consiguiente será $\sqrt{(0,3000 F)}$, y por este camino se halla en centésimas de pulgada. La distancia focal del ocular del anteojo de comparación era de 3,3 pulgada; quiero decir, que era una décima mayor que el diámetro de la abertura del obgetivo; por consiguiente la distancia focal del nuevo ocular, habia de ser, por lo probado (624), una décima mayor que el diámetro de la abertura del nuevo obgetivo.

626 Huyghens dió tambien las instrucciones siguientes para poder ver con estos anteojos toda especie de obgetos, así de día como de noche. Las proporciones que se les han dado en la tabla, son las que les corresponden, á fin de que sean acomodados para las observaciones astronómicas; y por consiguiente se debería procurar que la claridad fuese mayor en dichos anteojos, si hubiesen de servir de día. Porque quando el ojo está deslumbra- do por el resplandor del día, no se vén sino obscuramente con los anteojos, los obgetos que con ellos se vén de noche con bastante claridad. Por lo que, dice Huyghens, quando he querido usar de dichos anteojos para observar de día, he hallado que se han de mudar los oculares, substituyendo en su lugar otros de un focus duplo; en virtud de

de esto el resplandor aparente llega á ser quádruplo de lo Fig.
que era , menguando en la misma razon (535) las
superficies de las imágenes estampadas en el fondo del ojo;
porque como la abertura no muda , la cantidad de luz que
se introduce en el anteojo , tampoco muda ; y por consi-
guiente el espacio en que dá , está tanto mas iluminado,
quanto menor es.

Si , sin mudar el ocular , se mudase la abertura , tam-
bien se conseguiría aumentar la claridad ; pero como en-
tonces serian mayores las aberraciones , los iris y las *ne-
bulosidades* , que de ellas resultan , serian tambien mayo-
res , y por consiguiente esto no es practicable.

627 Pero ya que con substituir un ocular de un fo-
cus mas largo , la indistincion aparente que hemos consi-
derado hasta ahora , mengua ¿por qué no se podrá aumen-
tar la abertura del obgetivo hasta que el grado de indis-
tincion vuelva á ser el mismo que el de un anteojo , cu-
yas dimensiones estén determinadas por la tabla ? Se ga-
naría por lo que mira á la luz , y no se perdería nada por
lo que toca á la distincion (620).

No se puede practicar lo que propone la pregunta;
porque los iris que provienen de la resolucion de la luz,
llegan á ser mas sensibles , bien que sean de la misma can-
tidad , conforme crece la claridad de la imagen ; porque
al mismo tiempo crece su viveza. Y la esperiencia nos en-
seña que si se dá mas abertura á los anteojos que sirven
de dia , los iris empiezan á alterar la representacion de

Fig. los obgetos que tienen mucho resplandor. Es, pues, preciso guardarse de tocar las aberturas.

628 También se puede preguntar : ¿Si se quisiese hacer uso de un anteojo , con el qual se observa Saturno, para observar la luna que tiene cien veces mas resplandor (pues está diez veces mas inmediata al sol), no se podría disminuir la latitud de su abertura , y la distancia focal del ocular en la misma razon , á fin de que las regiones de la luna pareciesen no con mas resplandor que las de Saturno , sino mucho mayores que antes ? Por egeemplo, si en un anteojo de 30 pies , se reducen las tres pulgadas de abertura á $\sqrt{\frac{9}{10}}$ de pulgada ; quiero decir , si se hace la latitud de dicha abertura algo menor que el tercio de lo que era al principio , y se disminuye la distancia focal del ocular en la misma razon , la claridad aparente en estos dos anteojos debería estar en la razon quadruplicada de 3 á $\sqrt{\frac{9}{10}}$, esto es , como 100 á 1 ; y como las regiones de la luna tienen 100 veces mas resplandor que las de Saturno , la luna observada con el último de estos dos anteojos , no debería tener mas resplandor que Saturno observado con el primero. La indistincion aparente que hemos considerado hasta aquí , sería tambien la misma en ambos (620), y la luna sería mas amplificada que Saturno , en la razon de 3 á $\sqrt{\frac{9}{10}}$ (535) que es mas que tripla. Parece muy ventajosa á primera vista esta reduccion de la abertura y del ocular ; pero en realidad no lo es de ningun modo por dos razones : la primera , porque se distinguen mejor las partes pe-

pequeñas de la luna , quando toda la luz entra en el antejo, Fig. que quando está muy aumentada; bien que no se gana á proporcion de la luz que recibe el antejo. La segunda, porque quando se ha disminuido mucho la abertura, los bordes de las imágenes estampadas en el fondo del ojo llegan á ser confusos; y esto merece muchísima atencion , igualmente que los límites de esta confusion. No hay duda en que á medida que se disminuye la abertura , los manogitos cilíndricos de rayos , que al salir del ocular se introducen en el ojo , son disminuidos en proporcion. Pero si el diámetro de uno de estos manojos es menor que $\frac{1}{5}$ ó $\frac{1}{6}$ de linea; esto es , menor que $\frac{1}{60}$ ó $\frac{1}{72}$ de pulgada , las imágenes tendrán sus bordes confusos y mal terminados , por una razon que no se sabe , y pende de la forma del ojo , sea que esto proceda de la choroide , de la retina ó de los humores ; porque si se mira por un agujero menor que $\frac{1}{5}$ ó $\frac{1}{6}$ de linea , hecho en una plancha delgada , los bordes de los obgetos empiezan á parecer confusos , y lo parecen tanto mas quanto menor es el agujero. Pero es facil probar que en el último antejo de que hemos hablado , el manojito cilíndrico de rayos es muy delgado. Porque con aumentar el diámetro de la abertura $\frac{1}{10}$ (625) , la distancia focal del ocular llega á ser de $\frac{11}{10} \sqrt{\frac{9}{10}}$ de pulgada ; y por causa de los triángulos semejantes , cuyos ángulos en el focus comun q están subtensos por el diámetro de la abertura , y por el del manogito cilíndrico que se busca , la distancia focal del obgetivo es á la del ocular , como

Fig. el diámetro de la abertura es al diámetro del manajo ; esto es , 30 pies , ó 360 pulgadas son á $\frac{11}{10} \sqrt{\frac{2}{10}}$ de pulgada , como $\sqrt{\frac{2}{10}}$ de pulgada son á $\frac{11}{4000}$ de pulgada , ó $\frac{1}{30}$ de linea con poca diferencia , cuya cantidad es mucho menor que $\frac{1}{6}$. Pero en el antejo cuyas dimensiones están determinadas en la tabla , tenemos 360 son á $3\frac{1}{10}$ como 3 son á $\frac{11}{400}$ de pulgada ó $\frac{1}{3}$ de linea , al poco mas ó menos , para el diámetro del manajo , y en esto no puede haber inconveniente ; por donde se hecha de ver que no se puede disminuir la latitud de la abertura , y el focus del ocular mucho mas que un tercio ; porque aun entonces el diámetro del pequeño cilindro , á la vista , no pasará mucho de $\frac{1}{5}$ de linea. Lo mismo se debe decir de los antejos de qualesquiera longitudes , cuyas dimensiones están determinadas en la tabla , siendo uno mismo en todas el diámetro del pequeño cilindro de que se trata. Porque en virtud de la proporcion de que hemos hecho mencion , este diámetro es igual al producto de la latitud de la abertura por la distancia focal del ocular , dividido por la distancia focal del obgetivo , y es por lo mismo proporcional al diámetro de la abertura directamente , y á la amplificacion linear recíprocamente ; cuyas razones han de formar una razon de igualdad , para que subsista el mismo grado de claridad aparente (619).

629 Por consiguiente , aunque para observar á Venus hagamos uso de uno de los antejos con los quales observamos á Saturno , y sea la luz de Venus 225 veces mayor que la de Saturno , porque está quince veces mas inme-
dia-

diata al sol , no se ha de disminuir sin embargo el diámetro de la abertura mas de un tercio ; y si se hallare que pasa todavía mucha luz , bastará obscurecer el ocular con el humo de una vela , para disminuir su cantidad. Porque , además de la razon que hemos dado , hay otra para no disminuir demasiado la abertura , y es que todas las ampollitas y venas del ocular se hacen mas reparables , interceptando en todo ó en mucha parte los manogitos cilíndricos de que hemos hablado , y quitan por consiguiente la vista de las partes del objeto de donde vienen dichos manogitos.

630 De todo esto se infiere que se pueden alargar con utilidad los anteojos á arbitrio siguiendo las leyes de la tabla , pues no solo la claridad y distincion se quedan las mismas , sino que los manojos de rayos que entran en el ojo , guardan tambien sus diámetros. Finalmente para observar las estrellas pequeñas , y particularmente los satélites de Júpiter y Saturno , el medio mas acertado es aumentar mucho la abertura , y el focus del ocular. Porque como no se les vé con el antejo sino como puntos , no se gana nada con empeñarse en aumentar mucho sus diámetros ; pero se debe aumentar su resplandor quanto se pueda , y esto se logra principalmente aumentando la abertura ; haciendo , por ejemplo , que su ancho sea duplo de lo que era , entra quatro veces mas luz en el instrumento , y duplicando al mismo tiempo la distancia focal del ocular , se queda la distincion la misma que antes (617). Por lo que mira al resplan-

Fig. plandor, no por esto llega á ser 16 veces mayor, conforme debería ser en virtud de lo dicho (620), solo llega á ser quádruplo ; porque, conforme hemos dicho, la imagen del astro en el fondo del ojo no es mas que un punto sensible , cuyo resplandor no se puede por consiguiente aumentar con disminuir su diámetro, sino con añadir una nueva luz. No sucede lo propio si observamos con el mismo anteojo la luna y los planetas principales en los quales cada parte recibe 16 veces mas luz que antes. Así , ensanchando la abertura , aumentaremos mucho la fuerza que ha de tener el anteojo para descubrir las estrellas chicas y los satélites de Júpiter y Saturno ; por manera que un objetivo de 30 pies , cuya abertura fuese de 6 pulgadas , ó dupla de la abertura ordinaria , podrá dar tal vez tanto, y ser tan aventajado como otro de 120 pies , que tuviese 6 pulgadas de abertura.

631 *En los telescopios catóptricos de diferentes longitudes , un obgeto parece igualmente claro y distinto , quando los diámetros de sus aberturas , igualmente que sus ampli-ficaciones lineares , son como las raices quartas de los cubos de sus longitudes ; y por consiguiente quando las distancias focales de sus oculares son tambien como las raices quartas de las mismas longitudes.*

Sea A el diámetro de la abertura del espejo cóncavo ; L , su distancia focal ó la longitud del telescopio ; F , la distancia focal del ocular. Quando la distincion es dada, A^3 es como FLL (623); y quando la claridad es dada,

da, la amplificacion, ó $\frac{L}{F}$ es como A (619); quiero decir, Fig. que F es como $\frac{L}{A}$. Luego quando la distincion y la claridad son dadas ambas, A^3 es como $\frac{L^3}{A}$, ó A^4 como L^3 ó A como $\sqrt[4]{L^3}$. Pero la amplificacion $\frac{L}{F}$ es como A , esto es, como $\sqrt[4]{L^3}$; luego F será como $\frac{\sqrt[4]{L^4}}{\sqrt[4]{L^3}}$ ó $\sqrt[4]{L}$.

632 En el telescopio catóptrico de Halley, $L = 62\frac{1}{2}$ pulgadas, $F = \frac{1}{3}$ ó $\frac{3}{10}$ ó $\frac{11}{40}$ de pulgada. Porque hace uso de tres oculares distintos, y dá al espejo tres aberturas diferentes, cuyos anchos son $4\frac{1}{2}$, 5, $5\frac{1}{2}$ pulgadas. Las amplificaciones lineares ó $\frac{L}{F}$ son $187\frac{1}{2}$, $208\frac{1}{3}$, $227\frac{3}{11}$ respectivamente.

Tomando por término de comparacion el ocular medio, y la abertura que le corresponde, se ha calculado la tabla siguiente de las dimensiones que se han de dár á los telescopios de diferentes longitudes que se quisieren construir.

truir.	228.6	202	720	718.0	448.0
117.5	100.0	100	360	359.0	224.0
58.75	50.0	50	180	179.5	112.0
29.375	25.0	25	90	89.75	56.0
14.6875	12.5	12.5	45	44.875	28.0
7.34375	6.25	6.25	22.5	22.4375	14.0
3.671875	3.125	3.125	11.25	11.21875	7.0
1.8359375	1.5625	1.5625	5.625	5.609375	3.5
0.91796875	0.78125	0.78125	2.8125	2.8046875	1.75
0.458984375	0.390625	0.390625	1.40625	1.40234375	0.875
0.2294921875	0.1953125	0.1953125	0.703125	0.701171875	0.4375
0.11474609375	0.09765625	0.09765625	0.3515625	0.3505859375	0.21875
0.057373046875	0.048828125	0.048828125	0.17578125	0.17529296875	0.109375
0.0286865234375	0.0244140625	0.0244140625	0.087890625	0.087646484375	0.0546875
0.01434326171875	0.01220703125	0.01220703125	0.0439453125	0.0438232421875	0.02734375
0.007171630859375	0.006103515625	0.006103515625	0.02197265625	0.02191162109375	0.013671875
0.0035858154296875	0.0030517578125	0.0030517578125	0.010986328125	0.010955810546875	0.0068359375
0.00179290771484375	0.00152587890625	0.00152587890625	0.0054931640625	0.0054779052734375	0.00341796875
0.000896453857421875	0.000762939453125	0.000762939453125	0.00274658203125	0.00273895263671875	0.001708984375
0.0004482269287109375	0.0003814697265625	0.0003814697265625	0.001373291015625	0.001369476318359375	0.0008544921875
0.00022411346435546875	0.00019073486328125	0.00019073486328125	0.0006866455078125	0.0006847381591796875	0.00042724609375
0.000112056732177734375	0.000095367431640625	0.000095367431640625	0.00034332275390625	0.00034236907958984375	0.000213623046875
5.66e-05	4.76837158203125e-05	4.76837158203125e-05	0.000171661376953125	0.000171184539794921875	0.0001068115234375
2.83e-05	2.384185791015625e-05	2.384185791015625e-05	8.58306884765625e-05	8.559226989746094e-05	5.340576171875e-05
1.415e-05	1.1920928955078125e-05	1.1920928955078125e-05	4.291534423828125e-05	4.279613494873047e-05	2.6702880859375e-05
7.075e-06	5.96046447865625e-06	5.96046447865625e-06	2.1457672119140625e-05	2.1398067474365234e-05	1.33514404296875e-05
3.5375e-06	2.980232239328125e-06	2.980232239328125e-06	1.0728836059570312e-05	1.0699033737182617e-05	6.67572021484375e-06
1.76875e-06	1.4901161196640625e-06	1.4901161196640625e-06	5.364418029785156e-06	5.349516868591308e-06	3.337860107421875e-06
8.84375e-07	7.450580598320312e-07	7.450580598320312e-07	2.682209014892578e-06	2.674758434295654e-06	1.6689300537109375e-06
4.421875e-07	3.7252902990722656e-07	3.7252902990722656e-07	1.341104507446289e-06	1.337379217147827e-06	8.344650268554687e-07
2.2109375e-07	1.8626451495361328e-07	1.8626451495361328e-07	6.705522537231445e-07	6.686896085739135e-07	4.172325134277343e-07
1.10546875e-07	9.313225747680664e-08	9.313225747680664e-08	3.3527612686157225e-07	3.3434480428695675e-07	2.0861625671386718e-07
5.52734375e-08	4.656612873840332e-08	4.656612873840332e-08	1.6763806343078612e-07	1.6717240214347835e-07	1.0430812835693359e-07
2.763671875e-08	2.328306436920166e-08	2.328306436920166e-08	8.381903171539306e-08	8.358620107173917e-08	5.215406417846679e-08
1.3818359375e-08	1.164153218460083e-08	1.164153218460083e-08	4.190951585769653e-08	4.179310053586958e-08	2.6077032089233395e-08
6.9091796875e-09	5.820766092300415e-09	5.820766092300415e-09	2.0954757928848265e-08	2.090655026793479e-08	1.3038516044616697e-08
3.45458984375e-09	2.9103830461502075e-09	2.9103830461502075e-09	1.0477378964424132e-08	1.0453275133967395e-08	6.519258022308348e-09
1.727294921875e-09	1.4551915230751039e-09	1.4551915230751039e-09	5.238689482212066e-09	5.226637566983697e-09	3.259629011154174e-09
8.636474609375e-10	7.275957615375519e-10	7.275957615375519e-10	2.619344741106033e-09	2.6133187834918485e-09	1.629814505577087e-09
4.3182373046875e-10	3.6379788076877834e-10	3.6379788076877834e-10	1.3096723705530165e-09	1.3066593917459242e-09	8.149072527885435e-10
2.15911865234375e-10	1.8189894038438917e-10	1.8189894038438917e-10	6.548361852765082e-10	6.533296958729621e-10	4.0745362639427175e-10
1.079559326171875e-10	9.094947019219458e-11	9.094947019219458e-11	3.274180926382541e-10	3.2666484793648105e-10	2.0372681319713586e-10
5.397796630859375e-11	4.547473509609729e-11	4.547473509609729e-11	1.6370904631912705e-10	1.6333242396824052e-10	1.0186340659856793e-10
2.6988983154296875e-11	2.2739367548048646e-11	2.2739367548048646e-11	8.185452315956352e-11	8.166621198412026e-11	5.0931703299283965e-11
1.3494491577148437e-11	1.1369683774024323e-11	1.1369683774024323e-11	4.092726157978176e-11	4.083310599206013e-11	2.5465851649641982e-11
6.747245788574219e-12	5.6848418870121616e-12	5.6848418870121616e-12	2.046363078989088e-11	2.0416552996030065e-11	1.2732925824820991e-11
3.373622894287109e-12	2.8424209435060808e-12	2.8424209435060808e-12	1.023181539494544e-11	1.0208276498015032e-11	6.3664629124104955e-12
1.6868114471435546e-12	1.4212104717530404e-12	1.4212104717530404e-12	5.11590769747272e-12	5.104138249007516e-12	3.1832314562052477e-12
8.434057235717773e-13	7.106052358765202e-13	7.106052358765202e-13	2.55795384873636e-12	2.552069124503758e-12	1.5916157281026238e-12
4.2170286178588865e-13	3.553026179382601e-13	3.553026179382601e-13	1.27897692436818e-12	1.276034562251879e-12	7.958078640513119e-13
2.1085143089294432e-13	1.7765130896913005e-13	1.7765130896913005e-13	6.3948846218409e-13	6.380172811259395e-13	3.9790393202565595e-13
1.0542571544647216e-13	8.88178419845625e-14	8.88178419845625e-14	3.19744231092045e-13	3.1900864056296975e-13	1.9895196601282797e-13
5.271285772323608e-14	4.440892099228125e-14	4.440892099228125e-14	1.598721155460225e-13	1.5950432028148487e-13	9.947598300641398e-14
2.635642886161804e-14	2.22044604961425e-14	2.22044604961425e-14	7.993605777301125e-14	7.975216014074243e-14	4.973799150320699e-14
1.317821443080902e-14	1.110223024807125e-14	1.110223024807125e-14	3.9968028886505625e-14	3.9876080070371215e-14	2.4868995751603495e-14
6.58910721540451e-15	5.551135124035625e-15	5.551135124035625e-15	1.9984014443252812e-14	1.9938040035185607e-14	1.2434497875801747e-14
3.294553607702255e-15	2.7755675620178125e-15	2.7755675620178125e-15	9.992007221626406e-15	9.969020017592803e-15	6.2172489379008735e-15
1.6472768038511275e-15	1.3877837810088125e-15	1.3877837810088125e-15	4.996003610813203e-15	4.9845100087964015e-15	3.1086244689504367e-15
8.236384019255637e-16	6.938918905044062e-16	6.938918905044062e-16	2.4980018054066015e-15	2.4922550043982007e-15	1.5543122344752183e-15
4.1181920096278185e-16	3.469459452522031e-16	3.469459452522031e-16	1.2490009027033007e-15	1.2461275021991003e-15	7.7715611723760915e-16
2.0590960048139092e-16	1.7347297262610156e-16	1.7347297262610156e-16	6.2450045135165035e-16	6.2306375109955015e-16	3.8857805861880457e-16
1.0295480024069546e-16	8.673648631305078e-17	8.673648631305078e-17	3.1225022567582517e-16	3.1153187554977507e-16	1.9428902930940228e-16
5.147740012034773e-17	4.336824315652539e-17	4.336824315652539e-17	1.5612511283791258e-16	1.5576593777488753e-16	9.714451465470114e-17
2.5738700060173865e-17	2.1684121578261964e-17	2.1684121578261964e-17	7.806255641895629e-17	7.788296888744376e-17	4.857225732735057e-17
1.2869350030086932e-17	1.0842060789130982e-17	1.0842060789130982e-17	3.9031278209478145e-17	3.894148444372188e-17	2.4286128663675285e-17
6.434675015043466e-18	5.421030394565491e-18	5.421030394565491e-18	1.9515639104739072e-17	1.947074222186094e-17	1.2143064331837642e-17
3.217337507521733e-18	2.7105151972827456e-18	2.7105151972827456e-18	9.757819552369536e-18	9.73537111093047e-18	6.071532165918821e-18
1.6086687537608665e-18	1.3552575986412478e-18	1.3552575986412478e-18	4.878909776184768e-18	4.867685555465235e-18	3.0357660829594105e-18
8.043343768804332e-19	6.776287993206239e-19	6.776287993206239e-19	2.439454888092384e-18	2.4338427777326175e-18	1.5178830414797052e-18
4.021671884402166e-19	3.3881439966031195e-19	3.3881439966031195e-19	1.219727444046192e-18	1.2169213888663087e-18	7.589415207398526e-19
2.010835942201083e-19	1.6940719983015597e-19	1.6940719983015597e-19	6.09863722023096e-19	6.0846069443315435e-19	3.794707603699263e-19
1.0054179711005415e-19	8.470359991507798e-20	8.470359991507798e-20	3.04931861011548e-19	3.0423034721657717e-19	1.8973538018496315e-19
5.027089855502707e-20	4.235179995753899e-20	4.235179995753899e-20	1.52465930505774e-19	1.5211517360828858e-19	9.486769009248157e-20
2.5135449277513535e-20	2.1175899978769495e-20	2.1175899978769495e-20	7.6232965252887e-20	7.605758680414429e-20	4.7433845046240785e-20
1.2567724638756767e-20	1.0587949989384747e-20	1.0587949989384747e-20	3.81164826264435e-20	3.8028793402072145e-20	2.3716922523120392e-20
6.283862319378383e-21	5.2939749946923735e-21	5.2939749946923735e-21	1.905824131322175e-20	1.9014396701036072e-20	1.1858461261560196e-20
3.1419311596891915e-21	2.6469874973461867e-21	2.6469874973461867e-21	9.529120656610875e-21	9.507198350518036e-21	5.929230630780098e-21
1.5709655798445957e-21	1.3234937486730933e-21	1.3234937486730933e-21	4.7645603283054375e-21	4.753599175259018e-21	2.964615315390049e-21
7.854827899222978e-22	6.6174687433654665e-22	6.6174687433654665e-22	2.3822801641527187e-21	2.376799587629509e-21	1.4823076576950245e-21
3.927413949611489e-22	3.3087343716827332e-22	3.3087343716827332e-22	1.1911400820763594e-21	1.1883997938147545e-21	7.4115382884751225e-22
1.9637069748057445e-22	1.6543671858413666e-22	1.6543671858413666e-22	5.955700410381797e-22	5.9419989690737725e-22	3.7057691442375612e-22
9.818534874028722e-23	8.271835929206833e-23	8.271835929206833e-23	2.9778502051908985e-22	2.9709994845368862e-22	1.8528845721187806e-22
4.909267437014361e-23	4.1359179646034165e-23	4.1359179646034165e-23	1.4889251025954492e-22	1.4854997422684431e-22	9.264422860593903e-23
2.4546337185071805e-23	2.0679589823017082e-23	2.0679589823017082e-23	7.444625512977246e-23	7.4274987113422155e-23	4.6322114302969515e-23
1.2273168592535902e-23	1.0339794911508541e-23	1.0339794911508541e-23	3.722312756488623e-23	3.7137493556711077e-23	2.3161057151484757e-23
6.136584296267951e-24	5.1698974557542705e-24	5.1698974557542705e-24	1.8611563782443115e-23	1.8568746778355538e-23</	

Long. del telescopio, ó distan- cia focal del espejo grande.	Distancia focal del ocular.		Amplificacion linear, ó virtud amplificante.		Diámetro del espejo grande.	
Pies.	Milesimas de pulgada In- glesa.	Milesimas de pulgada de Paris.			Milesimas de pulgada In- glesa.	Milesimas de pulgada de Paris.
$\frac{1}{2}$	0,167	0,158	36	38	0,864	0,855
1	0,199	0,189	60	63	1,440	1,416
2	0,236	0,224	102	107	2,448	2,406
3	0,261	0,248	138	145	3,312	3,260
4	0,281	0,266	171	180	4,104	4,048
5	0,297	0,282	202	213	4,848	4,790
6	0,311	0,295	232	244	5,568	5,487
7	0,323	0,307	260	274	6,240	6,161
8	0,334	0,317	287	303	6,888	6,813
9	0,344	0,326	314	331	7,536	7,443
10	0,353	0,335	340	358	8,160	8,050
11	0,362	0,343	365	385	8,760	8,658
12	0,367	0,350	390	411	9,360	9,242
13	0,377	0,357	414	437	9,936	9,827
14	0,384	0,364	437	462	10,488	10,389
15	0,391	0,371	460	485	11,040	10,907
16	0,397	0,377	483	509	11,592	11,446
17	0,403	0,382	506	534	12,143	12,009

La regla que se ha seguido para calcularla es la siguiente. Fig.

Sea L el número de pulgadas que coge de largo un telescopio, la distancia focal de su ocular será igual á $60\sqrt[4]{10}L$ en milésimas de pulgada. Dividiendo L por $60\sqrt[4]{10}L$, ó F , el cociente será la amplificación, la qual multiplicada por 24 dará el diámetro de la abertura en milésimas de pulgada. Porque, en virtud de lo probado (631) $\sqrt[4]{L}$ es como F ; esto es, $\sqrt[4]{62\frac{1}{2}}$, ó $\sqrt[4]{\frac{125}{2}}$, ó $\sqrt[4]{\frac{625}{10}}$, ó $5\sqrt[4]{\frac{1}{10}}$ es á $\sqrt[4]{L}$, como $\frac{3}{10}$ ó 300 milésimas de pulgada, distancia focal del ocular dado, al número de milésimas de pulgada que ha de tener la distancia focal del ocular que se queria determinar; y por consiguiente, $F = 60\sqrt[4]{10}L$; y como, por lo probado (631), la abertura es como la amplificación, se dirá: como la amplificación dada, ó $208\frac{1}{3}$ es á la amplificación hallada $\frac{L}{F}$, así la abertura dada 5 pulgadas es á la abertura que se busca $\frac{24}{1000} \times \frac{L}{F}$ pulgadas.

633 Si no fuera por la diferente refringibilidad de los rayos, los anteojos ó telescopios dióptricos, bien que menos cortos que los telescopios catóptricos, tendrian sus dimensiones determinadas por esta misma regla; y como no se les puede aplicar, conforme lo ha manifestado la experiencia, resulta de aquí otra prueba de ser muy cortas las aberraciones que causa la esfericidad, respecto de las que provienen de la diferencia de refringibilidad.

634 La regla para determinar la abertura en los telescopios catóptricos es general respecto de todos los de

Fig. esta especie ; quiero decir , que en qualquiera especie de telescopio , sea Newtoniano ó Gregoriano , con uno ó dos oculares , *los diámetros de las aberturas siempre son como las raíces quartas de los cubos de su longitud* , tomando en los telescopios de Gregori , igualmente que en los de Newton , la distancia entre el espejo grande , y la imagen que dá , por la longitud.

635 Pero no se puede decir otro tanto de la regla para determinar el focus del ocular. Quando se trata de telescopios que han de llevar dos oculares , es menester , para hallar el focus del último ocular , esto es , del que está mas inmediato al ojo , valerse de estotra regla , es á saber , que *en diferentes telescopios , las distancias focales de los últimos oculares han de ser entre sí como el producto de la razon que hay entre la última imagen , y la primera , esto es , la que dá el espejo grande , por las raíces quartas de las longitudes.*

636 Para probar la regla respecto de las aberturas en los telescopios con dos oculares , y al mismo tiempo la que acabamos de dar para determinar el último ocular de dichos telescopios , supongamos que dado un telescopio de Gregori con dos oculares , se quiera construir otro de una longitud dada , que lleve tambien dos oculares , y represente los obgetos con la misma claridad y distincion que el telescopio dado.

Habremos resuelto la cuestion si conseguimos determinar dos cosas ; es á saber , la abertura del espejo grande

de , y el focus del último ocular. Porque no incluye la Fig.
 cuestion mas que dos condiciones que son , que el telesco-
 pio que se quiere construir represente los objetos con tan-
 ta claridad y distincion como el telescopio dado ; por ma-
 nera que se puede variar á arbitrio el espejo chico y el
 primer ocular , y se pueden aun colocar como se quisiere,
 procurando sin embargo huir de un caso imposible ó incó-
 modo.

637 Antes de hallar lo que buscamos , hemos de 444.
 determinar la razon entre la última imagen y la primera en
 el telescopio. En el telescopio de Gregori con dos ocula-
 res , pq es la primera imagen ; $q'p'$ es la que daría el espe-
 jo chico , sino fuera por el ocular eg que la transforma en
 la imagen $p''q''$; C , el centro del espejo grande ; c , el cen-
 tro del chico ; f , el focus del primer ocular eg ; l , el pun-
 to al qual se encaminan los rayos al salir de dicho ocular
 &c. Pero el punto p' es conocido , por estar bp , bc , bp' en
 proporcion continua (b está en medio de ac). Los puntos l y
 p'' son tambien conocidos ; el primero , porque cf , cg , cl están
 en proporcion continua ; el segundo , porque $p'f$, $p'g$, $p'p''$ lo
 están tambien. Pero la razon que buscamos entre $q''p''$ y pq ,
 se compone de la razon que hay entre lp'' y lg , y de la que
 hay entre cg y cp ; porque $q''p''$ está con pq en razon com-
 puesta de la que hay entre $q''p''$ y ge , y de la que hay
 entre ge y pq , cuyas razones son iguales á las que hay en-
 tre lp'' y lg , y entre cg y cp , por ser semejantes los trián-
 gulos gel y $p''q''l$, gec y pcq . Luego el diámetro $p''q''$ de
 la

Fig. la última imagen tiene con el diámetro pq de la primera la misma razon que $lp'' \times cg$ con $lg \times cp$. Representemos esta razon por la de n á 1; y llamemos l la longitud del telescopio; a , su abertura; y f , la distancia focal del focus del último ocular.

638 Sentado esto, la claridad del telescopio es directamente como la abertura, y recíprocamente como la imagen estampada en el fondo del ojo; y el diámetro de esta imagen es directamente como el diámetro de la imagen en el telescopio, y recíprocamente como la distancia focal del ocular; pero como la imagen en el telescopio de que estamos hablando, es la última, su diámetro es como nl , siendo el diámetro de la primera como la longitud l del telescopio. Por consiguiente el diámetro de la imagen estampada en el fondo del ojo es como $\frac{nl}{f}$, y la claridad como el cuadrado de esta fraccion $\frac{af}{nl}$.

639 Para determinar la distincion con que es representado cada punto del objeto, se debe considerar que el diámetro de aquel corto espacio que representa un punto qualquiera del objeto en el focus del espejo grande, es como $\frac{a^2}{l^2}$; que el diámetro del corto espacio que corresponde á aquel en la última imagen es como $\frac{na^2}{l^2}$; y que finalmente el diámetro de la imagen de dicho pequeño espacio en el fondo del ojo es como $\frac{na^2}{fl^2}$.

640 Por consiguiente si los telescopios representan los objetos con la misma claridad y distincion, estas fracciones $\frac{af}{nl}$, $\frac{na^2}{fl^2}$ serán constantes respecto de todos los que tu-

vie-

viesen un mismo grado de perfeccion. Podemos, pues, suponerlas iguales con una cantidad constante que llamaremos 1 ; tendremos por consiguiente estas dos equaciones $af = nl$, y $na^3 = fl^2$, de donde sacaremos $a = l^{\frac{3}{4}}$; por donde se echa de ver que la abertura solo pende de la longitud, en los telescopios catóptricos con dos oculares, del mismo modo que en los que llevan solo uno.

Fig.

641 Síguese de aquí que el aumento del obgeto tambien pende solo de la longitud del telescopio. Porque siendo la misma la claridad, la amplificacion de los obgetos es como la abertura en toda especie de telescopios.

642 Luego los obgetos se vén de una misma magnitud en todos los telescopios de una misma longitud, y que tienen la misma perfeccion, sean Newtonianos ó Gregorianos.

643 El valor de f se saca con substituir en la equation $af = nl$ en lugar de a su valor $l^{\frac{3}{4}}$, de donde resultará $f = nl^{\frac{1}{4}}$, y prueba la regla dada antes (635).

644 Si las dos imágenes TS , pq fuesen iguales, tendrían la misma claridad, prescindiendo del menoscabo que padece la luz en la reflexion, y refraccion; de modo que es indiferente mirar la que se quisiere. Luego quando se quisiere comparar un telescopio de Newton con otro de Gregori, se podrá suponer en lugar del de Newton otro Gregoriano, en el qual las dos imágenes sean iguales, y por consiguiente sea $n = 1$, del mismo modo que en el Newtoniano. Luego si se compara el telescopio Newtonia-

Fig. no con un telescopio Gregoriano de igual longitud , las distancias focales de los oculares serán entre sí como 1 es á n .

645 Tambien se puede comparar un anteojo con un telescopio catóptrico; para hacer este cotejo es preciso que el anteojo y telescopio sean de un mismo grado de perfeccion; esta comparacion se funda en esta regla general, es á saber , que los telescopios igualmente buenos , sea la que fuese su especie , aumentan igualmente los obgetos , quando son iguales sus aberturas.

Sea A la latitud de la abertura , y L la longitud del anteojo dado ; a , la latitud de la abertura , y l la longitud del telescopio dado ; p , la longitud de otro anteojos ; q , la de otro telescopio , que sean tan perfectos como el anteojo y telescopio dados , y aumenten igualmente ; esto es , que tengan aberturas iguales. Por lo dicho (624), el quadrado del diámetro de la abertura del anteojo cuya longitud es p , es $\frac{A^2 p}{L}$, y de lo dicho (631) se saca que $\frac{a^4 q^3}{l^3}$ es la quarta potencia del diámetro de la abertura del telescopio cuya longitud es q . Luego , por ser iguales las aberturas , $\frac{A^4 p^2}{L^2} = \frac{a^4 q^3}{l^3}$. Pero $\frac{A^4}{L^2}$, y $\frac{a^4}{l^3}$ son constantes , sean los que fueren los telescopios dados. Supongamos que estas cantidades tengan una con otra la razon de 1 á b , será $p^2 = bq^3$. Despues de determinada b , será facil , dada la longitud de un anteojo tan bueno , por egemplo , como el de Huyghens , hallar la longitud del telescopio que , siendo igualmente bueno , aumente los obgetos el mismo número de veces que el anteojo propuesto , ó dada la lon-
gi-

gitud del telescopio, hallar la longitud del anteojo, &c. Fig.

646 Si se supone el anteojo de Huyghens (625), y el telescopio de Halley (632) de igual grado de perfeccion, será $A = 3$, $L = 30$, $a = 5$, $l = 5$, y por consiguiente $b = 55\frac{5}{9}$.

Aplicacion de la teórica de las aberraciones para perfeccionar los microscopios dióptricos y catóptricos; y determinacion de las proporciones de estos instrumentos.

647 Cuestion I. Dado el punto de donde salen rayos homogeneos que dñn en una superficie esférica refringente ó reflectente, hallar las aberraciones de los rayos refractos ó reflejos.

Sea Q el punto de donde salen los rayos, y q el focus de los que son refringidos ó reflectidos infinitamente cerca del ege; sea QI un rayo que dá en el punto O de la superficie esférica IO , cuyo radio es SO ; IK , el rayo refracto ó reflejo, ó su prolongacion, que corta el ege $OSqK$ en K ; IX el seno del arco IO . Sea $QO = a$, $SO = b$, $OX = h$, y la razon de refraccion $1 : m$. Digo que si el rayo fuese

refracto, la aberracion $qK = \frac{(a-b)^2}{(a + \frac{mb}{1-m})^2} \times \frac{m^2(a-b)-mb}{(1-m)a} \times b$; 445. 446.

y si el rayo fuese reflejo, $qK = \frac{(a-b)^2}{(a - \frac{1}{2}b)^2} \times \frac{1}{2}b$.

Tírese la $BSZM$ paralela á IQ , que corte en Z la IK prolongada; y sea SA perpendicular á QI . Sean t y M

Fig. los focus de los rayos refractos, suponiendo que los rayos incidentes sean paralelos é infinitamente próximos á los radios SO , SB . Por lo probado (145) $SM = St = \frac{mb}{1-m}$, y si el rayo QI fuese paralelo á SO , su aberracion ty sería $= \frac{mnh}{1-m}$ (300); y por lo dicho (304) la aberracion $MZ : ty :: (SA)^2 : (IX)^2 :: (SQ)^2 : (QI)^2$ ó $(QO)^2$; de donde sale MZ ó $z = \left(\frac{a-b}{a}\right)^2 \times \frac{mnb}{1-m}$, y $SZ = \frac{mb}{1-m} - z$. Pero por ser semejantes los triángulos QKI , SKZ , tenemos $QK : QS :: QI : QI + SZ$; luego si hacemos $QI = q$, tendremos $QK = \frac{(a-b)q}{q + \frac{mb}{1-m} - z}$; y así, si suponemos que I se arrime á O , y coincida con este punto, y por consiguiente K coincida con q , tendremos $Qq = \frac{(a-b)a}{a + \frac{mb}{1-m}}$; por manera que la aberracion $qK = QK - Qq$

$$= (a-b) \times \frac{az - \frac{mb}{1-m} \times (a-q)}{\left(q + \frac{mb}{1-m} - z\right)\left(a + \frac{mb}{1-m}\right)}$$

Con el radio QI trácese el arco IE , que corte SO en E ; llamemos OE , e , y será $q = a - e$; substituyendo en el valor de qK , tendremos $qK = \frac{(a-b)\left(az - \frac{mbe}{1-m}\right)}{\left(a + \frac{mb}{1-m} - e - z\right)\left(a + \frac{mb}{1-m}\right)}$

$$= \frac{a-b}{\left(a + \frac{mb}{1-m}\right)^2} \times \left(az - \frac{mbe}{1-m}\right), \text{ porque } \left(a + \frac{mb}{1-m}\right)(e+z)$$

es estremadamente pequeña respecto de $\left(a + \frac{mb}{1-m}\right)^2$. Pero, por lo probado (299), $XO : XE :: QE : SO$, que se

trans-

transforma en $XO:EO::QE$ ó $QO:QS$; de donde se saca Fig.

$e = \frac{a-b}{a} \times b$. Substituyendo finalmente los valores de e y

z , resultará por fin la aberracion $qK = \frac{(a-b)^2}{(a + \frac{mb}{1-m})^2}$

$\times \frac{mm(a-b)-mb}{(1-m)a} \times b$.

Si el rayo fuese reflejo, con hacer $m = -1$ en la 446.
espresion antecedente, tendremos para el caso actual qK

$= \frac{(a-b)^2}{(a - \frac{1}{2}b)^2} \times \frac{1}{2}b$. Porque el ángulo de refraccion se trans-

forma en el ángulo de reflexion, con suponerle negativo é
igual al ángulo de incidencia; y su seno m , que entonces
es negativo é igual al seno de incidencia, es por consi-
guiente $= -1$.

648 Luego 1.º Si llamamos IX , k , la aberracion

qK para un rayo refracto, $= \frac{(a-b)^2}{(a + \frac{mb}{1-m})^2} \times \frac{mm(a-b)-mb}{2(1-m)ab}$

$\times kk$, y para un rayo reflejo, $qK = \frac{(a-b)^2}{(a - \frac{1}{2}b)^2} \times \frac{kk}{4b}$; por-

que $OX:XI::XI:2OS$ con muy corta diferencia.

649 2.º Si suponemos b infinita, la superficie re-
fringente ó reflectente llega á ser plana; y entonces la
aberracion ocasionada por la superficie refringente, esto es
 $qK = \frac{1-m}{m} \times \frac{kk}{2a}$, y la aberracion ocasionada por la su-
perficie reflectente es nula.

650 3.º Quando el punto de incidencia es dado, la
aberracion longitudinal qK de un rayo reflejo, es como el

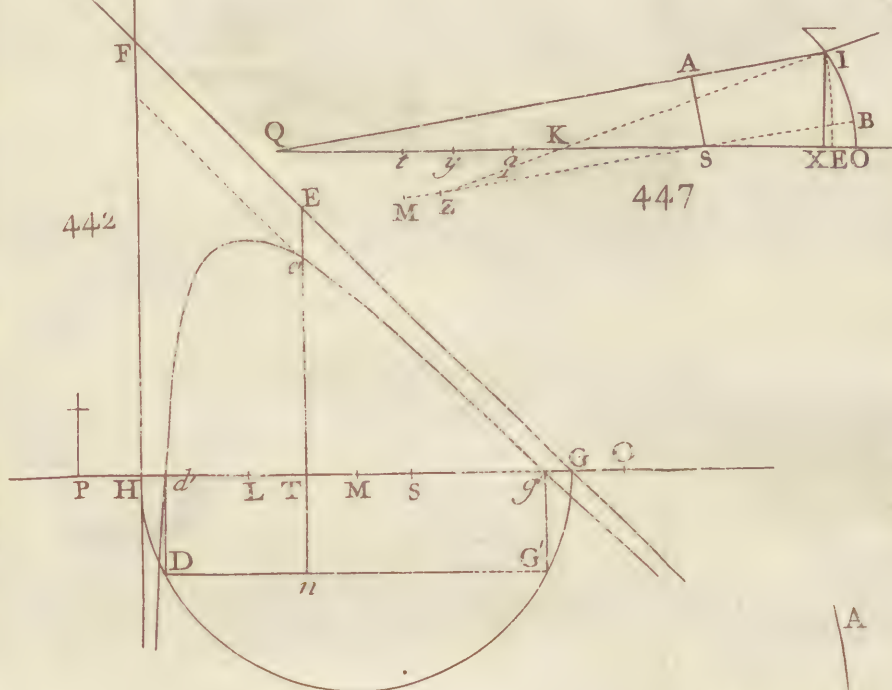
Fig. cuadrado de la distancia Sq del focus q al centro de la superficie ; porque (647), qK es á la aberracion $\frac{1}{2}b$ del focus T de los rayos paralelos (305) como $(QS)^2$ es á $(QT)^2$, ó como $(Sq)^2$ es á $(ST)^2$, porque una vez que QT , ST , qT están en proporcion continua (54), son proporcionales á sus sumas , ó á sus diferencias.

651 4.º Quando a y b son dadas , la aberracion longitudinal de un rayo refracto ó reflejo , el mas apartado del ege , es (648) como el cuadrado de la mitad de la abertura de la superficie.

652 Sean en el radio or de la superficie esférica oE prolongado, p' y p focus correspondientes de rayos refractos, y
448. s' , s otros dos focus correspondientes ; si en el supuesto de ser p' y s' los puntos de donde salen los rayos incidentes, ó ácia los quales se dirigen , su intervalo $p's'$ fuere estre-
madamente pequeño , el intervalo ps de los focus de los rayos refractos será $\frac{mcc}{[(1-m)p'-c]^2} \times p's'$, siendo siempre $\frac{1}{m}$ la razon de refraccion.

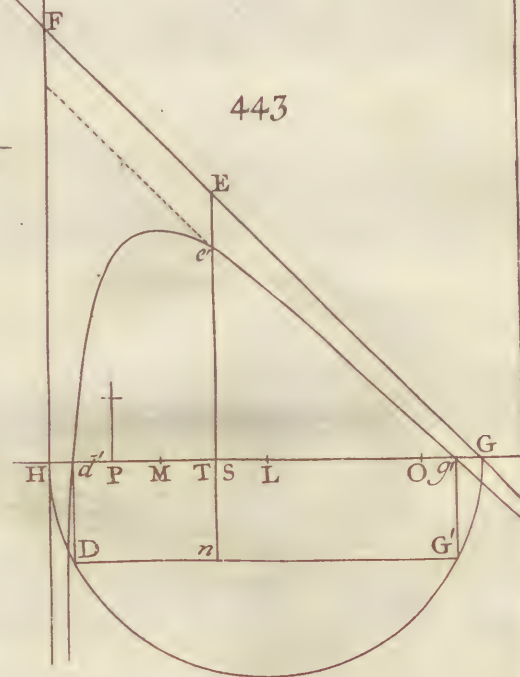
Sea t el focus de rayos paralelos que vengan siguiendo una direccion contraria á la de los rayos incidentes que vienen de p' . Por lo dicho (145), $ot = \frac{1}{1-m} \times or$, y $rt = \frac{m}{1-m} \times or$; y por lo probado (159), $p't : p'r :: p'o : pp'$, que se transforma en $p't : tr :: p'o : po$, esto es (con suponer $or = c$, $op' = p'$, $ot = t$ y $op = p$) $\frac{c}{1-m} - p' : \frac{mc}{1-m} :: p' : p = \frac{mcp'}{c - (1-m)p'}$, y por consiguiente, substituyendo s y s' en lugar de p y p' , sale $s = \frac{mes'}{c - (1-m)s'}$: de
suer-

442

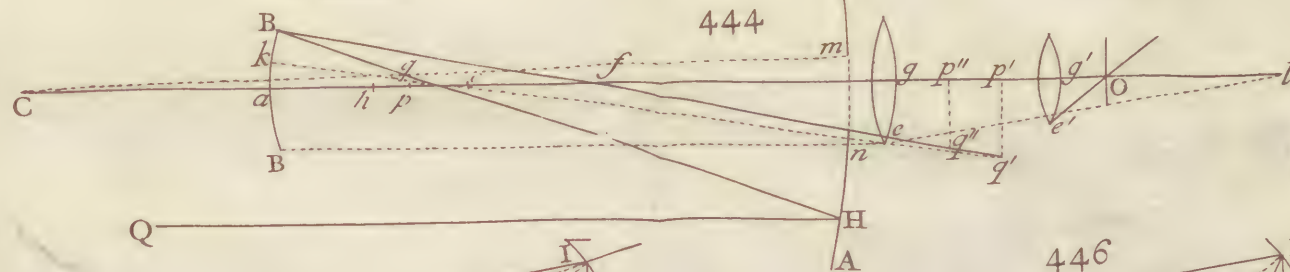


447

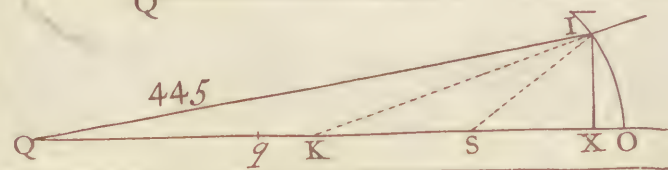
443



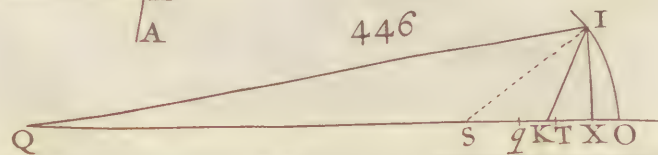
444



445



446





suerte que la distancia $ps = p - s = \frac{mcc(p' - s')}{[c - (1 - m)p][c - (1 - m)s]}$ Fig.
 $= \frac{mcc}{[c - (1 - m)p']^2} \times p's' = \frac{mcc}{[(1 - m)p' - c]^2} \times p's'.$

653 Cuestion II. Dado el punto de donde salen los rayos que dán en una lente, hallar las aberraciones de los rayos refractos.

Sea $OIEo$ la lente dada; R , el centro de la primera 449.
 superficie OI ; r , el centro de la segunda superficie oE ; y 450.
 sea en el ege $oOrR$, P el punto de donde salen los rayos incidentes, y p el focus de los rayos refringidos infinitamente cerca del ege por la lente; se ha de hallar la aberracion pl del rayo $PIEl$. Por los puntos de incidencia y emergencia I, E tírense las IV, Ev perpendiculares al ege; llamemos D la diferencia de los gruesos Oo , Vv ; OP , a ; OR , b ; or , c ; IV , k , y Ev , k' ; y sea $\frac{1}{m}$ la razon de refraccion.

Sea p' el punto donde concurren con el ege despues de refringidos por la primera superficie OI , los rayos que salen de P , infinitamente próximos á dicho ege, y sea s' el punto donde un rayo PI , dando en el punto I de la misma superficie OI , concurre con el ege, despues de refringido por dicha superficie. Por lo probado (648),

$$\text{la aberracion } p's' \text{ de dicho rayo es } = \frac{(a - b)^2}{(a - \frac{mb}{1 - m})^2} \\ \times \frac{mm(a - b) - mb}{2(1 - m)ab} \times kk.$$

Encontrando el rayo refracto IE la segunda superficie oE en una direccion que concurre en s' , sea s el punto

Ee 4

don-

Fig. donde concurrirían, después de refringidos por esta superficie, los rayos infinitamente próximos al ege que diesen en dicha superficie siguiendo direcciones que también pasasen por s' ; y llámense os , s y Op' , p' ; suponiendo que sea l el punto donde el rayo IE , después de refringido por la superficie oE , encuentra el ege, para sacar la expresión de la aberración sl de dicho rayo, se substituirán en la expresión general de la aberración (648) s' , c , $\frac{1}{m}$ en lugar de a , b , m respectivamente, y saldrá la aberración

$$sl = \frac{(s' - c)^2}{\left(s' - \frac{c}{1-m}\right)^2} \times \frac{c - s' + mc}{2m(1-m)s'c} \times k'k' = \frac{(p' - c)^2}{\left(p' - \frac{c}{1-m}\right)^2} \times \frac{c - p' + mc}{2m(1-m)p'c} \times kk;$$

habiendo entre p' y s' del mismo modo que entre k' y k una diferencia estremadamente pequeña. Pero los rayos infinitamente próximos al ege, cuyo focus está en p' , después de refringidos por la primera superficie, tienen su focus en p , después de refringidos por la segunda, de suerte que los dos puntos p' y p son focus correspondientes; luego, por lo dicho (652), $ps = \frac{mcc}{[(1-m)p' - c]^2}$

$$\times p's' = \frac{mcc}{[(1-m)p' - c]^2} \times \frac{(a - b)^2}{\left(a + \frac{mb}{1-m}\right)^2} \times \frac{mm(a - b) - m^3}{2(1-m)ab} \times$$

$$kk = \frac{m(1-m)(a - b)^2 c^3}{[(1-m)(b - c)a - mbc]^2} \times \frac{m^2(a - b) - mb}{2abc} \times kk, \text{ substituyendo en lugar de } p' \text{ su valor } \frac{ab}{(1-m)a + mb}.$$

Substituyendo este mismo valor de p' en el valor de sl , saldrá

$$sl = \frac{(1-m)[a(b - c) - mc(b - a)]^2}{[(1-m)(b - c)a - mbc]^2} \times \frac{(1-m^2)ac + m(1+m)bc - ab}{2mabc} \times kk;$$

sumando ps con sl , y ejecutando las multiplicaciones y reducciones correspondientes, se saca que la aberración

$$pl = \frac{\frac{-a^2 b^3 - (m^2 + 2m - 3)a^2 b^2 c - (2m^3 - m^2 - 4m + 3)a^2 b c^2 + (2m^3 - 2m + 1)a^2 c^3 + (m^2 + 3m)a b^3 c + (4m^3 + 2m^2 - 6m)ab^2 c^2}{(4m^2 + 3m^2 - 3m)abc - (2m^3 + 3m^2)b^2 c^2 + (2m^3 + 3m^2)b^2 c^3}}{[(1-m)(b-c)a - mbc]^2} \times \frac{(1-m)^2}{2mbc}$$

654 Se le puede dar á esta espresion una forma mas acomodada , introduciendo en ella D en lugar de k , cuya substitution es facil , reparando que $Oo = Vv$ ó $D = ov = OV = \frac{kk}{2c} = \frac{kk}{2b} = \frac{b-c}{2bc} \times kk$; de donde se saca $kk = \frac{2bc}{b-c} \times D$. Substituyendo este valor de kk , y dividiendo por $b - c$, saldrá

$$pl = \frac{\frac{-a^2 b^2 - (m^2 + 2m - 2)a^2 bc - (2m^3 - 2m + 1)a^2 c^2 + (m^2 + 3m)ab^2 c + (3m^3 + 3m^2 - 3m)abc^2 - (2m^3 + 3m^2)b^2 c^2}{[(1-m)(b-c)a - mbc]^2}}{\frac{1-m}{m}} D.$$

655 Por consiguiente quando los rayos incidentes son paralelos , esto es, quando a es infinita, la aberracion

$$pl = \frac{-b^2 - (m^2 + 2m - 2)bc - (2m^3 - 2m + 1)c^2}{2m(1-m)(b-c)bc} \times kk,$$

$$o = \frac{-b^2 - (m^2 + 2m - 2)bc - (2m^3 - 2m + 1)c^2}{m(1-m)(b-c)^2} \times D.$$

656 Suponiendo una lente convexa y otra cóncava sin grueso , la una en sus bordes , la otra en su medio , quando el rayo dá en el borde de una ú otra de dichas dos lentes, D llega á ser igual á la diferencia de los senos versos de la mitad de los arcos que abrazan sns superficies. Entonces llamamos D el grueso de la lente , y siendo dado este grueso, conocemos tambien la aberracion del rayo extremo por medio de una ú otra de las espresiones precedentes.

657 2.º Dados el grueso D de la distancia focal R de la lente , y el radio b de la primera superficie , la aberracion del rayo extremo viniendo paralelamente al ege,

Fig. esto es, $pl = \frac{b^2 - (m^2 + m - 2)bR + (2m^3 - 3m^2 + 1)RR}{m(1-m)bb} \times D,$

quando los centros de las superficies de la lente están de un mismo lado respecto de la lente; y si están en lados opuestos

$$pl = \frac{b^2 + (m^2 + m - 2)bR + (2m^3 - 3m^2 + 1)RR}{m(1-m)bb} \times D;$$

esta espresion se saca substituyendo en la fórmula de antes (655) en lugar de c , su valor $\frac{(1-m)bR}{(1-m)R + mb}$, sacado del de la distancia focal R que es $\frac{mbc}{(1-m)(b-c)}$.

658 3.º Dados el grueso D , la distancia focal R y el radio c de la segunda superficie, la aberracion del rayo extremo viniendo paralelamente al ege, esto es,

$$pl = \frac{(2m^3 - 2m + 1)c^2 - (4m^3 - 3m^2 - 3m + 2)cR + (2m^3 - 3m^2 + 1)RR}{m(1-m)cc} \times D,$$

quando los centros están de un mismo lado respecto de la lente, y si están en lados opuestos

$$pl = \frac{(2m^3 - 2m + 1)c^2 + (4m^3 - 3m^2 - 3m + 2)cR + (2m^3 - 3m^2 + 1)RR}{m(1-m)cc} \times D;$$

esta espresion se saca substituyendo en la fórmula de antes (655) $\frac{(1-m)cR}{(1-m)R - mc}$ en lugar de b .

659 4.º Quando el punto radiante es dado, ó quando los rayos son paralelos, las aberraciones de los rayos son como los quadrados de las distancias de los puntos de incidencia ó emergencia al ege de la lente. Porque en este caso siendo dadas a, b, c , es pl como kk .

660 La distancia focal, la mitad de la latitud, y el grueso de una lente qualquiera están en proporcion continua.

Hallamos (654) $kk = \frac{2bc}{b-c} \times D$; pero siendo $m = \frac{2}{3}$, en el vidrio, $R = \frac{2bc}{b-c}$; luego $kk = RD$; luego &c.

Lue-

661 Luego en vidrios de cualesquiera figuras (quiere decir, sea la que fuese la razon y la posicion de los radios de sus superficies), si dos de estas tres cosas, es á saber, la distancia focal, la latitud, y el grueso son las mismas, la tercera será tambien la misma.

662 Cuestion III. *Comparar las aberraciones originadas de la esfericidad de cualesquiera especies de vidrios, y determinar los radios de las superficies del vidrio que causa las aberraciones mínimas.*

A fin de que sea exacta la comparacion que nos proponemos hacer, hemos de suponer que todos nuestros vidrios tienen la misma distancia focal, la misma latitud, y por consiguiente el mismo grueso (661), y que no haya mas diferencia entre estos vidrios que la de la figura; esto es, en la magnitud y posicion de los radios de sus superficies.

663 Digo, pues, 1.º que quando rayos paralelos dán en el lado plano de un vidrio plano convexo, la aberracion del rayo estremo, que es los $\frac{9}{2}$ del grueso, es menor que la aberracion semejante causada por un menisco qualquiera, en cuyo lado cóncavo dán los rayos incidentes.

664 2.º Que quando los vidrios de que hablamos tienen vuelta su convexidad acia los rayos incidentes, la aberracion del rayo estremo, en el vidrio plano convexo, que entonces no es mas que los $\frac{7}{6}$ de su grueso, es menor que la aberracion semejante del menisco.

665 3.º Que un vidrio convexo por ambos lados,

cu-

Fig. cuyo radio de la primera superficie, esto es, de aquella en que dá la luz, es al radio de la segunda superficie como 2 á 5, tiene cabalmente el mismo grado de bondad que el vidrio plano convexo, en su mejor posicion, siendo las aberraciones de estos dos vidrios los $\frac{7}{6}$ de su grueso comun.

666 4.º Que quando un vidrio convexo por ambos lados tiene iguales sus superficies, no es tan bueno como un vidrio plano convexo en su mejor posicion, siendo su aberracion los $\frac{5}{3}$ de su grueso; pero que si los radios de su primera y segunda superficie son entre sí como 1 á 6, este vidrio será el mejor de todos, siendo la menor posible la aberracion de su rayo extremo, que no pasa de los $\frac{15}{14}$ de su grueso; una vez que no puede haber vidrios de dos superficies esféricas que no causen alguna aberracion. Pero si se volviese este vidrio al revés, será el mas defectuoso de todos; porque entonces será la aberracion los $\frac{145}{42}$ de su grueso.

667 Finalmente, digo que quando rayos paralelos dán en el lado plano de un vidrio plano cóncavo, la aberracion del rayo extremo es tambien los $\frac{9}{2}$ de su grueso, y que si se le vuelve al revés, la aberracion no será mas que los $\frac{7}{6}$, la qual es menor que la de un vidrio qualquiera convexo por un lado, y cóncavo por otro, é igual á la de un vidrio cóncavo por ambos lados, cuyo radio de la primera superficie es al de la segunda como 2 á 5; y que el mejor entre todos los vidrios cóncavos por ambos lados es aquel cuyos rayos de la primera y segunda superficie son entre sí como 1 á 6, y es por consiguiente el mejor que puedan
usar

usar los myopes , así como el vidrio convexo cuyas superficies tienen sus radios en la misma razon, es mejor para los presbytes que otro vidrio convexo qualquiera. Fig.

668 Probemos ahora todas estas proposiciones. En el vidrio la razon de refraccion es igual á la de 3 á 2 ; así 1.º la aberracion que ocasiona un menisco es (657) $\frac{9}{2}D + \frac{4R}{b}D + \frac{7RR}{6bb}D$; si b es infinita , en cuyo supuesto el menisco llega á ser un vidrio plano convexo , la aberracion se reduce entonces á $\frac{9}{2}D$.

699 2.º Sean b y c negativas, y c mayor que b ; quedará con esto transformado el menisco en otro , cuya convexidad estará vuelta ácia los rayos incidentes ; y la aberracion ocasionada por este menisco es (658) $\frac{7}{6}D + \frac{2R}{3c}D + \frac{7RR}{6cc}D$, que se reduce á $\frac{7}{6}D$, suponiendo c infinita, y que por consiguiente el menisco se transforme en un vidrio plano convexo. Pero $\frac{7}{6}D$ es menor que la aberracion $\frac{9}{2}D$ causada por el mismo vidrio , quando su lado plano está vuelto ácia los rayos incidentes, en la razon de 7 á 27 ; quiero decir , que es cerca de quatro veces menor.

670 3.º Suponiendo que c vuelva á tomar la posicion que tenia al principio , esto es , que el vidrio sea convexo por ambos lados, y que á mas de esto sea c mucho mayor que R , el término negativo $\frac{2R}{3c}D$ de la espresion de la aberracion $\frac{7}{6}D - \frac{2R}{3c}D + \frac{7RR}{6cc}D$, respecto del vidrio de que se trata , será mayor que el término positivo $\frac{7RR}{6cc}D$; y por consiguiente yá que la diferencia de estos dos términos es negativa , mientras lo fuere , la aberracion de un vidrio

con-

Fig. convexo será menor que la aberracion $\frac{7}{6}D$ de un vidrio plano convexo ; pero si suponemos c tal que $\frac{7RR}{6cc}D - \frac{2R}{3c}D = 0$, la aberracion del vidrio convexo que resulta entonces , será $\frac{7}{6}D$, y por consiguiente la misma que la del vidrio plano convexo. Y si en lugar de R substituimos su valor $\frac{2b}{b-c}$, sale $\frac{7b}{3(b-c)} - \frac{2}{3} = 0$, de donde se saca $5b = 2c$, esto es, $b : c :: 2 : 5$.

671 4.º La aberracion de un vidrio convexo cuyos radios son dados , se puede sacar calculando esta cantidad $\frac{27bb+6bc+7cc}{6(b+c)^2}D = pl$ (655), mudando el signo de c ó b , porque ahora están en lados distintos respecto del vidrio. Si suponemos $b = 2$ y $c = 5$, la aberracion se reduce á $\frac{7}{6}D$, cabalmente como antes; y si suponemos $b = c$, la aberracion será $\frac{5}{3}D$. Para hallar la razon de b á c , quando la aberracion es la menor posible , hágase $b = 1$, entonces la aberracion es $\frac{27+6c+7cc}{6(1+2c+cc)} \times D = pl$. Pero quando una cantidad qualquiera ó fraccion como la precedente, llega á ser la menor ó mayor posible , se muda muy poco su magnitud , ó no se muda nada , mientras c varía una corta cantidad. Supongamos que á c se le añade el incremento sumamente pequeño n , tendremos $\frac{6pl}{D} = \frac{27+6c+7cc}{1+2c+cc} = \frac{27+6c+7cc+6n+14cn+7nn}{1+2c+cc+2n+2cn+nn}$, de donde se saca esta proporcion $27 + 6c + 7cc : 1 + 2c + cc :: 27 + 6c + 7cc + 6n + 14cn + 7nn : 1 + 2c + cc + 2n + 2cn + nn$, y por consiguiente $:: 6n + 14cn + 7nn : 2n + 2cn + nn :: 3 + 7c : 1 + c$, despreciando los quadrados de nn ; de donde resultará $27 + 6c + 7cc = 3 + 10c + 7cc$,
y

y reduciendo $c = 6$. Pero como hemos hecho $b = 1$, se- Fig.
rá $b : c :: 1 : 6$. Substituyendo estos valores de b y c , ha-
llaremos que la aberracion $pl = \frac{15}{14}D$. Si volvemos al re-
ves este vidrio, que es el mejor de todos, quiero decir, si
 $b = 6$ y $c = 1$, saldrá $pl = \frac{145}{42}D$.

672 Por ser la aberracion que este vidrio ocasiona
la menor de todas, es imposible que ningun vidrio de for-
ma esférica sea enteramente libre de aberracion, y lo po-
demos probar del modo siguiente. Suponiendo posible que
 pl sea nula, haciendo $b = 1$, sale $27 \pm 6c + 7cc = 0$,
luego $c = \frac{-3 \pm \sqrt{-180}}{7}$, que es una cantidad imaginaria, de
modo que la razon entre b y c es imposible, en el supuesto
de que sea nula la aberracion.

673 Finalmente de lo probado (657 y 658)
se sigue que estas proposiciones se aplican igualmente á los
vidrios cóncavos, y sirven respecto de estos las mismas de-
mostraciones que respecto de los convexos.

674 Si los ángulos de incidencia y refraccion de un 452-
rayo QACS que atraviesa un ángulo muy pequeño de un 453-
prisma AIC, son bastante pequeños para poderlos conside-
rar como proporcionales á sus senos, la refraccion total, esto
es, el ángulo RIS que forma el rayo incidente QATR con el
rayo emergente SCFT ambos prolongados, será al ángulo re-
fringente AIC como la diferencia de los senos de incidencia y
refraccion es al menor de dichos senos, y por consiguiente
la refraccion total ó el ángulo de desviacion RFS será in-
variable en todas las posiciones del rayo.

Sea

Fig. Sea AB perpendicular á la primera superficie AI , y CD perpendicular á la segunda, las quales se cortan mutuamente en E ; y sea la razon entre el seno de incidencia y refraccion, al pasar del ayre al prisma, la de 1 á m ; suponiendo que el rayo AC salga del prisma al uno y otro lado, el ángulo de incidencia ACD será al ángulo de emergencia DCT en la razon dada entre el seno de incidencia y el de refraccion, esto es, como m á 1 , y por consiguiente $ACD : ACT :: m : 1 - m$; y suponiendo que el rayo vuelva atrás en la direccion CA , CAB tiene con CAR la misma razon; tendremos, pues, $ACD \pm CAB$ á $ACT \pm CAR$, esto es, AED ó AIC á RFS en la misma razon dada de m á $1 - m$.

454. 675 Por consiguiente 1.º dos rayos homogeneos emergentes prolongados, formarán uno con otro el mismo ángulo que los rayos incidentes á los quales corresponden.

Porque supongamos que los dos rayos incidentes QF , qf prolongados se encuentren en K , y los dos rayos emergentes SF , sf prolongados, en L , y que el uno de los rayos incidentes corte en M el rayo emergente que corresponde al otro rayo incidente; yá que en los triángulos KMF , LMf los ángulos en M son iguales, y lo son tambien los ángulos en F y f (674), se sigue que los ángulos en K y L son tambien iguales.

676 2.º Y quando dos rayos homogeneos son refringidos por un mismo punto de una lente, cuyo grueso es muy pequeño, el ángulo que forman sus partes incidentes

tes

tes es igual al ángulo formado por sus partes emergentes. Fig.

Porque siendo muy pequeño el grueso de la lente, si los rayos tuviesen un punto comun de incidencia ó un mismo punto de emergencia, sus puntos de emergencia en el primer caso, y sus puntos de incidencia en el segundo, estarán muy próximos el uno al otro, y lo estarán aun mas, si los rayos se cruzaren dentro de la lente; por consiguiente sus refracciones al atravesar la lente, serán casi las mismas que si atravesaran dos planos que tocasen la superficie de la espresada lente en dos puntos dados cerca de los puntos de incidencia y emergencia, y formasen uno con otro un ángulo dado.

677 3.º Quando el rayo AC en el prisma coincide con la perpendicular al uno de los lados del prisma, pongo por caso con AB , la una de las refracciones se desaparece, esto es, la que se hace en A , y el ángulo de desviacion RFS que solo proviene de la otra refraccion, se queda el mismo que antes, quando procedia de dos refracciones; porque (674) la cantidad de dicho ángulo es invariable. 455.

678 4.º Luego quando un rayo heterogeneo está dividido en rayos coloreados por una leve refraccion, pasando por un ángulo refringente muy corto, los ángulos que los rayos coloreados forman unos con otros al salir del prisma, igualmente que los que forman con el rayo incidente, son constantes en todas las posiciones del rayo incidente.

679 5.º Lo mismo se verifica quando un rayo he-

Fig. terogeneo es refringido por un punto dado de una lente; quiero decir, que los ángulos que forman unos con otros los rayos coloreados, al salir de la lente, son constantes, igualmente que los que forman con el rayo incidente, en todas las posiciones de este último rayo, por la razon declarada (676).

680 6.º Luego si muchos vidrios de diferentes formas tienen la misma distancia focal, y la misma abertura, el diámetro del círculo de aberracion de los rayos heterogeneos que dán paralelos en dichos vidrios, será uno mismo en todos, siendo el mismo que en un vidrio plano convexo, cuyo lado plano está vuelto ácia los rayos incidentes (677 y 678); pero ya hemos determinado (295) este diámetro en el último vidrio. Y sean paralelos ó inclinados al ege de la lente los rayos de que se compone el manojo incidente, el diámetro del círculo de aberracion será como su distancia á la lente, por ser invariable el ángulo *RAS*. Véase la figura citada (295).

681 7.º Es, pues, indiferente, por lo que mira á las aberraciones procedentes de la diferente refringibilidad, que los rayos incidentes dén en el lado que se quisiese de la lente, por ser una misma su distancia focal en ambas posiciones (154).

682 Quando el punto *Q* de donde salen rayos homogeneos no está mucho mas distante de una lente *EL* que lo que coge la distancia focal *EF* de dicha lente, como en un microscopio doble, la aberracion latitudinal *qR* del rayo refrac-



fracto IR, el mas apartado del ege, es á la aberracion latitudinal FG de un rayo PI que viene del lado opuesto, paralelamente al ege, y pasa por el mismo punto I, como Eñ es á EF, con corta diferencia; quiero decir, que estas dos aberraciones son entre sí como las distancias de los focus de los rayos refractos á la lente. Fig.

Prolónguese la perpendicular GF hasta que corte el rayo incidente QI en L , y tírense las LE y Iq que serán paralelas; porque los triángulos QLF , QIE son semejantes, y darán $QL : QI :: QF : QE :: (160) QE : Qq$. Tírese la EM paralela al rayo refracto IKR , que corte en M la FL prolongada; el ángulo GIL es igual (676) á PIK , ó á IKE , ó á MEF , y por consiguiente GL es, con corta diferencia, igual á FM , por ser estas dos lineas las subtensas de los ángulos iguales GIL , MEF , y ser á mas de esto muy cortas y casi perpendiculares á los lados de dichos ángulos, quando QF y EI son muy pequeñas. Luego si quitamos FL de GL y FM , tendremos LM igual á la aberracion FG . Pero los ángulos qIR , LEM , cuyos lados son paralelos, son iguales, y sus subtensas qR , LM están igualmente inclinadas á sus lados; tendremos, pues, $qR : LM$ ó $FG :: qI : EL :: qE : EF$, por razon de los triángulos semejantes qIE , ELF .

683 Luego 1.^o Quando el lado plano de un vidrio plano convexo que es, con corta diferencia, de un mismo grado de bondad que el mas perfecto de todos los vidrios, está vuelto ácia el punto radiante Q , la aberracion latitudinal

Fig. qR ocasionada por la esfericidad $= \frac{7}{6} \times \frac{(EI)^3}{(EF)^3} \times Eq$, y la aberracion longitudinal $qK = \frac{7}{6} \times \frac{(EI)^2 \times (Eq)^2}{(EF)^3}$; y en qualesquiera lentes de forma esférica, las aberraciones son como estas cantidades.

Porque la aberracion longitudinal del rayo paralelo PI , esto es, Ff es $\frac{7}{6}$ del grueso del vidrio (664) ó $\frac{7}{6} \times \frac{(EI)^2}{(EF)^2}$ (660); y por razon de los triángulos semejantes fFG , fEI , la aberracion latitudinal $FG = \frac{7}{6} \times \frac{(EI)^3}{(EF)^2}$. Tenemos, pues, en virtud de lo probado (682), $qR = \frac{7}{6} \times \frac{(EI)^3}{(EF)^3} \times Eq$; y por razon de los triángulos semejantes qRK , EIK , tenemos $qK = \frac{7}{6} \times \frac{(EI)^2 \times (Eq)^2}{(EF)^3}$.

684 2.º Luego, dada QF , las aberraciones latitudinales ocasionadas por la esfericidad de una lente qualquiera, son como los cubos de los diámetros de las aberturas, y las aberraciones longitudinales como sus cuadrados.

685 3.º Luego, el diámetro de un círculo de aberraciones ocasionadas por la esfericidad, esto es, $\frac{1}{2}qR = \frac{7}{12} \times \frac{(EI)^3}{(EF)^3} \times Eq$ (309); porque como la demostracion que dimos allí mismo, solo se funda en que las aberraciones longitudinales son como los cuadrados de los anchos de las aberturas, y las latitudinales como los cubos, se aplica por lo mismo, en virtud de lo inferido (684), á una lente qualquiera igualmente que á una lente plano convexa.

686 4.º El diámetro de un círculo de aberraciones en el qual se han juntado los rayos heterogeneos de toda especie procedentes de Q , es por lo probado (295 y 680) igual

igual á $\frac{2}{55} \times \frac{Eg}{EF} \times EI$, tomando F y q por los focus de los Fig. rayos intermedios.

687 5.º Luego si el lado plano del obgetivo EI de un microscopio doble está vuelto ácia el obgeto puesto en Q , el diámetro del círculo de aberracion de esfericidad, en la imagen del mismo obgeto puesta en q , sería al diámetro de un círculo de aberracion de refringibilidad, si la figura de la lente fuese perfecta, como 1 es á $\frac{24}{385} \times \frac{(EF)^2}{(EI)^2}$; por consiguiente dichos círculos serán iguales, quando el diámetro de la abertura del obgetivo fuese la mitad de la distancia focal, con muy corta diferencia.

688 *Suponiendo que una infinidad de manojos de rayos pertenezca á una infinidad de puntos ó focus colocados en una parte qualquiera del ege del ojo, prolongado por ambos lados; se ha de determinar el círculo mínimo en el qual todos los rayos que entran en la pupila, se pueden juntar en el fondo del ojo.*

Sea AO el radio de la pupila, y OTS el ege del ojo 457. prolongado; y supongamos que los manojos pertenezcan á hasta los puntos de la parte ST del ege del ojo, quando los estre- 460. mos S y T de dicha parte están á un mismo lado respecto del ojo, y en los puntos de todo lo que queda de dicho ege al infinito, quando S y T están en lados opuestos respecto del ojo. Divídase ST por medio en V , y tómese ácia el ojo VQ tercera proporcional á VO y VT , y tírese por Q una recta PQR perpendicular al ege, que corte los rayos SA y TA los mas distantes de los eges de los manojos extremos,

Fig. el uno en P , el otro en R : suponiendo que el ojo vea la línea PR con toda la distincion posible, la imagen $p'r'$ de esta línea estampada en el fondo, será el diámetro del círculo mínimo en el qual se pueden juntar todos los rayos.

Porque por ser $VO : VT$ ó $VS :: VS : VQ$, tendremos $VO + VS : VS + VQ :: VO - VT : VT - VQ$, esto es, $SO : SQ :: TO : TQ$; y por consiguiente, por razon de los triángulos semejantes SAO y SPQ , TAO y TRQ , tendremos $AO : PQ :: AO : QR$; de suerte, que $QP = QR$. Sea $p'q'r'$ una imagen distinta de PQR , esto es, estén los rayos que se puede suponer que vienen de P , todos juntos en p' en el fondo del ojo; por ser el rayo SPA uno de dichos rayos, concurrirá en p' con todos los demás; el rayo RTA concurrirá tambien en r' ; y por ser iguales las líneas PQ , QR , sus imágenes $p'q'$, $q'r'$ lo serán tambien. Figurémonos que toda la figura gire al rededor del ege STO ; es evidente que los rayos del manojó extremo que pertenece al punto S , estarán todos esparramados en un círculo en el fondo del ojo, cuyo centro es q' y el radio $p'q'$; y tambien que los rayos del otro manojó extremo que pertenece al punto T , estarán todos esparramados en un círculo concéntrico cuyo radio es $q'r'$; y estos dos círculos se confundirán exactamente uno con otro, quando sus radios $q'p'$, $q'r'$ sean iguales. Si suponemos que el obgeto PQR se acerque al ojo, los radios PQ , $p'q'$ crecerán; y por el contrario, si suponemos que el mismo obgeto PQR se aparte del ojo, los radios QR y $q'r'$ crecerán, siendo así que los otros

radios PQ y $p'r'$ menguarán ; y como en estos dos supues- Fig.
tos el círculo del fondo del ojo , que contiene los rayos de
los dos manojos extremos , es el mayor de los dos , será ma-
yor de lo que era antes , quando era igual con el otro , esto
es, quando el ojo veía distintamente las lineas iguales PQ, QR .

Pero quando S y T están de un mismo lado respecto
del ojo , todos los manojos que pertenecen á los puntos com-
prehendidos entre los extremos S y T caerán en el círculo
determinado poco ha. Porque si concebimos que el punto
mas inmediato T se aparte del ojo , las lineas $QR, q'r'$ men-
guarán ambas , y QP y $q'p'$ menguarán igualmente , si S se
acercare al ojo ; y si S y T estuviesen en distintos lados
respecto del ojo , todos los manojos que pertenecen á los
puntos del ege prolongado al infinito , á excepcion de la
parte ST , se juntarán en el círculo de que hablamos. Por-
que si imaginamos que OS y OT crecen ambas , QP y QR ,
y por lo mismo $q'p'$ y $q'r'$ menguarán ambas.

689 Síguese de aquí 1.º Que quando un manajo de
rayos que viene de un punto único de un obgeto , estuviere
dispuesto de tal modo por reflexiones y refracciones , que
entrando en el ojo pertenezca á una infinidad de puntos di-
ferentes del ege del ojo , prolongado , como se dijo (688),
el diámetro $p'r'$ del círculo mínimo , en el fondo del ojo , que
los contiene todos , será como el ángulo SAT , esto es , co-
mo el ángulo máximo , en el qual los dos rayos extremos se
cortan en la pupila ; porque $p'r'$ es como el ángulo POR ó
 PAR ó SAT .

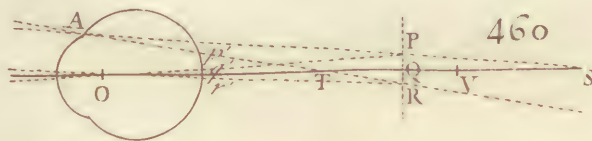
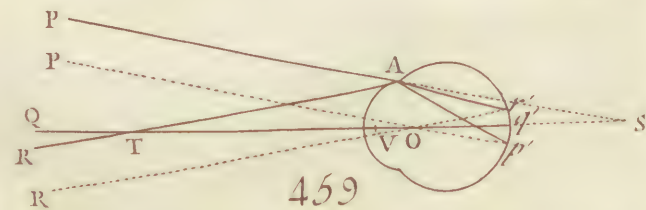
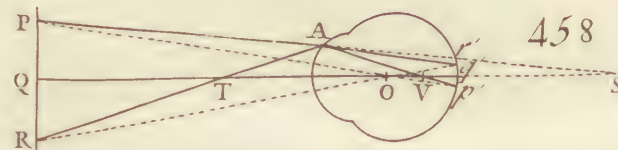
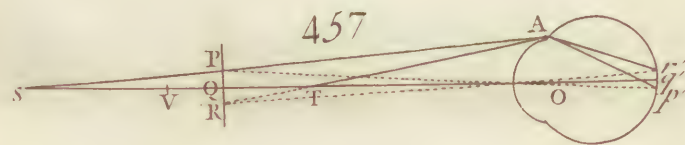
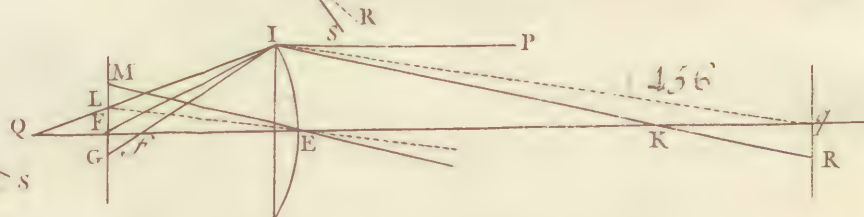
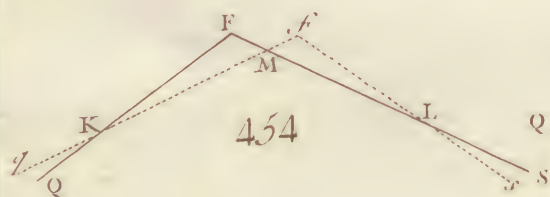
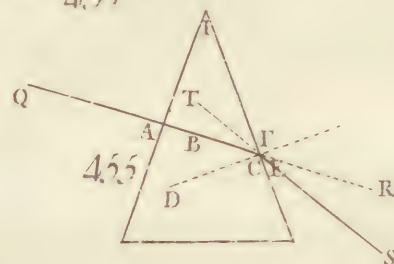
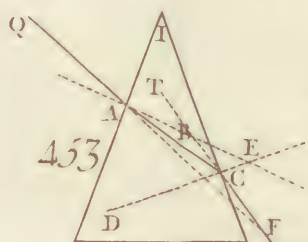
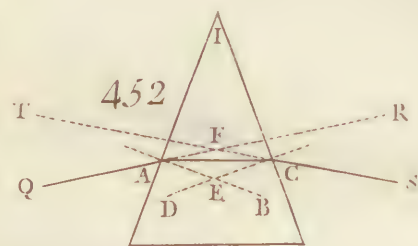
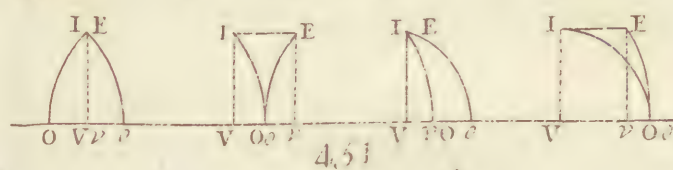
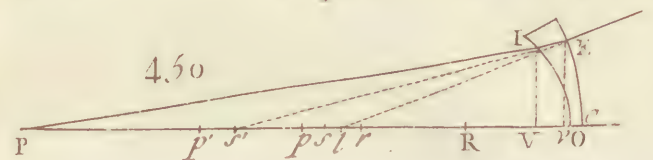
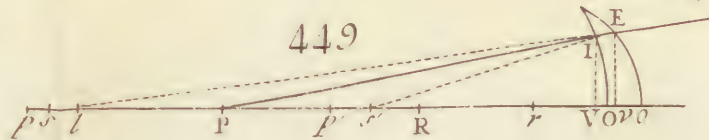
Fig. 690 2.º Por consiguiente , quando OS y OT están
 459. en distintos lados respecto del ojo , y son iguales ; quiero decir , quando los dos rayos extremos están igualmente inclinados al ege, y en direcciones encontradas , el diámetro $p'r'$ del círculo mínimo de aberracion es como el ángulo AST ó ATS que uno ú otro de los rayos extremos forma con el ege, y en este caso es preciso que el ojo tome la forma necesaria para que los rayos paralelos se junten en un punto distinto de la retina. Porque siendo VO nula en este caso , la tercera proporcional VQ llega á ser infinita , y siendo siempre $p'r'$ como el ángulo POR ó PAR , es ahora como la mitad AST ó ATS de dicho ángulo.

691 En la vision sea con el ojo solo , ó con vidrios, la indistincion aparente de un obgeto dado es como la area del círculo mínimo , en el qual todos los rayos de un manajo único se juntan en el fondo del ojo.

Hállase la razon de esto al principio de la demostracion de la proposicion sentada (613).

692 En todos los microscopios formados con una lente sola , un obgeto colocado en sus focus parecerá igualmente distinto , si las latitudes de sus aberturas fueren como sus distancias focales.

693 CASO I. Supongamos primero que la figura
 461. de la lente DP sea tal que no padezcan aberracion ninguna los rayos homogeneos (81); entonces si el obgeto estuviese en F , y fuere FP la distancia focal de los rayos intermedios, todos los rayos que vienen de F saldrán de la
 la





la lente paralelos al ege FPQ . Supongamos que el rayo Fig. violaceo contenido en el rayo heterogeneo FD el mas distante del ege sea refringido en la direccion DK ; y que otro rayo violaceo venga del lado opuesto en la direccion ED , sea refringido en la direccion DR , y encuentre despues el objeto en R . Entonces, por ser la indistincion aparente del punto F como la area del círculo mínimo de aberracion que forman en el fondo del ojo los rayos de un manojo que viene de F (691), será dada quando el diámetro de dicho círculo fuere dado, ó quando el ángulo EDK (690) ó el ángulo FDR (676) fuese dado; quiero decir, quando fuere dada la razon entre FR y FD ó FP . Pero en el caso de ser los rayos heterogeneos, es tambien dada la razon entre FR y DP (295 y 680). Luego la indistincion aparente será dada quando fuese dada la razon entre DP y PF .

694 CASO II. Supongamos ahora que la lente DP 462. se transforme en esférica, guardando la misma distancia focal; entre los rayos medios que vienen de F , los que están inmediatos al ege de la lente, siempre saldrán de la lente paralelos al mismo ege; pero aquellos de dichos rayos medios que están apartados del ege, como DE , convergirán ácia el ege, por causa de la refraccion muy grande que habrán padecido (81). Figuremonos que un rayo intermedio venga del otro lado de la lente en una direccion LD paralelamente al ege, y sea refringido en la direccion Dr , de suerte que Fr pueda ser la aberracion latitudinal de

Fig. de rayos homogeneos, ocasionada por la figura de la lente. La indistincion aparente del objeto, en quanto pende de esta especie de aberracion, será dada como en el caso primero, quando la razon entre Fr y FP , esto es, entre (683) $\frac{(DP)^3}{(FP)^2}$ y FP , y por consiguiente entre $(DP)^3$ y $(FP)^3$, y entre DP y PF fuere dada, como antes en el caso primero.

695 CASO III. Sea ahora el rayo violaceo contenido en el rayo heterogeneo FD , refringido en la direccion DK ; el ángulo EDK comprendido entre el verde y el violaceo, será algo mayor que en el primer caso, porque se le habrá agregado una 27^{ma} ó 28^{ma} parte del ángulo EDL (295) que mide el aumento de refraccion ó el desvío causado por la mudanza de la figura de la lente. Es, pues, este aumento de EDK como el ángulo EDL , y es dado por consiguiente quando es dada la razon entre DP y PF , por lo probado (693). Pero la indistincion aparente será dada, quando el diámetro del círculo mínimo de aberracion de todos los rayos en el fondo del ojo fuere dado; esto es, quando el ángulo entero KDL fuese dado (690), ó quando todas sus partes EDL , EDK , y el aumento de EDK fueren dadas; y hemos probado que todas estas partes son dadas quando es dada la razon entre DP y DF .

696 CASO IV. Hemos considerado en este caso las aberraciones de los rayos violaceos ó sus desvíos de los rayos verdes, esto es, de los rayos intermedios que supusimos paralelos al ege; y estando los rayos colorados tan inclinados al ege, con corta diferencia, como los rayos violaceos,

en

en una posicion contraria , cabrán todos en el mismo círculo de aberracion en el fondo del ojo (690). Fig.

697 Para conseguir que sea distinta la vision , no es necesario disminuir la abertura en las lentes de microscopio , cuyo focus no pasa mucho de media pulgada , por ser la pupila bastante pequeña por sí para impedir la entrada á los rayos exteriores que se *dispersan* ó esparraman y apartan. Pero en lentes mas pequeñas, cuya abertura se ha de arreglar indispensablemente, hemos probado que para conservar el mismo grado de distincion, los diámetros de las aberturas han de ser como las distancias focales; y entonces el resplandor aparente menguará, como el quadrado de las mismas distancias focales; por manera que usando vidrios muy pequeños , la magnitud aparente y la obscuridad del obgeto crecerán una y otra en la misma razon. Porque siendo 462. invariable la razon entre PD y PF , el ángulo PFD es tambien invariable , y por consiguiente lo es tambien la cantidad de luz recibida del punto F , porque las lentes, sean pequeñas ó grandes , han de estar todas colocadas á distancias de F , tales que reciban por sus aberturas cabalmente todos los rayos contenidos en un cono engendrado por la revolucion del ángulo PFD al rededor del ege PF , sin que admitan ni mas ni menos. Pero la magnitud aparente del obgeto , ó la superficie de su imagen en el fondo del ojo es reciprocamente como el quadrado de PF (475), y por consiguiente, siendo una misma la luz, su resplandor es directamente como el quadrado de PF . Manifiesta esta doctrina

Fig. trina que una sola lente no puede aumentar un objeto chico al infinito, aun quando fuese posible construirlas tan chicas como se quisiese, á no ser que se hallase medio para aumentar la luz. Pues aun quando se aumentase el resplandor del objeto alumbrándole, repara Huyghens que el poder del microscopio sería siempre limitado por la latitud de los manojos que entran en la pupila, que es igual á la latitud de la abertura. Porque si esta latitud es menor que $\frac{1}{5}$ ó $\frac{1}{6}$ de linea, asegura que los bordes de los objetos empezarán á parecer indistintos (628). Pero parece, por lo que dice el mismo Autor, que los microscopios dobles pueden amplificar los objetos quanto se quisiere, con tal que sea posible construir objetivos tan chicos como se puede desear; porque mas adelante probaremos que se pueden superar los demás obstáculos.

698 *En los microscopios y telescopios dióptricos y catóptricos que no tienen mas que un ocular, la indistincion aparente de un objeto dado, ocasionada por una ú otra aberracion separadamente, será directamente como el quadrado de la máxima aberracion latitudinal en la imagen que dá el objetivo ó el espejo, y recíprocamente como el quadrado de la distancia focal del ocular, con cortísima diferencia; siendo estremadamente pequeñas las aberraciones ocasionadas por el ocular.*

699 CASO I. Supongamos perfectas las figuras de
 463. los vídrios convexos *EI*, *ei*, ó tales que no resulte de ellas
 464. ninguna aberracion para los rayos homogeneos (81);
 sea

Fig.

sea q el focus de los rayos intermedios que vienen del punto Q colocado en el ege $QEqc'$, y son refringidos por el obgetivo EI ; y sean estos rayos paralelos al salir del ocular ei , al qual encuentran despues de haberse cruzado en q ; finalmente, supongamos la forma del ojo tal que dichos rayos se junten exactamente en un punto q' de la retina $q'r'$. Sea el rayo IRi el rayo violaceo ó el rayo colorado que está mas ácia fuera, el que estaba en el rayo heterogeneo QI antes que fuese refringido en I ; y sea este rayo Ii refringido por el ocular en la direccion ia , el qual dá despues en el punto r' del fondo del ojo. Finalmente, imaginemos que un rayo bi del mismo color que ai venga del lado opuesto paralelamente al ege, y sea refringido en i en la direccion ir ; y sea una perpendicular al ege en q , que corte el rayo ir en r , y el rayo ii en R . El radio $q'r'$ del círculo de aberracion en el fondo del ojo es como el ángulo aib (690) ó como el ángulo Rir (676), y por consiguiente como $\frac{Rr}{Ri}$, ó, con cortísima diferencia, como $\frac{Rq}{qc}$; porque vamos á probar dentro de poco que qr es muy pequeña en comparacion de qR , en todos los instrumentos de Óptica, bien que no sea como qR . Pero la indistincion aparente del punto Q es como la area del círculo de aberracion en el fondo del ojo (691), ó como el quadrado de su radio $q'r'$, ó como $\frac{(qR)^2}{(qc)^2}$, esto es, directamente como el quadrado de la aberracion latitudinal en la imagen en q , y recíprocamente como el quadrado de la distancia focal del ocular.

700 CASO II. Suponiendo que los vidrios EI , ei

se

Fig. se mantengan donde estaban , consideremos ahora las aberraciones que padecería por razon de su esfericidad un ma-
 464. nojo de rayos intermedios. Representen qR y $q'r'$ las aberraciones latitudinales de los extremos de dichos rayos QIR iar' , y sea bir tambien un rayo intermedio ; $q'r'$ es como el ángulo aib (690) ó como Rir (676) ó como $\frac{Rr}{Ri}$ ó como $\frac{Rr}{q^2}$, despreciando qr . Pero la indistincion aparente es como el círculo de estas aberraciones en q' (691), el qual es como $(q'r')^2$ ó como $\frac{(qR)^2}{(qe)^2}$, esto es , directamente como el quadrado de la aberracion latitudinal en la imagen q , y recíprocamente como el quadrado de la distancia focal del ocular , como en el caso primero.

701 Para probar que la aberracion qr causada por
 463. el ocular , se puede despreciar , sea EF la distancia focal
 464. del obgetivo de un microscopio doble , y supongamos que el rayo Ii cruce el ege en K . En el primer caso tenemos $qR = \frac{1}{55} \times \frac{Eq}{EF} \times EI$ (680), y $qr = \frac{1}{55} ei = \frac{1}{55} \times \frac{eq}{Ei} \times EI$, con cortísima diferencia. Por consiguiente tenemos $qR : qr :: \frac{(Eq)^2}{EF} : eq$, esto es , como la magnitud aparente del obgeto Q visto con el microscopio , es á su magnitud aparente visto con el ojo desnudo á una distancia igual con Qq , conforme lo insinuamos antes (496) donde dimos alguna idea de la razon entre qR y qr . En el microscopio de comparacion de Huyghens , cuya descripcion daremos mas adelante , esta razon es igual á la de 35 á 1 ; y en un telescopio esta razon es la de la virtud amplificante.

702 Si consideramos en el caso segundo la aberracion de esfericidad, tendremos $qR = \frac{7}{6} \times \frac{(EI)^3}{(EF)^3} \times Eq$ (683), y $qr = \frac{7}{6} \times \frac{(ei)^3}{(eq)^2} = \frac{7}{6} \times \frac{(EI)^3}{(Ee)^3} \times eq$, por la razon que dimos poco ha. Por consiguiente quando los vidrios E, e tienen figuras semejantes, tenemos $qR : qr :: \frac{(Ee)^4}{(EF)^3} : eq :: 3500 : 1$ en el microscopio de Huyghens.

703 CASO III. Consideremos ahora los microscopios y telescopios catóptricos, en los cuales sea Q el punto de donde salen los rayos que dán en el espejo EI , cuyo radio es EC , y el focus F ; y sea q el focus que corresponde á Q ; sea $IKRi$ un rayo reflejo, cuya aberracion longitudinal sea qK , y la aberracion latitudinal qR , y supongamos que todo lo demás se mantenga como en el caso segundo. Si despreciamos la aberracion qr ocasionada por la refraccion del ocular ei , es evidente que la indistincion aparente será como $\frac{(qR)^2}{(qe)^2}$, como antes en las máquinas dióptricas.

704 Comparemos estas aberraciones qR y qr . Tenemos la aberracion longitudinal $qK = \frac{(EI)^2 \times (EC)^2}{(EC)^3}$; porque por lo probado (650) tenemos $qK : \frac{(EI)^2}{4EC} :: (qC)^2 : (CF)^2$ ó $\frac{1}{4} EC^2$; y por consiguiente la aberracion latitudinal $qR = \frac{(EI)^3}{(EC)^3} \times \frac{(qC)^2}{qE}$. Pero si consideramos las aberraciones de los rayos coloreados, en el ocular, tenemos $qr = \frac{1}{55} \times \frac{eq}{qE} \times EI$ (701). Luego $qR : qr :: \frac{(EI)^2 \times (qC)^2}{(EC)^3} : \frac{1}{55} eq$, que en un microscopio catóptrico, cuya descripcion daremos dentro de poco, es como 53 á 1. Pero si suponemos que EQ haya crecido al infinito, este microscopio

Fig. se transformará en el telescopio catóptrico de Newton ; y entonces tendremos $qR : qr :: \frac{(EI)^2 \times (EF)^2}{(EC)^3} \text{ ó } \frac{(EI)^2}{8EF} : \frac{1}{55}eq :: 55 : 24$ en el telescopio de 5 pies de Halley , tomando el ocular y la abertura medias (632). Sin embargo consta por experiencia que el objeto se vé con una distincion suficiente. Con efecto , la desproporcion que hay entre qR y qr será mayor , si despreciamos , como que apenas son perceptibles , los colores débiles y oscuros , que son parte de aquellos en que el rayo *ia* se resuelve , y tomamos $qr = \frac{1}{250}ei$, suponiendo que sea *qe* la distancia focal del amarillo mas vivo. Pero en los instrumentos dióptricos , la razon entre qR y qr no padecerá con esto alteracion ninguna (701). Por lo que mira á las aberraciones originadas de la esfericidad del ocular , tenemos $qr = \frac{7}{6} \times \frac{(EI)^3}{(Lq)^3} \times eq$ (702), y por lo mismo $qR : qr :: \frac{(qC)^2 \times (qE)^2}{(EC)^3} : \frac{7}{6}qe :: 7695 : 1$ en el microscopio catóptrico , cuya descripcion hemos ofrecido. En un telescopio catóptrico esta razon se compone de la de su virtud amplificante , y de la de 1 á $9\frac{1}{3}$, siendo el ocular plano convexo.

705 Inferese de todo esto que en los telescopios y microscopios dobles , dióptricos y catóptricos , la indistincion aparente de un objeto dado , originada de las aberraciones de la una ú otra especie considerada separadamente , será con poca diferencia la misma , ó invariable , quando las distancias focales de sus oculares son como las máximas aberraciones latitudinales en las imágenes formadas por sus obgetivos ó sus espejos ; ó quando el ángulo que

qR

qR subtende en el punto i ó e , es invariable.

Fig.

706 A este ángulo se le llama *Ángulo de aberracion de esfericidad ó refringibilidad*, conforme fuere qR la aberracion latitudinal ocasionada por la esfericidad ó la refringibilidad.

707 *Determinemos la magnitud y resplandor aparente, y los ángulos de aberracion en microscopios dobles compuestos de dos vidrios convexos.*

Sea BX un objeto puesto algo mas allá del focus O del obgetivo PD , y sea NT su imagen vista por el ocular EZ 466. cuya distancia focal es NE . Sea tambien el obgeto BX visto con la vista sola desde una distancia qualquiera dada BR ; y tómese BQ que tenga con BO la misma razon que EN con OP ; el obgeto será amplificado en el microscopio en la razon de BR á BQ .

Sea $XPTZ$ un rayo que corte la imagen en T , y sea refringido por el ocular en la direccion ZV ; despues de tirada XR , tírese XQ paralela á ZV ó á ET ; el obgeto parecerá en V en el ángulo EVZ igual á NET ó á BQX , y será por consiguiente amplificado en la razon del ángulo BQX á BRX ó de BR á BQ . Pero como las figuras PXQ , PTE son semejantes, tenemos $BQ:NE::BX:NT::BP:PN::BO:OP$. Porque una vez que B y N son focus correspondientes, tenemos $BO:BP::BP:BN$ (160) que llega á ser $BO:OP::BP:PN$.

708 Luego 1.º La distancia aparente $BQ = \frac{BP}{PN} \times NE = \frac{BO}{OP} \times NE$. Y quando BR es dada, la magnitud apa-

Fig. rente del objeto, en el microscopio es, por lo que acabamos de probar (707), recíprocamente como BQ .

709 2.º Sea PD el radio de la abertura del objetivo; el resplandor aparente del mismo objeto visto en el mismo ó diferentes microscopios, será como $\frac{(PD)^2 \times (NE)^2}{(PN)^2}$.

Porque la cantidad de rayos que iluminan una parte pequeña, sea la que fuere, de su imagen en el fondo del ojo, es como $\frac{(PD)^2}{(PB)^2}$; porque si PB fuese dada, la cantidad de rayos que la abertura entera recibe del punto B , sería como la abertura ó como $(PD)^2$; y si PD fuese dada, la cantidad de dichos rayos sería como su densidad en la abertura, esto es, como $\frac{1}{(PB)^2}$ (220). Pero el resplandor aparente de un objeto es directamente como la cantidad de rayos que iluminan cada partecilla de su imagen en el fondo del ojo, y recíprocamente como la area de la misma imagen, ó recíprocamente como la magnitud aparente de la superficie visible del objeto; de suerte que el resplandor aparente es directamente como $\frac{(PD)^2}{(PB)^2} \times \dots \times \frac{(PB)^2 \times (NE)^2}{(PN)^2}$ (707).

710 3.º El ángulo de aberracion de refringibilidad es como $\frac{PD}{NE} \times \frac{PN}{PO}$, ó como $\frac{PD}{NE} \times \frac{BP}{BO}$. Porque la mayor aberracion latitudinal de refringibilidad, en la imagen formada en N , es como $PD \times \frac{PN}{PO}$ (686).

711 4.º El ángulo de aberracion de esfericidad del objetivo es como $\frac{(PD)^3}{(PO)^3} \times \frac{PN}{PE}$. Porque la mayor aberracion latitudinal de esfericidad, en la imagen formada en N , es como $\frac{(PD)^3}{(PO)^3} \times PN$ (685).

Cues-

712 Cuestion IV. Construir un microscopio dióptri- Fig.
co enpdbo , que amplifique mas que un microscopio dado 466.
ENPDBO en una razon qualquiera determinada como de n 467.
á 1 , y represente los obgetos con la misma claridad y dis-
tincion , en quanto esto pende de la diferente refringibilidad
de los rayos , y no de la esfericidad de los obgetivos.

Tómense $ne = \frac{1}{n} NE$, $pd = \frac{1}{n} PD$, $po = \frac{1}{nn} PO$, $pb = \frac{1}{nn} PB$, $pn = \frac{1}{nn} PN$, y estará hecho el microscopio que se pide. Por egemplo , el microscopio de comparacion de Huyghens tiene las dimensiones siguientes en pulgadas; $NE = 2$, $PD = \frac{1}{20}$, $PO = \frac{7}{10}$, $PB = \frac{7}{9}$, $PN = 7$; y así representa este microscopio el obgeto 36 veces mayor en diámetro de lo que se le vería con la vista sola á la distancia de 8 pulgadas. Luego si quisiéramos hallar las dimensiones de otro microscopio que amplificase dos veces mas , tendríamos $n = 2$, de donde sacaríamos, en virtud de la regla , $ne = \frac{1}{2} NE = 1$, $pd = \frac{1}{40}$, $po = \frac{7}{40}$, $pb = \frac{7}{36}$, $pn = \frac{7}{4}$.

Fúndase esta regla en la hypótesi de que las razones de los intervalos de los puntos B , O , P , N , que pertenecen al obgetivo , se queden las mismas. De aquí resulta que NE es recíprocamente como la magnitud aparente (708) , esto es, $ne : NE :: 1 : n$. Luego $ne = \frac{1}{n} NE$. Y porque el ángulo de aberracion de refringibilidad no ha de padecer mudanza alguna (705) , tenemos tambien PD como NE (710) , ó recíprocamente como la magnitud aparente , esto es, $pd : PD :: 1 : n$. Luego pd

Fig. $= \frac{1}{n} PD$. Y finalmente, porque el resplandor aparente ha de ser el mismo, tenemos PN como $PD \times NE$ (709) ó como $(NE)^2$, ó en la razon duplicada inversa de la magnitud aparente, esto es, $pn : PN :: pb : PB$, y $po : PO$ (por la hypótesi) $:: 1 : n$. Luego $po = \frac{1}{nn} PO$; $pb = \frac{1}{nn} PB$ y $pn = \frac{1}{nn} PN$.

713 Síguese de aquí 1.º Que en estos microscopios los ángulos de aberracion de esfericidad de sus obgetivos son en razon duplicada de la magnitud aparente del obgeto.

Porque estos ángulos son como $\frac{(PD)^2}{(PO)^2} \times \frac{PN}{NE}$ (711) ó como $\frac{(PD)^2}{(PO)^2}$ por la hypótesi de la regla, y porque PD es como NE ; quiero decir que el ángulo de esta aberracion en el microscopio que nos hemos propuesto construir, es al ángulo semejante en el microscopio de comparacion, como $\frac{(pd)^2}{(po)^2}$ ó $\frac{nnPD^2}{(PO)^2}$ es á $\frac{(PD)^2}{(PO)^2}$, esto es, como nn es á 1.

714 2.º Luego si el lado convexo del obgetivo plano convexo de un microscopio se puede volver ácia el obgeto, con lo qual el ángulo de aberracion de esfericidad será quatro veces mayor (663, 664 y 683), con substituir en lugar de dicho obgetivo otro cuyo lado plano esté vuelto ácia el obgeto, y cuya distancia focal sea quatro veces menor, el ángulo de aberracion llegará tambien á ser quádruplo (713), porque la magnitud del obgeto será dupla (712). Huyghens halla que dicho microscopio padecería este trastorno. Pero si intentamos aumentar mucho mas, por la cuestion (712), la amplificacion, las aber-

aberraciones de esfericidad irán siempre creciendo, y lo Fig.
 estorvarán, bien que pueda aumentarse al infinito en vir-
 tud de lo que vamos á probar, conforme lo probó el citado
 Autor, si no fuera porque es sumamente dificultoso cons-
 truir para este fin obgetivos bastante chicos.

715 Cuestion V. *Construir un microscopio dióptri-
 co que aumente los obgetos mas que un microscopio dado, en
 una razon qualquiera dada representada por la razon de n á
 1, y los represente con igual claridad y distincion por lo
 que mira á las aberraciones de esfericidad, y con mayor dis-
 tincion por lo tocante á las aberraciones de refringibilidad.*

Sea $enpdbo$ el microscopio que se quiere construir, y 466.
 $ENPDBO$ el microscopio de comparacion. Tómense $ne =$ 467.
 $\frac{1}{n}NE$, $pd = \frac{1}{n}PD$, $po = \frac{1}{n}PO$, $pb = \frac{1}{n}PB$, $pn = \frac{1}{n}PN$;
 y estarán determinadas las dimensiones que se buscan del
 microscopio que se quiere construir; y el ángulo de aber-
 racion de refringibilidad será menor en este microscopio
 que en el microscopio dado, en la razon de 1 á n . Por
 egemplo, en el microscopio de comparacion, de que se ha-
 bló antes, suponiendo $n = 2$, tenemos $ne = 1$, $pd =$
 $\frac{1}{160}$, $po = \frac{7}{160}$, $pb = \frac{7}{144}$, $pn = \frac{7}{16}$; y el ángulo de aber-
 racion de refringibilidad será quatro veces menor que
 antes.

Fúndase esta regla en la misma hypótesi que la prece-
 dente, es á saber, que las razones de los intervalos de los
 puntos B, O, P, N , sean unas mismas en ambos microscop-
 ios. Luego yá que los ángulos de aberracion de esfericidad

Fig. han de ser unos mismos en ambos microscopios (705), tenemos $(PD)^3$ como $(PO)^2 \times NE$ (711), y debiendo ser una misma la claridad, tenemos $(PN)^2$ ó $(PO)^2$ (por la hipótesi) como $(PD)^2 \times (NE)^2$ (709), y por consiguiente $(PD)^3$ como $\frac{(PO)^3}{(NE)^3}$. Luego una vez que tenemos $(PD)^3$ como $(PO)^2 \times NE$, sacaremos, con substituir los valores antecedentes de $(PO)^2$ y $(PD)^3$, PD como $(NE)^3$ y PO como $(NE)^4$. Pero NE es recíprocamente como la magnitud aparente (708), esto es $ne : NE :: 1 : n$; tenemos, pues, $ne = \frac{1}{n} NE$; fuera de esto, PD es como $(NE)^3$ ó $pd : PD :: (ne)^3 : (NE)^3 :: 1 : n^3$; será, pues, $pd = \frac{1}{n^3} PD$; y por ser PO como $(NE)^4$, tendremos $po = \frac{1}{n^4} PO$, y por la hipótesi, pb y pn son como po .

Ahora bien, el ángulo de aberración de refringibilidad es como $\frac{PD}{NE}$ (710); quiero decir, que dicho ángulo es en el microscopio, que nos hemos propuesto construir, al ángulo semejante en el microscopio de comparacion, como $\frac{pd}{ne}$ ó $\frac{PD}{nnNE}$ es á $\frac{PD}{NE}$, esto es como 1 á nn .

716 Por consiguiente la latitud de los manojos que entran en la pupila es tambien la misma (709); porque la mitad de esta latitud es $EI = \frac{PD \times NE}{PN}$, de suerte que se podría, por lo practicado en la resolución de la cuestion antecedente, aumentar la amplificacion quanto se quisiere, aun al infinito, si no lo estorvára el que el obgetivo ha de ser de una estremada pequeñez. Pero en las cuestiones siguientes donde se trata de lo mismo, el obgetivo no se disminuye en una razon tan grande como en esta, porque

que no nos sugetamos á guardar las razones entre los intervalos de los puntos B, O, P, N .

717 Cuestion VI. Construir un microscopio con dos lentes convexas e, p , que amplifique en una razon dada, y en el qual el resplandor aparente del obgeto, y el ángulo de aberracion de refringibilidad sean los mismos que en otro microscopio dado compuesto de dos lentes E y P .

La distancia focal del obgetivo p , su abertura y posicion se pueden determinar del modo siguiente.

Usando de las mismas figuras que antes, sean las dimensiones siguientes del microscopio de comparacion, $PD = A$, $PO = C$, $NE = D$, y $BO:BP::1:m$; y supongamos que las dimensiones correspondientes del microscopio que se ha de construir, sean las siguientes, $pd = a$, $po = c$, $ne = d$, y $bo:bp::1:n$; y sea la magnitud aparente propuesta, á la magnitud aparente con la vista sola, estando el ojo á una distancia dada r , en la razon dada de r á q . Tendremos $c = \frac{m^2 d^2 q^2}{D \cdot (d+q)^2} \times C$; $n = \frac{md}{D} \sqrt{\frac{C}{c}}$; y $a = A \sqrt{\frac{c}{C}}$.

Porque yá que el resplandor aparente ha de ser el mismo en ambos microscopios, hemos de hacer $\frac{PD \times NE}{PN} = \frac{pd \times ne}{pn}$ (709), esto es $\frac{AD}{mC} = \frac{ad}{nc} = b$, para abreviar la reduccion siguiente. Y porque el ángulo de aberracion de refringibilidad ha de ser tambien el mismo en ambos microscopios, hemos de hacer $\frac{PD}{NE} \times \frac{BP}{BO} = \frac{pd}{ne} \times \frac{bp}{bo}$ (710), esto es, $\frac{mA}{D} = \frac{na}{d} = g$. Estas equaciones dán $\frac{neh}{d} = a = \frac{dg}{n}$, de donde se saca $nn = \frac{dd}{c} \times \frac{g}{h} = \frac{dd}{c} \times \frac{mm}{DD} \times C$, y por consiguiente

Gg 4

n

Fig. $n = m \frac{d}{D} \sqrt{\frac{c}{c}}$; substituyendo este valor en lugar de n , tendremos $a = A \sqrt{\frac{c}{c}}$. Pero $q = \frac{ob}{op} \times ne$ (708) $= \frac{d}{n-1}$, de donde sacamos $\frac{d+q}{q} = n = m \frac{d}{D} \sqrt{\frac{c}{c}}$; luego $c = \frac{m^2 d^2 q^2}{D^2 (d+q)^2} \times C$.

718 1.º En estos microscopios los diámetros de las aberturas de los obgetivos están en razon subduplicada de sus distancias focales, como en los anteojos ordinarios.

Porque tenemos $\frac{a}{A} = \sqrt{\frac{c}{c}}$; y quando con hacer BO y bo infinitas, estos microscopios se convierten en anteojos, y por consiguiente $m = 1$, y $n = 1$, tenemos tambien $\frac{d}{D} = \sqrt{\frac{c}{c}} = \frac{a}{A}$; todo esto concuerda con lo probado (624).

719 2.º En estos microscopios los ángulos de aberracion de esfericidad de los obgetivos son recíprocamente como sus distancias focales, y están por consiguiente en la razon duplicada inversa de sus aberturas (718).

Porque el ángulo de aberracion de esfericidad es como $\frac{(PD)^3}{(FO)^3} \times \frac{PN}{PE}$ (711) $= \frac{mA^3}{c^2 D}$, quiero decir, que este ángulo, en el microscopio de comparacion, es al mismo ángulo, en el microscopio que se quiere construir, como $\frac{mA^3}{c^2 D}$ es á $\frac{na^3}{c^2 d}$, ó como $\frac{AA}{cc}$ es á $\frac{aa}{cc}$, por ser $\frac{mA}{D} = \frac{na}{d}$ (710) esto es, como $\frac{1}{c}$ es á $\frac{1}{c}$, porque $AA : aa :: C : c$ (718).

720 3.º Guardando el mismo obgetivo, y mudando la distancia focal del ocular, la magnitud aparente del obgeto se puede aumentar un poco.

Porque el valor de $q = \frac{d}{n-1}$ (708), dá $q : d :: 1 : n - 1$, y $q + d : d :: n - 1$; tambien tenemos $pb :$
 pv

$po :: n : n - 1$; luego $pb = \frac{d+q}{q} c$, y $pb^2 = \frac{(d+q)^2}{dd} \times c \times$ Fig.
 $\frac{m^2 d^2 q^2}{DD(d+q)^2} \times C = \frac{mm}{DD} \times cCqq$; y por consiguiente quando c
 es dada , pb es como q . Pero bp ha de ser siempre algo ma-
 yor que po . Luego si la hacemos primero menor que $2po$,
 conforme debe ser , á fin de que sea la imagen mayor que el
 obgeto , es evidente que pb , y por consiguiente q no se puede
 disminuir en una razon tan grande como la de 2 á 1 ; quiero
 decir que la magnitud aparente no se puede duplicar.

721 4.º Pero si guardásemos el mismo ocular , y dis-
 minuyésemos la distancia focal del obgetivo , podriamos
 aumentar la amplificacion lo que quisiéramos , si no lo es-
 torvára el aumento que recibiría al mismo tiempo la aber-
 racion de esfericidad (719) ; porque pudiéndosele dár

al valor de po esta espresion $c = \left(\frac{m}{D} \times \frac{d}{\frac{d}{q} + 1} \right)^2 \times C$,

con aumentar la virtud amplificante , esto es con disminuir
 q , el denominador de esta cantidad crecerá , y c menguará.
 Así , para perficionar el microscopio dado , quanto es posi-
 ble , es menester guardar el mismo ocular , y disminuir el
 obgetivo , y tambien su abertura , arreglándose á las reglas
 dadas antes , hasta que se experimente que las aberraciones
 ocasionadas por su esfericidad empiezan á ser tan grandes
 que alteran la representacion de los obgetos ; y si se quiere
 aumentar todavia mas la amplificacion , se podrá , con to-
 mar por microscopio de comparacion el microscopio en el
 qual las aberraciones de esfericidad no llegan á perjudicar ,
 determinar otro , conforme vamos á declarar.

Cues-

Fig. 722 Cuestion VII. Con dos lentes convexas e y p , de 466. las cuales sea la primera el ocular que suponemos dado, construir un microscopio que amplifique en una razon dada, y en el qual el resplandor aparente del obgeto, y el ángulo de aberracion de esfericidad sean los mismos que en otro microscopio dado compuesto de dos lentes E y P .

La distancia focal del obgetivo p , su abertura y posicion se pueden determinar por medio de estas equaciones $c = \left(\frac{md}{D} \times \frac{q}{d+q}\right)^4 \times C$; $n = \frac{md}{D} \sqrt[4]{\frac{C}{c}}$; $a = A\sqrt[4]{\frac{c^3}{C}}$, que se sacan del modo siguiente. Usamos de las mismas denominaciones que antes.

Yá que el resplandor aparente ha de ser el mismo en ambos microscopios, hemos de hacer $\frac{PD \times NE}{PN} = \frac{pd \times ne}{pn}$ (709), esto es, $\frac{AD}{mC} = \frac{ad}{nc} = b$, como antes; y porque el ángulo de aberracion de esfericidad ha de ser el mismo, hemos de hacer $\frac{(PD)^3}{(PO)^3} \times \frac{PN}{NE} = \frac{pd^3}{po^3} \times \frac{pn}{ne}$ (711), esto es, $\frac{mA^3}{C^2D} = \frac{na^3}{c^2d} = l$, para abreviar. De aqui sacamos $a = \frac{nc}{d}$; y $\frac{n^3 c^3 h^3}{d^3} = \frac{cdl}{n}$, esto es, $n^4 = \frac{d^4}{c} \times \frac{l}{h} = \frac{d^4}{c} \times \frac{m^4}{D^4} \times C$; luego $n = \frac{md}{D} \sqrt[4]{\frac{C}{c}}$. Así, tendremos $a = A\sqrt[4]{\frac{c^3}{C}}$. Pero $q = \frac{ob}{op} ne$ (708) $= \frac{d}{n-1}$; luego $\frac{d+q}{q} = \frac{md}{D} \sqrt[4]{\frac{C}{c}}$; de donde se saca $c = \left(\frac{md}{D} \times \frac{q}{d+q}\right)^4 C$.

723 Luego 1.º En estos microscopios los diámetros de las aberturas de los obgetivos son como las raices quartas de los cubos de sus distancias focales. Porque hemos hallado $\frac{a}{A} = \sqrt[4]{\frac{c^3}{C}}$.

724 2.º Los ángulos de aberracion de refringibilidad están en razon subduplicada de las distancias focales de los obgetivos. Pruébese del mismo modo que lo propuesto (719).

3.º

725 3.º También se puede aumentar un poco la virtud amplificante de estos microscopios, mudando el ocular; porque hallaremos, haciendo lo mismo que antes (720), que pb es como q . Fig.

726 4.º En la cuestion antecedente teniamos po como $\left(\frac{d}{\frac{d}{q} + 1}\right)^2$, y en la última po es como $\left(\frac{d}{\frac{d}{q} + 1}\right)^4$; por manera que respecto de un mismo aumento del poder amplificante, ó una misma disminucion de q , po mengua actualmente en la razon duplicada del número de veces que menguaba antes. Por lo qual vale mas hacer que la virtud amplificante sea la mayor que se pueda, por la cuestion antecedente, antes de valerse de la última, á fin de dejarle al obgetivo toda la abertura que sea posible. Y se le podria dar á este microscopio una potencia amplificante tan grande como se quisiese, y aun infinita, si no fuera porque no se puede hacer el obgetivo tan pequeño como sería menester; porque el resplandor se mantiene el mismo, y por lo dicho (724) la distincion crece.

727 5.º Si se quiere construir un microscopio, en el qual los ángulos de aberracion, asi de esfericidad como de refringibilidad, sean respectivamente los mismos que en el microscopio de comparacion, se ha de dejar el mismo obgetivo, y para amplificar mas, se debe aumentar la distancia focal del ocular; bien que, aun quando se aumenta se la distancia focal del ocular al infinito, la magnitud aparente en el microscopio que se quiere construir, no tendria con

Fig. con la magnitud aparente en el microscopio de comparacion, sino la razon que hay entre m y $m - 1$, ó en el microscopio de Huyghens, la razon de 10 á 9, y esto es muy poco.

Porque el ángulo de aberracion de esfericidad será el mismo haciendo $\frac{mA^3}{c^2D} = \frac{na^3}{c^2d}$ (711), de donde sacaremos $c = C$, substituyendo los valores de n y a hallados en la cuestion antecedente, en la qual supusimos, que el ángulo de aberracion de refringibilidad fuese el mismo; hemos, pues, de hacer en el valor de $c = \left(\frac{md}{D} \times \frac{q}{d+q}\right)^2 C$ (717)

$\frac{md}{D} \times \frac{q}{d+q} = 1$, de donde sacaremos $d = \frac{1}{\frac{m}{D} - \frac{1}{q}}$; por

donde se echa de ver, que disminuyendo q crece d , y será infinita quando $\frac{m}{D} - \frac{1}{q} = 0$, ó quando $q = \frac{D}{m}$. Pero

en el microscopio de comparacion $Q = \frac{D}{m-1}$ (708).

Luego tenemos Q es á q , ó la magnitud aparente en el microscopio que se quiere construir, es á la magnitud aparente en el microscopio de comparacion, como m es á $m-1$. Por consiguiente es inútil mudar nada en el ocular.

728 Daremos un egemplo de cada una de estas proposiciones. En el microscopio de Huyghens, tenemos $NE = D = 2$, $PD = A = \frac{1}{20}$, $PO = C = \frac{7}{10}$, $PB = \frac{7}{9}$, de aquí resulta $m = 10$, $Q = \frac{D}{m-1}$ (708) $= \frac{2}{9}$. Para amplificar otro tanto mas, se ha de hacer $q = \frac{1}{9}$ (708). Haciendo, pues, por la proposición antecedente, $d = D = 2$, sacaremos $po = c = \frac{70}{361}$, $n = 19$, $pb = \frac{35}{171}$, y $pd = a = \frac{1}{38}$. Pero, por la cuestion actual, $po = e = \frac{7000}{19^4} = \frac{1}{19}$, con cortísima diferencia; y lo demás arreglado á las reglas

glas que hemos dado. Si hacemos $d = 1$, tendremos por Fig.
la cuestion antecedente, $po = \frac{7}{40}$, y por la actual $po = \frac{7}{160}$,
todo esto concuerda con las reglas dadas (712 y 715).

729 Hallar la magnitud aparente de los obgetos, y
la claridad y distincion con que se vén en los microscopios
catóptricos compuestos de un espejo cóncavo, y un ocular.

Sea el obgeto BX colocado entre el centro P , y el 468.
focus T de un espejo cóncavo ACG , y sea NT la imagen
de dicho obgeto vista por el ocular EZ cuya distancia fo-
cal es NE . Sea tambien el obgeto BX visto con el ojo solo
á la distancia BR ; tomando BQ á BT como NE es á TC ,
el obgeto será amplificado en el microscopio en la razon
de BR á BQ .

Una linea qualquiera PX prolongada hasta el espejo
en G , y hasta el ocular en Z , es el ege de un manojo obli-
cuo de rayos que vienen de X , los quales, despues de re-
flectidos en G , ván á formar el punto T de la imagen, y
despues son refringidos en Z por el ocular, al salir del qual
entran en el ojo puesto en V . Tírese la XQ paralela á ZV
ó á ET (136); se verá el obgeto en el microscopio
en el ángulo EVZ igual á NET ó á BQX , y por consi-
guiente será amplificado en la razon del ángulo BQX á
 BRX , ó de BR á BQ . Pero $BQ : NE :: BX : NT :: PB :$
 $PN :: TB : TP$ ó TC , porque TB , TP , TN están en pro-
porcion continua (54).

730 Luego 1.º La distancia aparente $BQ = \frac{TB}{TC} \times$
 $NE = \frac{PB}{PN} \times NE = \frac{CB}{CN} \times NE$; y siendo dada BR , la
mag-

Fig. magnitud aparente del objeto es , por lo probado (729),
recíprocamente como BQ .

731 2.º Sea CA la mitad de la abertura del espejo cóncavo ; el resplandor aparente del mismo objeto , en el mismo ó diferentes microscopios , será como $\frac{(CA)^2 \times (NE)^2}{(CN)^2}$. Porque el resplandor aparente es directamente como la cantidad de luz que el espejo recibe de una partícula cualquiera B , y recíprocamente como la area de la imagen de dicha partícula estampada en el fondo del ojo , ó recíprocamente como la magnitud aparente de la superficie de la misma partícula ; y por consiguiente es como $\frac{(CA)^2}{(CB)^2} \times \frac{(CB)^2 \times (NE)^2}{(CN)^2}$ (220 y 730).

732 3.º La indistincion aparente de un objeto dado en un mismo ó diferentes microscopios catóptricos , es como $\frac{(CA)^6}{(CT)^6} \times \frac{(PN)^4}{(CN)^2 \times (NE)^2}$, y es por lo mismo invariable , quando $\frac{(CA)^3}{(CT)^3} \times \frac{(PN)^2}{CN \times NE}$ es invariable.

Porque la mayor aberracion latitudinal , en la imagen en N , es como $\frac{(CA)^3}{(CT)^3} \times \frac{(PN)^2}{NE}$ (704), y la indistincion aparente es directamente como el quadrado de dicha aberracion , y recíprocamente como $(NE)^2$ (698), despreciando , conforme practicamos antes (704), las aberraciones causadas por el ocular.

468. 733 Question VIII. Dado un microscopio catóptrico

469. compuesto de un espejo cóncavo CA , y de un ocular convexo EZ , cuyas posiciones respectivas están arregladas por experiencia ; determinar las de otro espejo cóncavo dado ca , y de un ocular convexo cz , de modo que represente el ob-

ge-

geto con la misma claridad que el microscopio dado , y con Fig.
 igual distincion , despreciando el corto aumento de aberraciones ocasionadas por el ocular cz , si se le toma menor que EZ ; y hallar la virtud amplificante de dicho microscopio.

Supongamos que la figura citada á la margen represente 468.
 te el microscopio dado , cuyas dimensiones sean las siguientes $CA = A$, $CT = C$, $NE = D$, y $TB : TC :: 1 : m$;

y en el microscopio que se quiere construir , sean las líneas 469.
 dadas $tc = c$, $ne = d$. Si tomamos un número $n = \sqrt{1 + (mm - 1) \frac{dd}{DD} \sqrt{\frac{c}{c}}}$, hallaremos el lugar del obgetivo , y el

del ocular , haciendo $tb : tc$ y $tc : tn :: 1 : n$; la mitad ca de la abertura , ó a será $= \frac{n+1}{m+1} \times \frac{cD}{Cd} A$; y la magnitud aparente del obgeto será á su magnitud aparente visto con el ojo solo á la distancia l , como l es á $\frac{d}{n}$ (730) ó

$$\sqrt{1 + (mm - 1) \frac{dd}{DD} \sqrt{\frac{c}{c}}}.$$

Porque como el resplandor aparente ha de ser uno mismo en ambos microscopios , hemos de hacer $\frac{CA \times NE}{CN} =$
 $\frac{ca \times ne}{cn}$ (731) , esto es , $\frac{AD}{(m+1)c} = \frac{ad}{(n+1)c} = b$, á fin de abreviar la reduccion siguiente ; y porque la distincion apa-

rente ha de ser la misma , hemos de hacer $\frac{(CA)^3}{(CT)^3} \times \frac{(PN)^2}{CN \times NE} =$
 $\frac{ca^3}{c^2 d^3} \times \frac{pn^2}{cn \times ne}$ (732) , esto es , $\frac{(m-1)^2}{m+1} \times \frac{A^3}{c^2 D} = \frac{(n-1)^2}{n+1}$
 $\times \frac{a^3}{c^2 d} = g$. Tendremos , pues , $\frac{(n+1)^3 c^3 h^3}{d^3} = \frac{n+1}{(n-1)^2} \times c^2 dg$,

de donde se saca $nn - 1 = dd \sqrt{\frac{g}{ch^3}} = dd \times \frac{mn-1}{DD} \times \sqrt{\frac{c}{c}}$,
 restituyendo los valores de b y g ; y por consiguiente
 $n = \sqrt{1 + (mm - 1) \frac{dd}{DD} \sqrt{\frac{c}{c}}}$. Por lo que mira al valor de a , se saca de la equacion $\frac{AD}{(m+1)c} = \frac{ad}{(n+1)c}$. Yá que el

Fig. el ancho del manajo del medio es siempre el mismo , al salir del ocular (731 y 716), si guardamos el mismo ocular , ocasionará las mismas aberraciones , y si le disminuimos , las aberraciones que ocasiona , crecerán , y por consiguiente la indistincion aparente será mayor. Porque aunque la mayor parte (704) del ángulo de aberracion *aib* ó *Rir* se mantenga invariable , no obstante la parte menor de dicho ángulo , que *qr* subtende , varía recíprocamente como *qe* , tomando *qr* por la aberracion procedente de la refringibilidad , y recíprocamente como el cubo de *qe* , tomando *qr* por la aberracion procedente de la esfericidad del ocular. Pero como esta parte del ángulo de aberracion es como $\frac{qr}{qe}$, es como $\frac{ei}{eq}$ en el primer caso (298), y como $\frac{ei^3}{eq^3}$ en el segundo (702) , suponiendo que siempre se haga uso de oculares semejantes.

734 Luego 1.º Quando *l* es dada , la magnitud aparente en este microscopio , es como $\frac{n}{d}$, ó como $\sqrt{\left[\frac{1}{dd} + \frac{mm-1}{DD} \sqrt{\frac{c}{c}}\right]}$, y por lo mismo se la puede aumentar á arbitrio , disminuyendo *c* , y tambien disminuyendo *d* , si se desprecia el corto aumento de aberracion , que proviene de la disminucion del ocular.

735 2.º Luego con hacer $q = \frac{d}{n}$ distancia aparente del objeto (730) , si *c* y *q* fuesen dadas , y se pide

$$\text{lo demás , tendremos } d = \frac{qD}{\sqrt{\left[DD + (1 - mm)qq\sqrt{\frac{c}{c}}\right]}} ;$$

por consiguiente $n = \frac{d}{q}$, $tb : tc :: 1 : n$, y $a = \frac{n+1}{m+1} \times \frac{cD}{cd} A$.
Por-

Porque una vez que $q = \frac{d}{n} = \frac{d}{\sqrt{1 + (mm - 1) \times \frac{dd}{DD} \sqrt{\frac{c}{c}}}}$, Fig.

reduciendo, hallaremos d qual la acabamos de sacar. Si se queda el espejo del microscopio de comparacion, tendremos

$$d = \frac{D}{\sqrt{\left(\frac{DD}{qq} + 1 - mm\right)}}.$$

736 3.º Si d y q son dadas, y se pide lo demás, tendremos $c = \left(\frac{mm - 1}{DD} \times \frac{ddqq}{dd - qq}\right)^2 \times C$, y tb y ca las mismas que antes (735). Si se queda el ocular del microscopio de comparacion, tendremos $c = \left[(mm - 1) \times \frac{qq}{DD - qq}\right]^2 \times C$, y la distincion aparente será la misma que en el microscopio dado.

737 4.º Este microscopio se puede transformar en un telescopio Newtoniano, haciendo TB y tb infinitas, y por consiguiente $m = 0$, y $n = 0$, esto es, $1 - \frac{dd}{DD} \sqrt{\frac{c}{c}} = 0$, de donde se saca $\frac{D}{d} = \sqrt[4]{\frac{c}{c}}$, ó $d : D :: \sqrt[4]{c} : \sqrt[4]{C}$. Tambien tenemos $\frac{a}{A} = \frac{cD}{cA} = \frac{c}{c} \sqrt[4]{\frac{c}{c}} = \sqrt[4]{\frac{c^3}{C^3}}$, esto es, $a : A :: \sqrt[4]{c^3} : \sqrt[4]{C^3}$. Y porque $\frac{c}{D}a = \frac{c}{A}A$, tendremos $\frac{c}{d} : \frac{c}{D} :: a : A :: \sqrt[4]{c^3} : \sqrt[4]{C^3}$, ó el poder amplificante como $\sqrt[4]{C^3}$. Todo esto concuerda con lo probado (631).

738 Despues de hechos algunos esperimentos toscos con un espejo cóncavo de $\frac{7}{3}$ de pulgada de focus, que se combinó con varios oculares convexos, se reparó que los colores de los obgetos parecian en un microscopio catóptrico, mucho mas hermosos y naturales que en los microscopios dobles dióptricos de la mejor especie, porque se

Fig. hallaban estos colores libres de toda mezcla de aquellos colores estraños que provienen en los microscopios dióptricos de la diferente refringibilidad de los rayos. Habiendo puesto unos cabellos muy delgados sobre un pedazo de vidrio plano puesto en *B*, que casi no recibían mas luz que la del cielo, que entraba por una ventana, se reparó que se veían muy distintamente, y con bastante claridad, quando el microscopio catóptrico tenía las dimensiones siguientes en partes de pulgada; CA ó $A = \frac{1}{2}$, CT ó $C = \frac{7}{3}$, NE ó $D = \frac{7}{3}$, $TB:TC :: 1:14$. Tenemos, pues, $m = 14$, y la distancia aparente $BQ = \frac{D}{m}$ (730) $= \frac{1}{6}$; por consiguiente suponiendo $BR = 8$ pulgadas, dichos obgetos se hallaban amplificados 48 veces en diámetro.

739 En virtud de esto, es facil hallar por lo dicho (736) que para amplificar 72 veces con el mismo ocular de $\frac{7}{3}$ de pulgada de focus, y por consiguiente con la misma distincion y claridad, que con el microscopio cuyas dimensiones acabamos de dar, el espejo cóncavo *ct* ha de ser de 0,458 de pulgada de focus; y por consiguiente el diámetro de la esfera, de cuya superficie dicho espejo es parte, esto es $4ct$, es 1,832; esto es, mas de 9 veces mayor que $po = \frac{70}{301} = 0,194$, distancia focal y diámetro de esfericidad del vidrio plano convexo que, segun hallamos (728), amplifica tambien 72 veces con un ocular de 2 pulgadas de focus, bien que no con tanta distincion como el que servia de término de comparacion, porque el ángulo de aberracion de esfericidad del obgetivo

era cerca de 4 veces mayor (719). Este exceso del diámetro de esfericidad del espejo respecto del de la lente es muy ventajoso , porque dá , mediante la disminucion de la curvatura , facultad para aumentar todavia mas la amplificacion.

Determinacion de las figuras , posiciones , magnitudes y distancias aparentes de los objetos grandes vistos con rayos que dán en superficies reflectentes ó refringentes , sea perpendicularmente ó casi perpendicularmente , sea con el grado de oblicuidad que se quisiere.

740 Cuestion I. *Estando colocado perpendicularmente sobre el ege comun de un número de superficies refringentes ó reflectentes , un objeto grande de figura dada , hallar su figura , su situacion , su magnitud , y su distancia aparente , estando el ojo en un punto qualquiera del ege.*

Sea $OABP$ el ege de las superficies reflectentes ó refringentes AR, BS ; O , el lugar del ojo ; $ORSQ$, un rayo qualquiera refracto ó reflejo ; QP , una perpendicular al ege ; q' , la interseccion de una linea Qq' tirada paralelamente al ege , y del rayo visual OR prolongado ; $P'q'$, una curva trazada por la interseccion q' , entretanto que el ángulo visual AOR mengua , y llega á ser nulo. Si suponemos que la figura entera gyra al rededor del ege OPP' , la curva $P'q'$ trazará una superficie curva , y PQ un plano circular. Sea una parte qualquiera $abcd$ de este plano , el objeto dado ; una linea indefinita que se moviere al rededor del objeto

Fig. *abcd* rasando con sus bordes , y manteniéndose siempre paralela al ege PP' , trazará los bordes de la imagen de dicho objeto sobre la superficie curva engendrada por $P'q'$. Y el plano ú objeto *abcd* , visto por los rayos reflejos ó refractos, parecerá de la misma figura, en la misma situacion , de la misma magnitud , y á la misma distancia que se vería desde O , con la vista sola , la imagen curva de dicho objeto puesta en $P'q'$; suponiendo el ojo vuelto ácia el lado opuesto quando la curva $P'q'$ cae detrás (436), como en la figura 474.

Porque si suponemos un círculo trazado por la revolucion de un punto qualquiera Q , al rededor del ege OP , trasladado al lugar del círculo igual trazado por la revolucion del punto correspondiente q' , y se quitan las superficies AR , BS , la figura , la situacion , la magnitud , y la distancia aparente de dicho círculo serán las mismas que antes (436). Porque como los rayos visuales como RO , $q'O$ están siempre en una misma linea, la figura, la situacion y la magnitud de la imagen estampada en el fondo del ojo serian las mismas que antes; asimismo, todos los círculos que componen el plano colocado en PQ trasladados, conforme hemos dicho, y colocados de modo que toquen la superficie curva engendrada por $P'q'$, parecerian separada y juntamente , vistos desde O con la vista sola, de la misma figura , en la misma situacion , de la misma magnitud , y á la misma distancia que antes de mudar de sitio. Lo que decimos de los círculos enteros se verifica tambien respecto de las

las partes de dichos círculos que componen una parte cualquiera $abcd$ del plano circular formado por pQ ; quiero decir, que los diferentes arcos de dichos círculos que componen la figura plana $abcd$, llevados por un movimiento paralelo al ege PP' ácia la superficie curva engendrada por $P'q'$, hasta confundirse con ella, compondrian alli una parte de dicha superficie correspondiente á $abcd$, la qual vista desde O con la vista sola parecería de la misma figura, en la misma situacion, de la misma magnitud, y á la misma distancia que se vería el plano $abcd$ por los rayos reflejos ó refractos.

Fig.

741 Síguese de aquí 1.º Que si la superficie plana engendrada por PQ , y la superficie curva engendrada por $P'q'$, son cortadas ambas por un plano qualquiera que pase por el ege PP' , ó paralelo á dicho ege, la linea recta que es la seccion de la superficie plana engendrada por PQ con dicho plano, parecerá de la misma figura, en la misma situacion, de la misma magnitud, y á la misma distancia que se vería desde O con el ojo solo, la curva que es la seccion de la superficie curva engendrada por $P'q'$, y del mismo plano.

742 2.º Siempre que la interseccion q' traza una linea recta perpendicular al ege OP' , el obgeto PQ se vé con la figura que tiene realmente; quiero decir, de la misma figura, en la misma situacion, de la misma magnitud, y á la misma distancia que parece con la vista sola, viéndole á la distancia OP' sobre un plano perpendicular.

Fig. 743 Sea un número qualquiera de líneas finitas x, y, z , cuyas diferenciales tienen entre sí una razón finita, y sea otra línea $u = \frac{xy}{z}$; la diferencia de u tendrá una razón finita con la diferencia de x ó y ó z .

Porque tenemos (III. 329) $du = \frac{ydx}{z} + \frac{xdy}{z} - \frac{xydz}{z^2}$, cuyas partes tienen entre sí razones finitas; por consiguiente la razón entre el valor entero de du , y una qualquiera de sus partes es tambien finita: luego tambien es finita la razón entre du y dx ó dy ó dz .

744 Si todas las curvas refringentes ó reflectentes AR, BS cortan su ege ABP' en ángulos rectos, la curva $P'q'$ tambien le cortará en ángulos rectos.

Sean $Ra', Sb', q'p'$ perpendiculares al ege, y prolonguense los rayos RS, SQ hasta que le corten en f' y g' . Los triángulos $Oa'R, Op'q'$ son semejantes, y lo son tambien los triángulos $a'f'R, b'f'S$, y los triángulos $b'g'S, Pg'Q$; tendremos, pues, $Oa':Op'::a'R:p'q'$ ó PQ , esto es, en razón compuesta de $a'R$ á $b'S$ y de $b'S$ á PQ , ó de $a'f'$ á $b'f'$ y de $b'g'$ á Pg' ; de donde sacaremos $Op' = Oa' \times \frac{f'f'}{a'f'} \times \frac{Pg'}{b'g'}$. Pero quando el ángulo AOR es infinitamente pequeño ó nulo, las intersecciones f', g' coinciden con los focus f, g ; y Op' llega á ser $OP' = OA \times \frac{Bf}{Af} \times \frac{Pg}{Bg}$. Luego quando la abscisa $P'p'$ es infinitamente pequeña, los incrementos infinitamente pequeños, ó los decrementos de las líneas finitas $Oa', a'f', b'f', b'g', Pg'$ son respectivamente $a'A, a'A \pm f'f, b'B \pm f'f, b'B \pm g'g, g'g$. Pero la aberracion $f'f$ es como $a'A$ (647), y $g'g$ como $b'B$, y por consiguiente todos estos incremen-

tos ó decrementos infinitamente pequeños tienen razones finitas. Luego el incremento infinitamente pequeño ó decremento $p'P'$ de Op' tiene una razon finita con $a'A$ (743), porque los incrementos infinitamente pequeños de las cantidades son como las diferencias de las mismas cantidades. Pero la última razon de $a'A$ á $a'R$ es infinitamente pequeña, porque se supone que la curva AR corta su ege en ángulos rectos, y por ser la razon de $a'R$ á $p'q'$ la misma que la de oa' á Op' , es finita. Por consiguiente la última razon de $p'P'$ á $p'q'$, que se compone de la razon de $p'P'$ á $a'A$, de la de $a'A$ á $a'R$, y de la de $a'R$ á $p'q'$ es infinitamente pequeña. Luego la curva $P'q'$ corta perpendicularmente el ege de las curvas, que tambien es el suyo, porque se supone que AR , BS son semejantes é iguales al uno y otro lado de dicho ege.

745 1.º Dados los focus f' , g' , el vértice P' de la curva $P'q'$ se hallará tomando $OP' = OA \times \frac{Bf}{Af} \times \frac{Pg}{Bg}$.

746 2.º Aun quando las curvas AR , BS fuesen tales que reflectiesen ó refringiesen todos los rayos de un manojo ancho b , con tal exactitud que todos los dichos rayos concurriesen en f y g , no obstante por razon de los incrementos $a'A$, $b'B$, la linea Op' sería variable, y por consiguiente la interseccion q' siempre trazaría una curva.

747 3.º Aun quando las curvas refringentes se transformaran en sus tangentes, no por esto la interseccion q' dejaría de trazar una curva, por razon de las aberraciones ff' , gg' ocasionadas por las refracciones (649).

Fig. 748 4.º Pero si las curvas reflectentes se transformáran en sus tangentes, la interseccion q' trazaría una linea recta perpendicular al ege en P' , porque entonces no hay ninguna aberracion ocasionada por las reflexiones.

749 5.º Luego un obgeto visto por reflexiones al encuentro de superficies planas, parece enteramente en su figura natural (742).

750 Cuestion II. *Dadas las curvas reflectentes ó refringentes, su distancia mutua, y sus distancias al ojo y al obgeto, determinar si el obgeto parecerá convexo ó cóncavo ácia el ojo.*

Quedándose todo como se estaba, sean Ar , Bs tangentes de las curvas AR , BS ; sea uno de los rayos mas apartados OR que corte la primera tangente en r , y tírese desde el punto f al punto r la recta fr , que corte en s la tangente siguiente; tírese tambien desde g á s la recta gs que encuentre el obgeto en L ; finalmente, tírense los rayos reflejos ó refractos RS , RQ , sea por medio de una construccion exacta (200), si fuese menester, ó solamente observando en qué lado de los focus f , g están las aberraciones ff' , gg' , lo que será siempre facil de conocer por medio de las figuras de las causticas trazadas (75 &c. y 88 &c. ó 193 &c. y 209 &c.).

751 CASO I. Entonces, si por la posicion del rayo SQ y de la linea sL , se conoce que PQ sea mas larga que PL , y prosiga siendolo mientras el ángulo visual AOR mengua, y llega á ser nulo, el obgeto PQ parecerá convexo ácia el ojo; y al contrario, si fuese siempre PQ menor

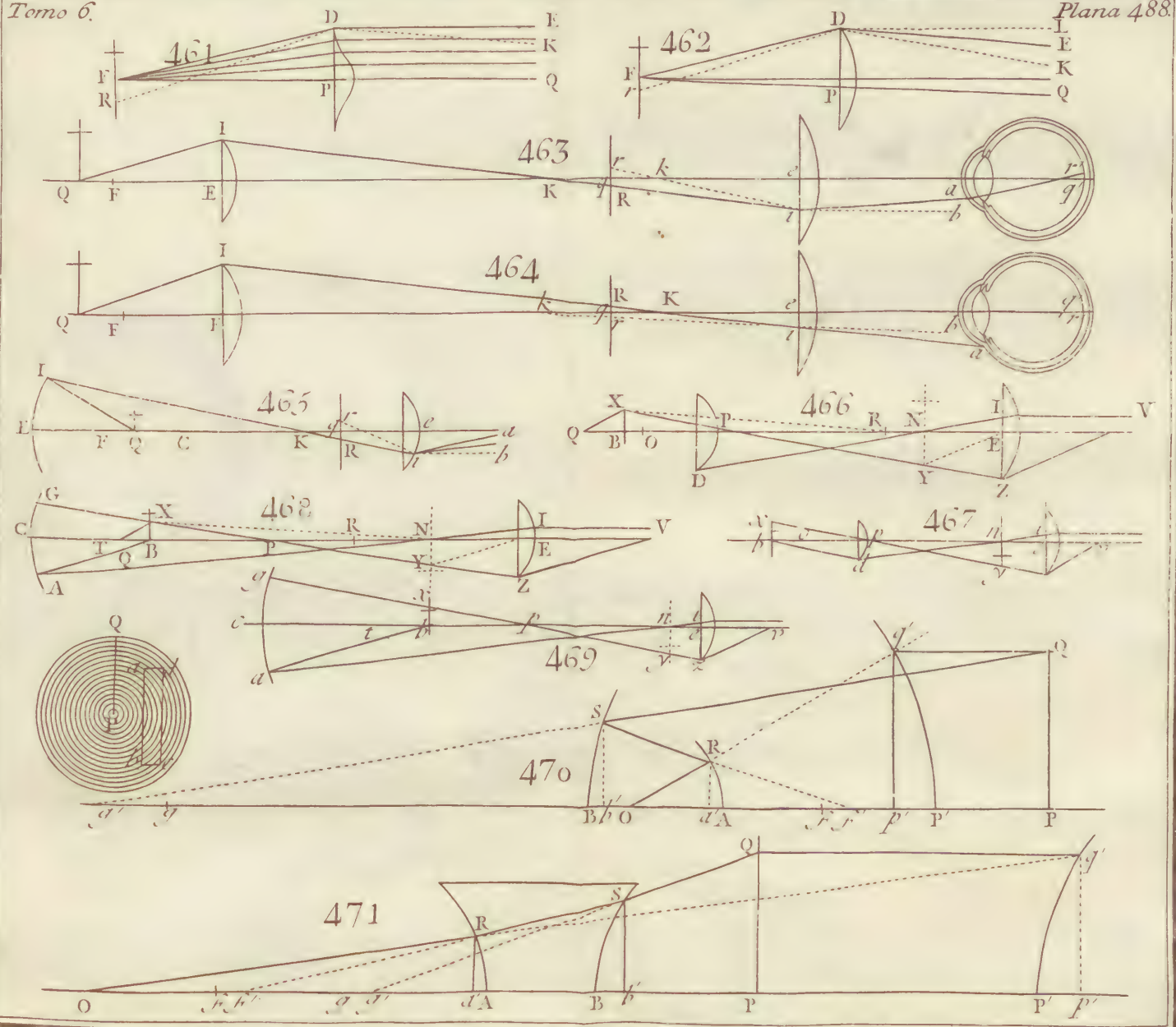




Fig.

rior que PL , el objeto parecerá cóncavo; y en ambos casos parecerá de una curvatura mayor ó menor, todo lo demás siendo igual, segun fuere mayor ó menor la razon entre PQ y PL .

Porque tírense paralelamente al ege las líneas Qq' , Ll' , que corten el rayo OR prolongado, la una en q' , la otra en l' ; y sea $l'P'$ perpendicular al ege; se hallará por medio de triángulos semejantes, del mismo modo que se sacó (744) el valor de Op' , $Op' = OA \times \frac{Bf}{Af} \times \frac{Pg}{Bg}$. Como esta cantidad es invariable, manifiesta que mientras el ángulo $P'Ol'$ mengua y llega á ser nulo, la interseccion l' traza una perpendicular fija $l'P'$. El mismo punto P' es tambien el vértice de la curva que traza la otra interseccion q' (745), y por consiguiente $P'l'$ es (744) una tangente de dicha curva. Luego si PQ fuere siempre mas larga que PL , y por lo mismo Oq' siempre mas larga que Ol' , la curva $P'q'$ habrá de ser convexa ácia el ojo. Y al contrario, si PQ fuese siempre mas corta que PL , y por lo mismo Oq' tambien siempre menor que Ol' , la curva $P'q'$ ha de ser cóncava ácia el ojo.

752 CASO II. Prolónguense las SQ y sL , si fuere menester, que se cortan mutuamente en d ; si el objeto estuviese colocado cerca de su interseccion, la curva trazada por d , mientras el ángulo AOR mengua, puede cruzar el objeto, y entonces la curva que q' trazare, cruzará tambien su tangente $P'l'$, y tendrá curvaturas ácia lados diferentes, conforme representa la figura 476.

Por-

Fig. Porque quando d toca el obgeto, los intervalos LQ , $l'q'$ son nulos, y llegan á ser negativos, cayendo al otro lado de L y l' , quando d ha pasado por el obgeto. Pero por razon de la pronta disminucion del ángulo LdQ , ó gdg' , los intervalos negativos LQ , $l'q'$ llegarán á ser tan cortos, que la mudanza de curvatura ácia lados opuestos de la curva $P'q'$ será casi imperceptible. Y si esto fuere así, el obgeto deberá parecer convexo ó cóncavo ácia el ojo, segun PQ siendo de la magnitud mas considerable, que determina el rayo mas apartado SQ , fuese mayor ó menor que PL , siendo tambien esta la mayor que pueda ser, como en el caso antecedente.

753 CASO III. Por consiguiente, si el obgeto toca la interseccion d , ó está muy cerca de ella, quando está lo mas apartada del ege, no parece en esta situacion, ni convexo, ni cóncavo por lo menos sensiblemente; todo esto es evidente, porque haciendo que el obgeto ande un trecho considerable desde el un lado de d al otro, su figura aparente se ha de transformar por lo dicho (751) de cóncava en convexa, ó de convexa en cóncava.

754 CASO IV. Si el obgeto estuviere colocado de modo que los puntos g , g' estén al uno y otro lado del mismo punto P , los puntos Q y L habrán de estar tambien al uno y otro lado del mismo punto. Pero si se disminuye el ángulo AOR , el punto g' pasará acercándose á g por el punto P , y entonces ambos puntos Q y L estarán del mismo lado del ege; y así la regla del primer caso se verifica-

cará luego. Pero el objeto parecerá como doblado , y de Fig. tal manera confuso , que apenas se distinguirá su figura aparente , aun mirándole por un agujero hecho con un alfiler.

Por consiguiente la regla dada para el primero de estos casos basta en general para determinar la convexidad ó concavidad aparente de un objeto , particularmente quando se le vé con la mayor evidencia.

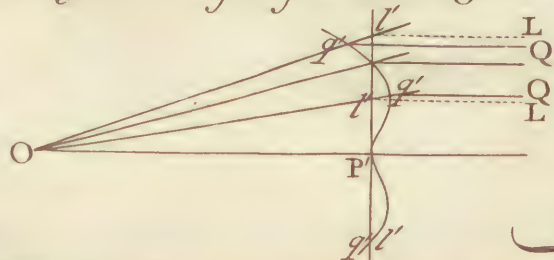
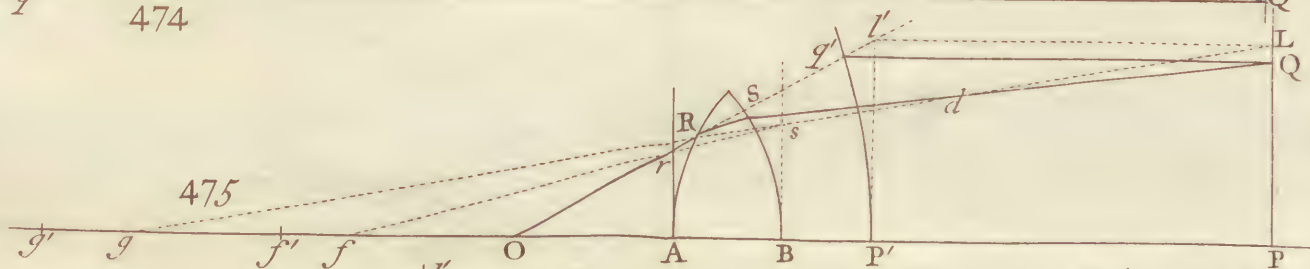
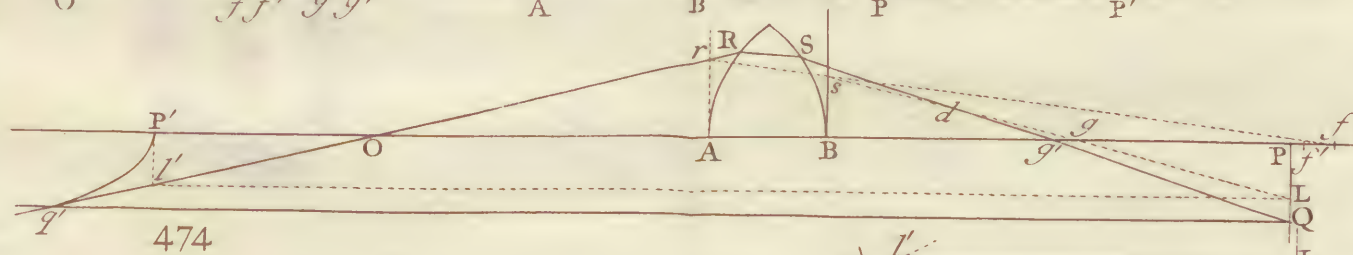
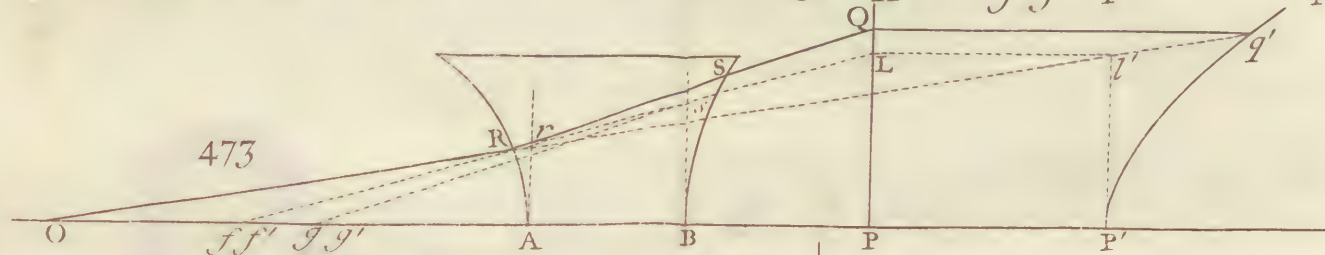
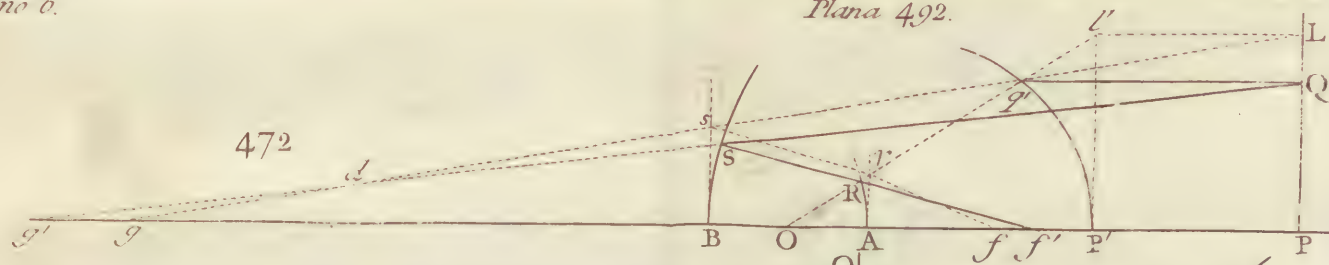
755 Síguese de todo esto que si nos figuramos 472. que salgan del ojo rayos $OrsL$ que sean todos reflectidos ó *basta* refringidos bastante exactamente por las tangentes Ar , Bs , 475. para que todos tengan sus focus en f y g , el objeto PQ visto por estos rayos volviendo al ojo por las mismas líneas $LsrO$, parecería siempre en su figura natural donde está la tangente $P'l'$ (742). Luego los objetos parecen desfigurados , porque las curvas AR , BS discrepan , y se apartan de sus tangentes , y por causa de las aberraciones de los rayos. Por las mismas razones las partes pequeñas de objetos grandes puestas en orden respecto del ege , son amplificadas ó disminuidas con desigualdad , y por consiguiente parecen á distancias desiguales del ojo, y mas ó menos apartadas una de otra de lo que deberian , y por esto la superficie del objeto se transforma en una superficie curva. Porque mientras el ángulo visual AOq' ó AOR mengua uniformemente , las líneas iguales PL , $P'l'$ menguan, con cortísima diferencia , uniformemente , ó conforme menguan á la vista sola , lo que no sucede con PQ ; luego las disminuciones desiguales que padece PQ , parecen en ángulos desiguales.

Fig. iguales , y por lo mismo son amplificadas ó disminuidas con desigualdad.

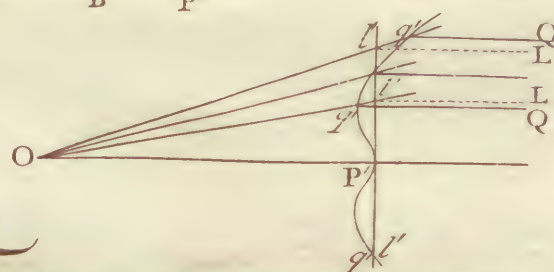
477. 756 Supongamos que el plano del papel represente un plano que pase por el ojo O , y por el centro S de una esfera refringente $ABCD$, que supondremos prolongado hasta que corte el disco del sol en la direccion de una linea qualquiera Pp ; y entre el número infinito de rayos situados en dicho plano , que podemos imaginar que salen del ojo O , y dán despues en el círculo máximo $ABCD$, sean dos de dichos rayos como $OBCFP$, $ObcFp$ que dén en los extremos de la cuerda Pp , despues de refringidos por los arcos Bb , Cc , y haberse cruzado despues en F ; bágense desde el centro S las perpendiculares Sk , SK á los rayos incidentes Ob , OB prolongados , y las perpendiculares Sl , SL á los rayos emergentes : entretanto que por un movimiento lateral qualquiera del sol , del ojo ó de la esfera , en el plano de que se trata , la cantidad de refracciones que se hacen en Bb y Cc varía , la magnitud aparente de la cuerda dada Pp varía directamente como FL , y recíprocamente como OK , con cortísima diferencia , si el diámetro de la esfera fuese muy pequeño en comparacion de su distancia al ojo y al sol.

Porque entonces el ángulo $LF l$ ó PFp no es casi mas que la mitad de un grado , y el ángulo KOk es tambien pequeño , y por consiguiente sus subtensas perpendiculares Kk , Ll serán con corta diferencia iguales. Porque si tiramos las SM , Sm perpendiculares á los rayos BC , bc , Mm tendrá con Kk y Ll la razon dada de los senos SM , SK ó SL (170).

Lue-



476





Luego Kk es igual á Ll , y el ángulo KOk es al ángulo LFl como FL es á OK ; pero yá que la cuerda Pp es dada, el ángulo PFp ó LFl es con cortísima diferencia invariable, por razon de la distancia inmensa del sol, y de su figura esférica, y por consiguiente la magnitud aparente de Pp , cuya medida es el ángulo KOk , es directamente como FL , y recíprocamente como OK , con muy corta diferencia.

757 *Quedándose todo conforme hemos supuesto, pro-* 478
longuese el rayo CP que corte el ege OS en E, hasta que en-
cuentre en I el rayo OB tambien prolongado; y sea el dis-
co del sol cortado en la direccion del arco Pq por la superficie
cónica engendrada por el rayo CEP gyrando al rededor del
ege OS, el qual dando así la vuelta llega á la posicion c'Eq;
mientras que por un movimiento qualquiera del sol, del ojo ó
de la esfera, las refracciones de los rayos visuales PCBO,
qc'b'O que están en la superficie cónica, varian; la magnitud
aparente del arco dado Pq varía directamente como IE, y re-
cíprocamente como IO, con corta diferencia.

Porque si suponemos que el punto I trace el arco Ii en la revolucion de que hemos hablado; como este arco es la subtensa comun de los ángulos IOi , IEi , el ángulo IOi es á IEi ó PEQ como IE es á IO . Pero quando el arco Pq es dado, el ángulo PEq es con corta diferencia invariable, por causa de la gran distancia del sol y del ojo á la esfera, y por consiguiente la magnitud aparente de Pq , cuya medida es el ángulo IOi , es directamente como IE , y recíprocamente como IO , con cortísima diferencia.

Que-

Fig. 758 Quedándose todo conforme estaba, supongamos
 477. que las refracciones de los rayos visuales varien en virtud
 478. de un movimiento qualquiera del sol, del ojo, ó de la esfera;
 la magnitud aparente del disco del sol variará directamente
 como el rectángulo de FL y EI, y recíprocamente como el
 rectángulo de OK y OI, con muy corta diferencia.

479. Supongamos que una infinidad de planos de incidencia
 y refraccion corte el disco del sol en las direcciones de las
 líneas Pp , Pp &c. que todas convergen ácia un punto R
 del ege OS prolongado; y que estos mismos planos corten
 la imagen del mismo disco estampada en el fondo del ojo
 en las direcciones de otras tantas líneas correspondientes
 $P'p'$, $P'p'$ &c. que todas convergen ácia el punto p del mis-
 mo ege prolongado. Supongamos á mas de esto que una in-
 finidad de superficies cónicas, que imaginaremos trazadas
 por la revolucion de una infinidad de rayos visuales al
 rededor del ege OS , corte el disco en las direcciones de
 los arcos Pq , Pq &c. y su imagen estampada en el fon-
 do del ojo en las direcciones de otros tantos arcos cor-
 respondientes $P'q'$, $P'q'$ &c. Entonces como cada una
 de las líneas $P'p'$ en la imagen entera, es como la mag-
 nitud aparente de las líneas correspondientes Pp (378),
 en el disco entero, esto es, como $\frac{FL}{OK}$ (756), la
 magnitud de la imagen sería tambien como $\frac{FL}{OK}$, si el arco
 $P'q'$ fuese invariable. Asimismo, como cada uno de los arcos
 $P'q'$, en la misma imagen, es como la magnitud aparente de
 los arcos correspondientes Pq , en el disco, esto es, como
 $\frac{IE}{IO}$

$\frac{IE}{IO}$ (757), la magnitud de la imagen sería también Fig. como $\frac{IE}{IO}$, si las líneas $P'p'$ fuesen invariables. Luego quando las líneas $P'p'$, y los arcos $P'q'$ varían, es fácil hacerse cargo de que la magnitud de la imagen del sol estampada en el fondo del ojo es como $\frac{FL}{OK} \times \frac{IE}{IO}$, esto es como el rectángulo de FL y IE directamente, y recíprocamente como el rectángulo de OK y IO .

759 De todo esto se infiere 1.º que suponiendo que 477. la esfera refringente se mueva de lado, apartándose de la li- 478. nea que vá desde el centro del sol al ojo, y trace con su movimiento un arco de círculo al rededor del ojo en un plano cualquiera de incidencia y de refracción; si el diámetro de la esfera fuese pequeño en comparación de sus distancias al ojo y al sol; la magnitud aparente de la cuerda dada ó diámetro Pp menguará continuamente, con poca diferencia, como FL , hasta que se desvanezca quando los rayos visuales tocan la esfera.

Porque quando el rayo visual OB toca la esfera, la línea OK llega á ser igual á OB , y es entonces la menor de todas, y sin embargo no discrepa sino muy poco de OS , que es su magnitud máxima. Así OK se puede mirar como invariable, y por consiguiente la magnitud aparente de Pp es como FL (756) que mengua continuamente y muy aprisa hasta que se reduzca á nada.

760 2.º En los mismos supuestos, la magnitud aparente de un arco cualquiera Pq en el disco del sol, y por consiguiente de la cuerda ó diámetro que junta sus extremos.

Fig. mos , menguará continuamente, y con cortísima diferencia como IE (757). Porque quando el ángulo que la esfera refringente subtende en el ojo es pequeño , IE mengua continuamente mientras dura el movimiento de que hablamos antes.

761 3.º Luego en los mismos supuestos , la magnitud aparente del disco del sol menguará continuamente, con cortísima diferencia, como el rectángulo de FL y IE . Y su figura aparente será mas y mas ovalada , á medida que la esfera se mueve , porque su diámetro Pp en el plano de incidencia y de refraccion parecerá mas corto que el diámetro que le es perpendicular; porque FL mengua mas aprisa que IE , siendo siempre parte de dicha linea, excepto quando están ambas en el ege OS ; porque entonces son iguales.

762 4.º Sea o el focus correspondiente de O ; la area de la imagen ovalada del sol en el fondo del ojo será á la area circular de la misma imagen , quando la esfera está exactamente entre el ojo y el sol , como $FL \times IE$ es á $(So)^2$; porque quando la esfera está exactamente entre el ojo y el sol , FL y IE llegan á ser iguales una con otra , y con So .

763 5.º Sean en el rayo $PCBGO$, G el focus de los rayos que vienen de P en un plano qualquiera de incidencia y emergencia , y H el focus de los rayos que vienen de P en las superficies de conos engendradas por el mismo rayo $PCBHO$ dando la vuelta al rededor de la linea PSH , siendo H el vértice de los conos ; la densidad de todos los

ra-

rayos que vienen de P , al entrar en el ojo O , será directamente como $GK \times HI$, y recíprocamente como $GO \times OH$, y por consiguiente como $GK \times HI$ quando la esfera está tan apartada que no subtende sino un ángulo pequeño en el ojo. Fig.

764 6.º Síguese de que aquí quando una esfera distante no subtende sino un ángulo pequeño en el ojo, el resplandor aparente del sol, sea el que fuere el lugar de la esfera por el qual se le vé, es invariable.

Porque el resplandor aparente de un obgeto qualquiera es directamente como la densidad de los rayos en un manojo qualquiera, y recíprocamente como su magnitud aparente; esto es, como $\frac{GK \times HI}{FL \times EI}$ (763 y 761). Pero yá que los rayos que vienen de O y P caen paralelos, ó poco falta, en el círculo $ABCD$, las lineas GK y FL son casi iguales; lo mismo digo de HI y IE ; porque la linea SI parte por medio el ángulo EIH , y como se supone que SE es con corta diferencia paralela á IH , y SH á IE , el ángulo EIS es igual al ángulo ISH , y HIS á ISE , y por lo mismo los triángulos EIS , HIS son isósceles, y casi iguales.

765 7.º Por consiguiente, si los centros de una multitud de esferas refringentes están á iguales distancias unos de otros en una ancha superficie esférica, cuyo centro está en el ojo O , dicha superficie parecerá iluminada por una multitud de imágenes del sol todas de igual resplandor, cuya magnitud menguará al paso que se fueren apartando del sol. Por consiguiente, si dichas esferas llegan á ser infinitamente

Fig. pequeñas , y su número crece al mismo tiempo al infinito, la luz de dicha superficie esférica parecerá continua , mas fuerte cerca del sol , y se irá debilitando á medida que las partes á que pertenece estuviesen mas lejos del sol.

766 8.º Lo que hemos probado acerca del sol se puede aplicar á la luna ; ó á un cuerpo redondo qualquiera tan pequeño y distante de la esfera que no subienda sino un ángulo pequeño en un punto qualquiera de dicha esfera ; esto concuerda tambien con la esperiencia, quando miramos , por egemplo , una bugía encendida, por un frasco redondo lleno de agua , mientras se le mueve de lado apartándole del curso directo de los rayos ácia el ojo.

767 9.º Mientras la magnitud aparente de la bugía mengua, se halla que su distancia aparente crece, y recíprocamente ; de suerte que los sitios donde se la viere sucesivamente , parecerá que forman una curva que , en el caso propuesto (766), es convexa ácia el ojo. Y la distancia aparente de la bugía variará recíprocamente en la razon subduplicada de la magnitud aparente de su superficie , esto es , recíprocamente como la media proporcional entre FL é IE (761) ; ó , por mejor decir , recíprocamente como IE , esto es , recíprocamente como la altura aparente de la bugía (757 y 744) ; porque su latitud aparente parece oblicua á los rayos visuales , por causa de la curvatura de los parages donde parece sucesivamente.

768 10.º Esta es la razon porqué una superficie plana ancha , una ventana grande , por egemplo , vista por una

una esfera, no parece plana sino convexa ácia el ojo ; y Fig.
 además de esta convexidad ácia el ojo , la parte de arriba
 y de abajo de la ventana igualmente que los lados , y los
 plomos , parecerán cóncavos ácia el medio de la ventana,
 donde iría á parar una línea tirada desde el ojo por el cen-
 tro de la esfera. La apariencia entera será semejante á unos
 meridianos vistos con el ojo solo sobre un globo. Porque co-
 mo los vidrios interiores son mas amplificados que los es-
 teriores, los intervalos de los plomos se achicarán por gra-
 dos al apartarse del medio ; y esto concuerda con el modo
 de representar estas apariencias, por lo dicho (758).

769 *Una línea qualquiera Pp recta ó curva, vista des- 480.
 de O por rayos reflectidos en una línea recta Bb tirada so-
 bre una superficie plana ABCcbA , ó sobre el lado de un cono
 ó cilindro , parece con la forma que tiene realmente ; y la
 distancia aparente de un punto qualquiera de dicha línea al
 ojo es igual al curso entero del rayo visual.*

Porque sea el plano reflectente $ABCcbA$ engendrado
 del movimiento de la línea ABC dando la vuelta al re-
 dedor del ege OAO perpendicularmente al mismo ege ; y
 supongamos que un manajo OBb de rayos , todos en un mis-
 mo plano , salga del ojo puesto en O , y que dichos rayos
 despues de reflectidos por la línea recta Bb , caygan sobre
 la superficie de un obgeto en la línea Pp , recta ó curva.
 Desde cada punto del obgeto Pp tírense las líneas PP' , pp'
 paralelas á OA , las quales encuentren en P' y p' los rayos
 visuales prolongados ; el obgeto aparente $P'p'$ compuesto

Fig. de todas sus intersecciones será semejante é igual á Pp . Porque tomando Aa igual á AO , todos los rayos reflejos concurrirán en o , siendo prolongados; y como todos los triángulos OBo , Obo son isósceles, todos los triángulos PBP' , Pbp' que les son semejantes, serán tambien isósceles. Luego la línea compuesta $OB + BP$ es igual á oBP , y tambien Obp' igual á obp ; y por consiguiente la figura plana $OP'p'$ compuesta de todas las primeras líneas, será semejante é igual á la figura oPp que resulta de todas las últimas. Luego la línea $P'p'$ es semejante é igual á Pp , y por consiguiente Pp se vé por reflexion en el mismo lugar y de la misma figura que se vería $P'p'$ con la vista sola (436).

La superficie de un cono es engendrada por la revolucion del uno de los lados de un ángulo al rededor del otro, y la superficie de un cilindro por la revolucion del uno de los lados de un paralelogramo al rededor del lado opuesto. Por consiguiente, si suponemos la línea Bb sobre una ú otra de dichas líneas generatrices, y que se confunda con ella, podemos imaginar que el plano reflectente BAb toca la superficie del cono ó del cilindro en la línea Bb ; y porque las reflexiones que se hacen en esta línea son las mismas, sea que se hagan por las superficies curvas, ó por el plano que las toca, síguese que la línea Pp vista por la reflexion del cono ó del cilindro, parecerá recta, ó con la figura que tiene, del mismo modo que si la reflexion se hiciera en el encuentro del plano tangente.

770 En virtud de esto 1.º se pueden determinar
las

las magnitudes aparentes, las distancias y las figuras de una serie de objetos dados vistos por la reflexion de un cilindro, 481. del modo siguiente. Sea el círculo $ABCD$ cuyo centro es E , la base de un cilindro recto, ó por mejor decir una seccion circular del mismo cilindro paralela á su base, y que pase por el ojo O ; y supongamos que este plano se estienda indefinidamente, y encuentre una fila de árboles, por exemplo, en P, R, T, X &c. Tírese OE , y sea $oa'b'c'd'$ una cáustica por reflexion de una infinidad de rayos que suponemos que salen de O ; y tírense las líneas Pa', Rb', Tc', Xd' &c. de modo que toquen la cáustica en a', b', c', d' &c. Sean A, B, C, D &c. los puntos donde cortan el círculo reflectente; despues de tiradas OA, OB, OC, OD &c. se tomará en cada una de ellas prolongada, $Ap' = AP, Br' = BR, Ct' = CT, Dx' = DX$ &c. Hecho esto, si suponemos que se quiten los árboles PQ, RS, TV, XT &c. y se trasplanten en p', r', t', x' &c. parecerán al ojo O , despues de quitado el cilindro, de la misma magnitud, á la misma distancia, y de la misma figura que parecerian por la reflexion del cilindro, quando están en su verdadero lugar. Y si se trazaren curvas por los puntos p', r', t', x' &c. y por los puntos q', s', u', z' &c. la superficie curva comprendida entre estas curvas, será el lugar aparente de la superficie $PQXT$, y la figura con que se la verá. Pero mas breve, y facil es tirar primero un rayo qualquiera OB , y despues el rayo reflejo BR que le corresponde, el qual corte PX en un punto qualquiera R , y tomar $Br' = BR$ &c.

Fig. 771 2.º Si hubiera otra fila de árboles paralela á la primera , sea del mismo lado del cilindro ó del otro , el espacio comprendido entre las representaciones de las bases de las dos filas de árboles será la figura aparente de la calle que formaren. Así, hemos determinado las representaciones de los planos perpendiculares ó paralelos á la base del cilindro. Por consiguiente la representacion de un plano oblicuo , pongo por caso de un tejado , se puede hallar con determinar las representaciones de la cumbre y del alero de dicho tejado.

Determinacion de la forma que se les ha de dar á los obgetivos compuestos de dos ó tres lentes , para destruir las aberraciones de refringibilidad y esfericidad.

772 Hemos visto (626 y 627) quanto la resolucion que padece la luz al pasar por los obgetivos de los anteojos limita el uso de estos instrumentos por causa de los colores que de ella resultan en los bordes de las imágenes, cuyos colores no se pueden quitar sino á costa de la claridad ó alargando estremadamente el anteojo. Este defecto no proviene de la figura de los vidrios , conforme se creyó algun tiempo , sino de la mezcla heterogenea de los rayos de diferente refringibilidad ; porque el defecto que proviene de no juntarse los rayos que caen á alguna distancia del ege del anteojo con los que le dán infinitamente cerca del mismo ege ; es , segun se ha visto (314), de poquísimas consideracion en comparacion del otro. Los rayos vio-

Fig.

laceos que pãdecen la mayor refraccion se juntan mas cerca del vidrio, que los colorados, cuya refraccion es menor; y de aquí se origina una larga serie de imágenes que ocupa á lo largo del ege un espacio tanto mayor, quanto mas apartado está el focus del obgetivo. Se han afanado muchísimo en estos últimos tiempos los Matemáticos y Ópticos de varias naciones para remediar esta imperfeccion, y hallar métodos para construir anteojos *Acromáticos*, esto es, sin colores. Nos toca manifestar aquí, y lo haremos con suma brevedad, quan afortunados han sido en sus investigaciones.

773 Sea un rayo QA que dá en una superficie refrin- 482.
gente AB , la qual le refringe en la direccion Aq ; sea una recta BQb , que corta el rayo incidente QA en Q , el rayo refracto Aq en q , y la recta AC perpendicular á la superficie refringente, en C ; si la razon de 1 á m representa la razon del seno de incidencia al de refraccion, tendremos QA :
 $Aq :: m \times QC : 1 \times Cq$.

Porque con tirar qE paralela á AC , que encuentra el rayo incidente QA prolongado en E , tenemos $QA : AE :: QC : Cq$, y $AE : Aq :: m : 1$; multiplicando una por otra estas proporciones, sacaremos $QA : Aq :: m \times QC : 1 \times Cq$.

774 Luego $QA \times Cq = m \times QC \times Aq$.

775 Cuestion I. Siendo QA un rayo que dá en una 482.
superficie esférica refringente BA cuyo centro es C , la qual le refringe en la direccion Aq ; hallar el punto de concurso q

Fig. de dicho rayo refracto con el ege de la superficie AB, quando el arco AB es pequeño.

Desde el punto de incidencia A bágesse una perpendicular AD al ege QD , y tírese el radio CA . Tendremos $(QA)^2 = (QC)^2 + (AC)^2 - 2QC \times DC = (QC)^2 + (CB)^2 - 2QC \times (BC - BD) = (QC - CB)^2 + 2QC \times BD = (QB)^2 + 2QC \times BD$, y por consiguiente $QA = \sqrt{(QB)^2 + 2QC \times BD} = QB + \frac{QC \times BD}{QB}$, con cortísima diferencia, porque como BD es muy pequeña, se pueden omitir los términos siguientes, donde están la segunda, tercera &c. potencia de BD .

Tambien tendremos $(Aq)^2 = (Cq)^2 + (AC)^2 + 2Cq \times CD = (Cq)^2 + (CB)^2 + 2Cq \times (CB - BD) = (Bq)^2 - 2Cq \times BD$; luego $Aq = \sqrt{(Bq)^2 - 2Cq \times BD} = Bq - \frac{Cq \times BD}{Bq}$, con cortísima diferencia.

Pero, por lo probado (774), $QA \times Cq = m \times QC \times Aq$; luego $Cq \times (QB + \frac{QC \times BD}{QB}) = m \times QC \times (Bq - \frac{Cq \times BD}{Bq})$, ó $m \times QC \times Bq - Cq \times QB = QC \times Cq \times BD \times (\frac{1}{QB} + \frac{m}{Bq})$.

Llamemos QB, a ; Bq, q ; el radio AC ó BC, b ; será $QC = a + b$, $Cq = q - b$; finalmente, llamando k la distancia AD entre el punto de incidencia y el ege, será $BD = \frac{kk}{2b}$, con cortísima diferencia. Si substituimos estos valores en la equacion precedente, resultará $m(a + b)q - (q - b)a = (a + b)(q - b) \times \frac{kk}{2b} (\frac{1}{a} + \frac{m}{q})$, de donde sacaremos $q = \frac{ab}{(1-m)a - mb} - \frac{(a+b)(q-b)kk}{2b[(1-m)a - mb]} \times (\frac{1}{a} + \frac{m}{q})$.

Si el rayo incidente estuviere infinitamente próximo
al

al ege, en este caso k sería infinitamente pequeña, y por Fig. lo mismo sería $q = \frac{ab}{(1-m)a-mb}$, que es la espresion de la distancia Bf donde el rayo cortaría el ege. Llamemos f , para distinguirla mejor, esta distancia del focus de los rayos infinitamente próximos al ege, por manera que sea $f =$

$$\frac{ab}{-m)a-mb} = \frac{1}{\frac{1-m}{b} - \frac{m}{a}}.$$

Por consiguiente la distancia q ó Bq del punto donde el rayo que cae á la distancia k del ege, corta el mismo ege, despues de refringido, será $= f - \frac{(a+b)(q-b)kk}{2b[(1-m)a-mb]} \times (\frac{1}{a} + \frac{m}{q})$, y el segundo término $\frac{(a+b)(q-b)kk}{2b[(1-m)a-mb]} \times (\frac{1}{a} + \frac{m}{q})$ es el valor del corto intervalo que hay entre el punto q , donde el rayo incidente de que hablamos corta el ege, despues de refringido, y el focus f de los rayos infinitamente próximos al ege, y es por consiguiente la espresion de la aberracion que proviene de la esfericidad de la superficie AB . Pero como este corto intervalo ó aberracion siempre es muy corta, y por lo mismo f y q se diferencian poco una de otra, podemos substituir, sin recelo de error substancial, f en lugar de q en la espresion de dicha aberracion. Substituyendo, pues, f , ó su valor, en lugar de q , y reduciendo, sacaremos finalmente q ó $Bq = f - \frac{1}{2}ffkkm(1-m)(\frac{1}{b} + \frac{1}{a})^2(\frac{m}{b} + \frac{1+m}{a})$.

776 Si el punto Q estuviese del otro lado de la superficie, a sería negativa, y tendríamos $f = \frac{1}{\frac{1-m}{b} + \frac{m}{a}}$, y $q = f - \frac{1}{2}ffkkm(1-m)(\frac{1}{b} - \frac{1}{a})^2(\frac{m}{b} - \frac{1+m}{a})$; y si
pa-

Fig. para abreviar hacemos $\frac{1}{2}kkm(1 - m) \left(\frac{1}{b} \pm \frac{1}{a}\right)^2 \left(\frac{m}{b} \pm \frac{1+m}{a}\right) = Q$, el valor general de Bq será $f - ffQ$, expresando el término ffQ la aberracion de esfericidad.

777 Question II. *Suponiendo que muchos medios contiguos S, T, V, X, Y separados uno de otro, y de los medios indefinitos R y Z por las superficies esféricas AB, HL, MN, PO, RS, CD, que tienen un mismo ege, tengan muy poco ancho; hallar el punto donde un rayo qualquiera emanado del punto Q que está en el ege comun de las superficies, corta dicho ege, despues de refringido por las dos primeras superficies, ó por las tres primeras &c.*

Sea QA el rayo incidente que suponemos que dá en la primera superficie AB , á la distancia k del ege; sea refringido dicho rayo por dicha superficie en la direccion Aq . Es evidente que para hallar el punto q' donde el rayo Aq cortará el ege, despues de la refraccion que padecerá en la superficie HL , todo se reduce á substituir en las fórmulas precedentes, la distancia Hq del punto q á dicha superficie en lugar de a , el radio c de dicha superficie en lugar de b , y m' en lugar de m , suponiendo que $\frac{1}{m'}$ representa la razon de refraccion al pasar del medio S al medio T .

Llamemos e el intervalo BH que separa las dos superficies AB , HL , y hagamos $Hq = Bq - BH = f - ffQ - e = F$, la distancia f á la qual los rayos que darian en la superficie HL infinitamente cerca del ege, con direcciones ácia q , cortarian el ege, despues de refringidos,

Fig.

es $= \frac{1}{\frac{1-m'}{c} + \frac{m'}{F}}$, y la distancia Hq' á la qual el rayo Aq que encuentra la misma superficie HL á alguna distancia del ege, con una direccion ácia el mismo punto q , corta dicho ege despues de refringido, es $= f - \frac{1}{2} f f k k m' (1 - m') \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{F}\right)^2 \left(\frac{m'}{c} - \frac{1+m'}{F}\right)$ ó $f - f f Q'$ haciendo $Q' = \frac{1}{2} k k m' (1 - m') \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{F}\right)^2 \left(\frac{m'}{c} - \frac{1+m'}{F}\right)$, espresando este segundo término $f f Q'$ la aberracion originada de la esfericidad de la superficie HL . Hemos dejado k , bien que el rayo Aq encuentra la superficie HL á una distancia del ege menor que la distancia que dicha letra representa; porque estas dos distancias se diferencian muy poco una de otra por razon de la proximidad y poca estension de las superficies AB , HL .

Como el segundo término del valor de Hq' , que espresa la aberracion, es muy pequeño, y la distancia $f' =$

$\frac{1}{\frac{1-m'}{c} + \frac{m'}{f}}$ del focus de los rayos infinitamente próximos al ege, suponiendo infinitamente pequeño el intervalo que separa las dos superficies, y como dichos rayos dán en la superficie HL , con direcciones que encuentran el ege, á la distancia f de dicha superficie; como, digo, dicha distancia, y la distancia f del focus de los mismos rayos que encontrarian la misma superficie HL con direcciones ácia q , discrepan muy poco una de otra, podemos substituir en este segundo término f' en lugar de f . Fuera de esto, por ser muy corta la diferencia que hay entre f y F , por razon de

Fig. de la poca distancia que hay entre las superficies AB , HL , y de la pequeñez de la aberracion cuya espresion es ffQ , podemos substituir tambien en el mismo término, f en lugar de F .

Finalmente, si se quiere que el primer término del valor de Hq' sea f' en lugar de ser f , es evidente que es lícita esta substitucion, con tal que se lleve en cuenta la diferencia que hay entre estas dos cantidades, que entonces no es de

$$\text{despreciar. Pero } f' - f = \frac{1}{\frac{1-m'}{c} + \frac{m'}{f}} - \frac{1}{\frac{1-m'}{c} + \frac{m'}{F}} = \frac{m'ff'(f-F)}{ff'} = \frac{m'ff'(ffQ+\epsilon)}{ff'}$$

Luego tendremos $Hq' = f' - \frac{m'ef'}{ff'} - (m'Q + Q')f'f'$, en cuya espresion f' es la distancia del focus de los rayos infinitamente próximos al ege, prescindiendo del grueso de la lente que forma el medio S ; $f' - \frac{m'ef'}{ff'}$ es la distancia del focus de los mismos rayos, llevando en cuenta el grueso, y $(m'Q + Q')f'f'$ ó $Rf'f'$, haciendo $m'Q + Q' = R$, la aberracion de los rayos que caen á la distancia k del ege, originada de la esfericidad de las superficies AB , HL .

778 Esta sería la distancia á la qual el rayo Lq' cortaría el ege, despues de atravesar las dos superficies AB , HL , si no tropezára con otra MN que le refringe en la direccion Nq'' . Pero es evidente que se determinará la distancia Mq'' á la qual el rayo Lq' cortará el ege, despues de la refraccion que padecerá en la superficie MN , del mismo modo sin variar en nada, que hemos determinado la distancia Hq' .

Des-

Desde luego, si llamamos e' el intervalo HM de las Fig. dos superficies HL , MN , los rayos infinitamente próximos al ege, que encontrarían la superficie MN , con direcciones ácia q' , tendrían (haciendo $Mq' = Hq' - MH = f' - \frac{m'e'f'}{ff'}$ — $Rf'f' - e' = F'$) su focus á una distancia f' de la misma superficie $= \frac{1}{\frac{1-m''}{b'} + \frac{m''}{F'}}$, siendo b' el radio de dicha superficie, y representando $\frac{1}{m''}$ la razon de refraccion, al paso del medio T al medio V ; y la distancia Mq'' á la qual el rayo Lq' cortará el ege despues de la refraccion que padeciese, $= f' - \frac{1}{2}f'f'kkm''(1 - m'')$ $(\frac{1}{b'} - \frac{1}{F'})^2 (\frac{m''}{b'} - \frac{1+m''}{F'})$, ó $f' - f'f'Q''$, haciendo $\frac{1}{2}kkm''(1 - m'')$ $(\frac{1}{b'} - \frac{1}{F'})^2 (\frac{m''}{b'} - \frac{1+m''}{F'}) = Q''$, siendo el segundo término $f'f'Q''$ la espresion de la aberracion que ocasiona la superficie MN .

Es evidente que por ser muy pequeño este último término, se puede substituir en él en lugar de f' la distancia f'' del focus de los rayos infinitamente próximos al ege, que es $= \frac{1}{\frac{1-m''}{b'} + \frac{m''}{f'}}$, suponiendo que estos rayos encuentren la superficie MN con direcciones que se encaminan á juntarse con el ege á la distancia f' , y suponiendo que sea infinitamente pequeño ó nulo el intervalo de las dos superficies. Tambien se echa de ver que en lugar de F' se puede substituir f' .

Por lo que mira al primer término f' , se puede substituir $f'f'$ en su lugar, con tal que se lleve en cuenta la di-

Fig. diferencia que hay entre estas dos cantidades; pero esta dife-

$$\text{rencia, esto es, } f'' - f' = \frac{1}{\frac{1-m'}{b'} + \frac{m'}{f'}} - \frac{1}{\frac{1-m'}{b'} + \frac{m'}{f'}} \\ = \frac{m''f''f''(f'-f')}{f'f''} = \frac{m''m'ef''f''}{ff''} + \frac{m''e'f''f''}{f'f''} + m''Rf''f''$$

Tendremos, pues, $Mq'' = f'' - m''f''f''\left(\frac{m'e}{ff''} + \frac{e'}{f'f''}\right) - (m''R + Q'')f''f''$, de cuyo segundo miembro el primer término espresa la distancia del focus de los rayos infinitamente próximos al ege, prescindiendo del grueso de la lente, que forman los dos medios S y T , $f'' - m''f''f''\left(\frac{m'e}{ff''} + \frac{e'}{f'f''}\right)$ la distancia del focus de los mismos rayos, llevando en cuenta el grueso, y el último término $(m''R + Q'')f''f''$, ó $Sf''f''$, haciendo $m''R + Q'' = S$, la aberracion que ocasionan las superficies AB , HL , MN .

779 Como el rayo Nq'' al encontrar la superficie PO padece en ella una refraccion, por consiguiente en vez de ir á encontrar el ege en q'' , le corta en un punto q''' , cuya distancia á la superficie PO se determina, practicando lo mismo que hasta aquí.

Supongamos que $\frac{1}{m''}$ espresa la razon de refraccion al pasar del medio V al medio X ; llamemos e'' el intervalo de las dos superficies MN , PO , y hagamos $Pq''' = Mq'' - MP = f'' - m''f''f''\left(\frac{m'e}{ff''} + \frac{e'}{f'f''}\right) - Sf''f'' - e'' = F''$. Es evidente que la distancia f'' del focus de los rayos infinitamente próximos al ege, que darian en la superficie

PO , con direcciones ácia q'' , $= \frac{1}{\frac{1-m''}{e''} + \frac{m''}{F''}}$, y que la distancia Pq''' , á la qual el rayo Nq'' corta dicho ege, des-

despues de la refraccion que padece, $= f'' - \frac{1}{2} f'' f'' k k m'''$ Fig.
 $(1 - m''') \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{F''} \right)^2 \left(\frac{m''}{c} - \frac{1+m''}{F''} \right)$ ó $f'' - f'' f'' Q'''$, ha-
 ciendo $\frac{1}{2} k k m''' (1 - m''') \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{F''} \right)^2 \left(\frac{m''}{c} - \frac{1+m''}{F''} \right) =$
 Q''' , de cuya espresion el término $f'' f'' Q'''$ espresa la aberracion originada de la superficie PO .

Atendida la pequeñez de dicho término, se le puede introducir f''' , cuyo valor es $\frac{1}{\frac{1-m''}{c} + \frac{m''}{f''}}$ en lugar de f'' y f'' en lugar de F'' .

Tambien se puede hacer que el primer término sea f''' en lugar de ser f'' ; reparando que $f''' - f'' = \frac{m'' f'' f'' f'' - F''}{f'' f''}$
 $= m''' f''' f''' \left(\frac{m'' m' e}{f'' f''} + \frac{m'' e'}{f'' f''} + \frac{e''}{f'' f''} \right) + m''' S f''' f'''$

Así $P q''' = f''' - m''' f''' f''' \left(\frac{m'' m' e}{f'' f''} + \frac{m'' e'}{f'' f''} + \frac{e''}{f'' f''} \right) -$
 $(m''' S + Q''') f''' f'''$ El primer término f''' espresa la distancia del focus de los rayos que dán infinitamente cerca del ege en la lente compuesta que forman los medios S, T, V , prescindiendo del grueso, $f''' - m''' f''' f''' \left(\frac{m'' m' e}{f'' f''} + \frac{m'' e'}{f'' f''} + \frac{e''}{f'' f''} \right)$, la distancia del focus de los mismos rayos, llevando en cuenta el grueso, y $(m''' S + Q''') f''' f'''$ ó $T f''' f'''$, haciendo $m''' S + Q''' = T$, la aberracion que causan las quatro superficies AB, HL, MN, PO .

780 Si mas allá de la superficie PO hubiese otra superficie RS , que sería la quinta, distante de PO el corto intervalo $PR = e'''$, cuyo radio fuese b''' , que separase uno de otro los dos medios X é Y ; se hallaría practicando lo mismo que hasta aquí, que la espresion de la distancia á que el rayo $O q'''$ cortará el ege despues de refringido por dicha superficie,

Fig. será $f'^V = m'^V f'^V f'^V \left(\frac{m''m''m'e}{f'f'} + \frac{m''m''e'}{f'f'} + \frac{m''e''}{f'f'} + \frac{e''}{f'f''} \right) - (m'^V T + Q'^V) f'^V f'^V$ siendo $\frac{1}{m'^V}$ la razon de refraccion, al pasar del medio X al medio Z , y siendo $f'^V = \frac{1}{\frac{1-m'^V}{b''} + \frac{m'^V}{f''}}$

781 Finalmente, si hubiese otra superficie CD mas allá de la quinta superficie RS , distante de ella el corto espacio $RC = e'^V$, cuyo radio sea e'' , que separa el medio Z , donde ha entrado el rayo, del nuevo medio Z ; la expresion de la distancia á que este mismo rayo cortará el ege despues de refringido en esta superficie, será $f^V = m^V f^V f^V \left(\frac{m''m''m'e}{f'f'} + \frac{m''m''m'e'}{f'f'} + \frac{m''m''e''}{f'f''} + \frac{m''e''}{f''f''} + \frac{e''}{f''f''} \right) - (m^V X + Q^V) f^V f^V$, suponiendo que sea $\frac{1}{m^V}$ la razon de refraccion al pasar á este nuevo medio, y siendo $f^V = \frac{1}{\frac{1-m^V}{e''} + \frac{m^V}{f''}}$.

782 En todas las espresiones antecedentes hemos dejado k ; quiero decir, que hemos caminado en el supuesto tácito de que el rayo encontrase las superficies refringentes á la misma distancia del ege; se echa de ver que este supuesto, que podria salir fallido, si fuese mayor el número de las superficies, ó sino estuviesen muy inmediatas unas á otras, es muy lícito, y es sensiblemente verdadero en el caso que consideramos, donde es corto el número de las superficies, están muy próximas unas á otras, y tienen á mas de esto poco ancho.

Indaguemos ahora cómo por medio de dos ó tres lentes de distintas materias, se logra construir objetivos libres de las aberraciones de refringibilidad y esfericidad; y em-
pe-

pecemos buscando como se pueda destruir la aberracion de refringibilidad , la mayor de las dos , así en los obgetivos compuestos de dos lentes , como en los que se componen de tres. Fig.

783 *Cuestion III. Dadas las razones de refraccion para los rayos de diferente especie , en dos ó tres materias de distinta virtud refringente , hallar la relacion que ha de haber entre los radios de las superficies ó las distancias focales de dos ó tres lentes hechas de dichas materias , arrimadas una á otra , ó separadas por un intervalo muy corto , para que el obgetivo que forman , esté libre de la aberracion de refringibilidad.*

Como aquí no consideramos mas que la variación del focus que proviene de la diferente refringibilidad de los rayos coloreados , la espresion del focus que necesitamos para la resolucion de la cuestion , no puede ser otra que la que corresponde á los rayos que caen infinitamente cerca del ege. Pero si P representa la razon de refraccion al pasar del ayre á la primera lente , y P' la razon de refraccion al pasar del ayre á la segunda , tendremos para el focus de dichos rayos quando el obgetivo se componga de dos lentes de materias de distinta virtud refringente , arrimadas una á otra , y tenga todas sus superficies convexas ácia el punto radiante , $\frac{1}{f''} = (P - 1) \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right) + (P' - 1) \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right) - \frac{1}{a}$, cuya espresion se saca facilmente de lo dicho (779).

Ahora bien , para destruir la aberracion de refringibi-

Fig. lidad en el obgetivo de que se trata, esto es, para que los focus de los diferentes rayos de que se compone la luz coincidan, es evidente que los radios de las superficies de las dos lentes que componen el obgetivo, han de tener tal relacion, que introduciendo en la espresion del focus la razon de refraccion correspondiente á los rayos de qualquiera color, dicha espresion tenga siempre un mismo valor. Luego suponiendo que P y P' espresan la razon de refraccion para los rayos intermedios, si representa $P \pm dP$ y $P' \pm dP'$ la razon de refraccion para los rayos de mayor y menor refringibilidad, es preciso, para destruir la aberracion de refringibilidad, que substituyendo en el valor de f''' , $P + dP$ y $P' + dP'$, ó $P - dP$, y $P' - dP'$, en lugar de P y P' , dicho valor no padezca mudanza alguna, y que por consiguiente tengamos, con substituir, por egemplo, $P + dP$ y $P' + dP'$, esta equacion $(P - 1) \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right) + (P' - 1) \left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{c'} \right) - \frac{1}{a} = (P + dP - 1) \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right) + (P' + dP' - 1) \left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{c'} \right) - \frac{1}{a}$, que se reduce á $dP \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right) + dP' \left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{c'} \right) = 0$, ó $\frac{1}{b} - \frac{1}{c} = - \frac{dP'}{dP} \left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{c'} \right)$. Esta misma equacion hubiéramos sacado si hubiésemos substituido $P - dP$ y $P' - dP'$.

784 Esta es la equacion en que está cifrada la relacion que ha de haber entre los radios de las superficies de las dos lentes, para que los focus de todos los rayos coloreados coincidan; por manera que quando esta equacion se verifica, la aberracion de refringibilidad es nula, sea la que fuere la distancia del obgeto.

Fig.

785 Si quisiéramos averiguar la razon entre las distancias focales de las dos lentes, que llamaremos R y R' , deberíamos tener presente que $\frac{1}{R} = (P - 1) \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right)$, y $\frac{1}{R'} = (P' - 1) \left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{c'} \right)$, de donde se saca $\frac{1}{b} - \frac{1}{c} = \frac{1}{(P-1)R}$, y $\frac{1}{b'} - \frac{1}{c'} = \frac{1}{(P'-1)R'}$. Pero para hallar la razon que se busca, todo se reduce á substituir en la equacion precedente, $\frac{1}{(P-1)R}$ y $\frac{1}{(P'-1)R'}$ en lugar de $\frac{1}{b} - \frac{1}{c}$, y de $\frac{1}{b'} - \frac{1}{c'}$; de donde sacaremos $\frac{dP}{(P-1)R} + \frac{dP'}{(P'-1)R'} = 0$, ó $\frac{1}{R} = - \frac{d(P-1)}{dP(P-1)} \times \frac{1}{R}$, cuya espresion nos está diciendo que la una de las dos lentes ha de ser convexa y la otra cóncava, y que sus distancias focales R y R' , tomándolas positivamente, han de tener una con otra la misma razon que $\frac{dP}{P-1}$ con $\frac{dP'}{P'-1}$.

786 Yá que la distancia focal del obgetivo compuesto está cifrada en esta equacion $\frac{1}{f''} = (P - 1) \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right) + (P' - 1) \left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{c'} \right)$, si en esta equacion substituimos sucesivamente en lugar de $\frac{1}{b} - \frac{1}{c}$, y de $\frac{1}{b'} - \frac{1}{c'}$, sus valores sacados de la equacion que hallamos últimamente, tendremos $\frac{1}{f''} = \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right) (P - 1) \left(1 - \frac{dP(P'-1)}{dP(P-1)} \right)$, ó $\frac{1}{R} \left(1 - \frac{dP(P'-1)}{dP(P-1)} \right)$, y $\frac{1}{f''} = \left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{c'} \right) (P' - 1) \left(1 - \frac{dP'(P-1)}{dP'(P'-1)} \right)$, ó $\frac{1}{R'} \left(1 - \frac{dP'(P-1)}{dP'(P'-1)} \right)$, que dán la distancia focal del obgetivo compuesto, en el qual la aberracion de refringibilidad es nula.

787 No será mas dificultoso hallar la equacion para la destruccion de la aberracion de refringibilidad en un obgetivo compuesto de tres lentes. Porque en el supuesto de que P y P' espresan la razon de refraccion al pasar del ayre

Fig. á las dos primeras lentes, si P'' es la razon de refraccion al pasar del ayre á la tercera, se halla facilmente que el focus de los rayos infinitamente próximos al ege, estando el punto radiante á la distancia a , tiene por espresion esta equacion $\frac{1}{f''} = (P - 1) \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right) + (P' - 1) \left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{c'} \right) + (P'' - 1) \left(\frac{1}{b''} - \frac{1}{c''} \right) - \frac{1}{a}$. Pero para que la aberracion de refringibilidad sea nula en el obgetivo que aquí consideramos, es preciso que $(P - 1) \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right) + (P' - 1) \left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{c'} \right) + (P'' - 1) \left(\frac{1}{b''} - \frac{1}{c''} \right) - \frac{1}{a} = (P + dP - 1) \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right) + (P' + dP' - 1) \left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{c'} \right) + (P'' + dP'' - 1) \left(\frac{1}{b''} - \frac{1}{c''} \right) - \frac{1}{a}$, que se reduce á $dP \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right) + dP' \left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{c'} \right) + dP'' \left(\frac{1}{b''} - \frac{1}{c''} \right) = 0$, en cuya equacion está cifrada la relacion que debe haber entre los radios de las superficies de las lentes, para que sea nula la refraccion.

788 El que quisiere hallar la relacion entre las distancias focales R, R', R'' de las lentes, lo conseguirá con substituir en la equacion precedente en lugar de $\frac{1}{b} - \frac{1}{c}$, de $\frac{1}{b'} - \frac{1}{c'}$, y de $\frac{1}{b''} - \frac{1}{c''}$, $\frac{1}{(P-1)R}$, $\frac{1}{(P'-1)R'}$, y $\frac{1}{(P''-1)R''}$ respectivamente, de donde sacará $\frac{dP}{(P-1)R} + \frac{dP'}{(P'-1)R'} + \frac{dP''}{(P''-1)R''} = 0$, en que estará cifrada la relacion que buscare.

789 Si la tercera lente fuere de la misma materia que la primera, la equacion hallada mas arriba se transformará en $\frac{1}{b} - \frac{1}{c} + \frac{1}{b'} - \frac{1}{c'} = - \frac{dP'}{dP} \left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{c'} \right)$, y la última en $\frac{1}{R} + \frac{1}{R''} = - \frac{dP'(P-1)}{dP(P'-1)} \times \frac{1}{R'}$; y quando estas equaciones se verificaren, la aberracion de refringibilidad quedará destruida en el obgetivo compuesto de tres lentes, siendo de una misma materia las dos extremas.

Por-

790 Por lo que mira á su distancia focal , estará ci- Fig.
frada en estas equaciones $\frac{1}{f''} = \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c} + \frac{1}{b'} - \frac{1}{c'} \right)$
 $(P - 1) \left(1 - \frac{dP(P'-1)}{dP(P-1)} \right)$, ó $\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right) \left(1 - \frac{dP(P'-1)}{dP(P-1)} \right)$, y
 $\frac{1}{f''} = \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right) (P' - 1) \left(1 - \frac{dP(P'-1)}{dP(P-1)} \right)$, ó $\frac{1}{R'} (1 -$
 $\frac{dP(P'-1)}{dP(P-1)})$.

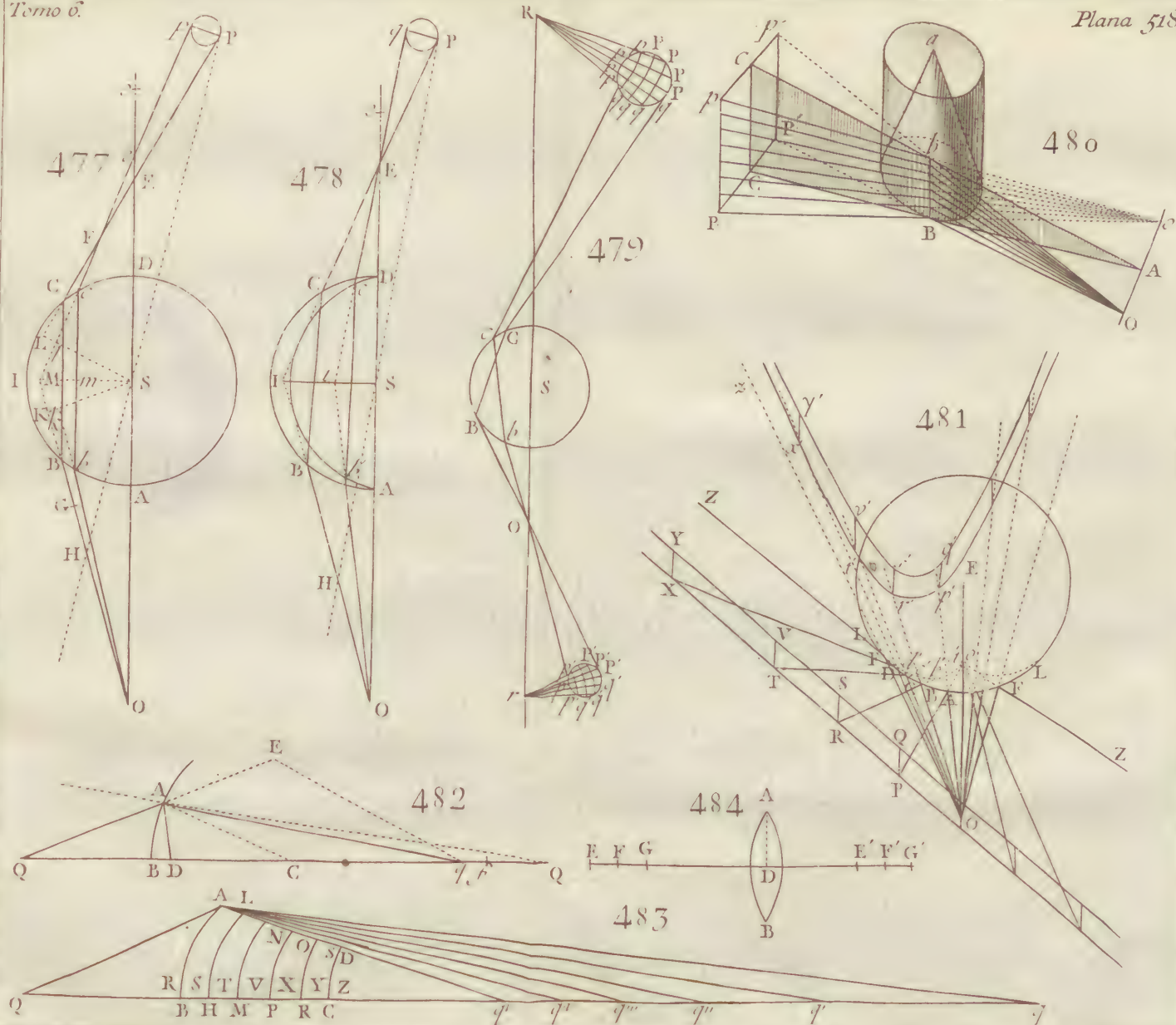
Como pueden ocurrir casos en que convenga saber tambien destruir la aberracion de refringibilidad en un systema qualquiera de lentes que no estén arrimadas unas á otras , como las que hemos considerado hasta aquí, y tengan como ellas un mismo ege , nos parece muy util indagar las fórmulas que se necesitan para esta ocurrencia.

791 Cuestion IV. Sea una lente AB , que supon- 484.
dremos convexa , siendo b y c los radios de sus superficies, y R la distancia focal para los rayos intermedios. Sea P la razon de refraccion respecto de estos rayos , al pasar del ayre á dicha lente , y $P + dP$, $P - dP$ la misma razon respecto de los rayos mas y menos refringibles. Supongamos despues que de tres puntos E , F , G puestos en el ege de la lente , y poco apartados unos de otros , salgan rayos de diferente especie ; que los que salen de F sean rayos medios , y los que salen de E y G sean rayos de mayor y menor refringibilidad. Sean E' , F' , G' los focus correspondientes á E , F , G , siendo E el de los mas refringibles , F de los medios , y G el de los menos refringibles. Se ha de determinar la relacion entre el intervalo EG de los puntos E y G de donde salen los rayos los mas y los menos refringibles , y

Fig. el intervalo $E'G'$ de los focus de los mismos rayos , despues que los refringe la lente.

Siendo E' el focus de los rayos mas refringibles, que suponemos que salen de E , tendremos $\frac{1}{DE} + \frac{1}{DE'} = (P + dP - 1) \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$, y siendo G' el focus de los menos refringibles que suponemos que salen de G , tambien tendremos $\frac{1}{DG} + \frac{1}{DG'} = (P - dP - 1) \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$; restando esta última equacion de la primera , sale $\frac{E'G'}{DE' \times DG'} - \frac{EG}{DE \times DG} = 2dP \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$, y substituyendo en esta DF'^2 y DF^2 en lugar de $DE' \times DG'$ y de $DE \times DG$, y $\frac{1}{(P-1)R}$ en lugar de $\frac{1}{b} + \frac{1}{c}$, saldrá $E'G' = DF'^2 \times \left(\frac{2dP}{(P-1)R} + \frac{EG}{DF^2} \right)$, en cuya equacion está cifrada la relacion entre los intervalos EG y $E'G'$.

485. 792 Cuestion V. Supongamos que mas allá de AB hay muchas lentes mas, como $A'B'$, $A''B''$, $A'''B'''$ &c. que todas tienen el mismo ege que ella , y cuyas distancias focales sean R' , R'' , R''' &c. para los rayos intermedios ; y sean P , P'' , P''' &c. la razon de refraccion para esta especie de rayos , al paso del ayre á las lentes, y $P' + dP'$, $P'' + dP''$, $P''' + dP'''$ &c. $P' - dP'$, $P'' - dP''$, $P''' - dP'''$ &c. la misma razon para los rayos mas y menos refringibles. Sean F'' , F''' , F^{IV} &c. los nuevos focus que los rayos intermedios tienen sucesivamente en virtud de las refracciones que padecen al atravesar las lentes $A'B'$, $A''B''$, $A'''B'''$ &c. y E'' , E''' , E^{IV} &c. G'' , G''' , G^{IV} los focus de los rayos mas y menos refringibles despues de refringidos por las mismas lentes ; sean finalmente $E''G''$, $E'''G'''$, $E^{IV}G^{IV}$ &c. los intervalos de los focus que los mismos rayos tienen sucesivamente ; determinar la rela-



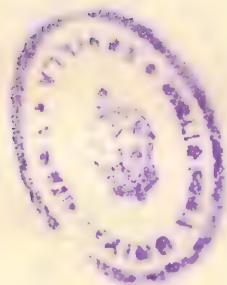


Fig.

lacion que tienen los espresados intervalos.

Sea $DF = a$, $DF' = r$, $D'F' = a'$, $D'F'' = r'$, $D''F'' = a''$, $D''F''' = r''$, $D'''F''' = a'''$, $D'''F^{IV} = r'''$ &c. Así como respecto de la primera lente la relacion entre EG y $E'G'$ está cifrada en esta equacion $E'G' = rr \times \left(\frac{2dP}{(P-1)R} + \frac{EG}{aa} \right)$, la relacion entre $E'G'$ y $E''G''$, respecto de la segunda, estará cifrada en la equacion $E''G'' = r'r' \times \left(\frac{2dP'}{(P'-1)R'} + \frac{E'G'}{a'a'} \right)$; y respecto de la tercera será $E'''G''' = r''r'' \times \left(\frac{2dP''}{(P''-1)R''} + \frac{E''G''}{a''a''} \right)$, y respecto de la quarta, $E^{IV}G^{IV} = r'''r''' \times \left(\frac{2dP'''}{(P'''-1)R'''} + \frac{E'''G'''}{a'''a'''} \right)$; y así prosiguiendo.

793 Si suponemos ahora que todos los rayos, en vez de salir de tres puntos distintos E, F, G , salen de un mismo punto F , de modo que sea un manojó compuesto de rayos heterogeneos que salga de dicho punto, EG será nula, y los intervalos $E'G'$, $E''G''$, $E'''G'''$, $E^{IV}G^{IV}$ &c. de los focus de los rayos mas y menos refringibles, separados al principio por la primera lente, y apartados mas y mas unos de otros por las siguientes, tendrán las espresiones que siguen. El primero $E'G'$, habiendo atravesado los rayos una lente, $rr \times \left(\frac{2dP}{(P-1)R} \right)$; el segundo $E''G''$, habiendo atravesado los rayos dos lentes $= r'r' \times \frac{2dP'}{(P'-1)R'} + \frac{r'^2r^2}{a'^2} \times \frac{2dP}{(P-1)R}$; el tercero $E'''G''' = r''r'' \times \frac{2dP''}{(P''-1)R''} + \frac{r''^2r'^2}{a''^2} \times \frac{2dP'}{(P'-1)R'} + \frac{r''^2r'^2r^2}{a''^2a'^2} \times \frac{2dP}{(P-1)R}$; el quarto $E^{IV}G^{IV} = r'''r''' \times \frac{2dP'''}{(P'''-1)R'''} + \frac{r'''^2r''^2}{a'''^2} \times \frac{2dP''}{(P''-1)R''} + \frac{r'''^2r''^2r'^2}{a'''^2a''^2} \times \frac{2dP'}{(P'-1)R'} + \frac{r'''^2r''^2r'^2r^2}{a'''^2a''^2a'^2} \times \frac{2dP}{(P-1)R}$; y así prosiguiendo.

794 Cuestion VI. Dadas las posiciones de muchas lentes que tienen un mismo ege, y conociendo respecto de

Fig. cada una de ellas las razones de refraccion de las diferentes especies de rayos ; determinar la relacion que ha de haber entre las distancias focales de dichas lentes , para que los rayos de todos géneros que vienen de un punto qualquiera , ó son paralelos , no se separen , despues de refringidos por dichas lentes.

Esta cuestión se resuelve generalmente con hacer igual á cero la espresion de la dispersion de los rayos correspondiente al número de lentes propuesto , de donde resulta una equacion en que vá cifrada la relacion que ha de haber entre los focus de las lentes para que los rayos salgan de la última lente sin estar separados. Por consiguiente , quando hubiere dos lentes , tendremos $\frac{2dP'}{(P'-1)R'} + \frac{r^2}{a'^2} \times \frac{2dP}{(P-1)R} = 0$; quando hubiere tres , $\frac{2dP''}{(P''-1)R''} + \frac{r'^2}{a''^2} \times \frac{2dP'}{(P'-1)R'} + \frac{r''^2}{a''^2} \times \frac{2dP}{(P-1)R} = 0$; quando hubiere quatro , $\frac{2dP'''}{(P'''-1)R'''} + \frac{r'''^2}{a'''^2} \times \frac{2dP''}{(P''-1)R''} + \frac{r''^2}{a''^2} \times \frac{2dP'}{(P'-1)R'} + \frac{r'^2}{a'^2} \times \frac{2dP}{(P-1)R} = 0$; y prosiguiendo á este tenor.

Declaremos ahora lo que pertenece á la destruccion de la aberracion de esfericidad. Esta investigacion se hace indispensable ; porque habiendo puesto los obgetivos en términos de no dar ya colores en su focus , se les puede dár una abertura mayor , y por consiguiente como la aberracion de esfericidad crece en la misma proporcion que el quadrado del radio de la abertura , llega á ser entonces muy considerable para dejar de atenderla. Veamos , pues , como se consigue destruirla en las dos especies de obgetivos que hemos considerado.

Cues-

795 Cuestion VII. *Estando arrimadas una á otra, ó Fig. separadas por un intervalo muy corto dos ó tres lentes de distintas materias cuyas virtudes refringentes son conocidas, hallar la equacion necesaria para destruir la aberracion de esfericidad en el obgetivo que componen.*

Busquemos primero esta equacion para un obgetivo compuesto de dos de estas lentes, y para conseguirlo, tomemos el término que espresa la aberracion de esfericidad en la fórmula que dimos (779) antes, que corresponde á los obgetivos de quatro superficies, y consideremosle primero en el supuesto de ser $a = \infty$. Esto lo egecutaremos en el supuesto de componerse el obgetivo de tres medios distintos, al salir del qual los rayos vuelven á entrar en el ayre de donde suponemos que vinieron.

Dicho término que espresa generalmente la aberracion de esfericidad respecto de qualquiera obgetivo de quatro superficies, es $(m'''S + Q''')f'''f'''$ ó $(m'''m''m'Q + m'''m''Q' + m'''Q'' + Q''')f'''f'''$. Sean P, M, P' las razones de refraccion al pasar del ayre al primero, segundo y tercer medio, de que se compone el obgetivo. Para determinar las cantidades Q, Q', Q'', Q''' , consideraremos que en el supuesto de $a = \infty$, $\frac{1}{f} = \frac{1}{b} - \frac{1}{Pb}$, $\frac{1}{c} - \frac{1}{f} = \frac{1}{Pb} - \frac{1}{q}$, siendo $\frac{1}{q} = \frac{1}{b} - \frac{1}{c}$; que á mas de esto, $\frac{1}{f'} = \frac{1}{b'} - \frac{M}{P'b'}$, y $\frac{1}{c'} - \frac{1}{f'} = \frac{M}{P'b'} - \frac{M}{P'f'} - \frac{1}{q'}$, siendo $\frac{1}{q'} = \frac{1}{b'} - \frac{1}{c'}$.

Tendremos, pues, $Q = \frac{1}{2}kk \left(\frac{1}{P} - \frac{1}{P^2} \right) \times \frac{1}{Pb}$, $Q' = \frac{1}{2}kk \left(\frac{P}{M} - \frac{P^2}{M^2} \right) \left[\frac{P}{M} \left(\frac{1}{Pb} - \frac{1}{q} \right)^2 - \left(\frac{1}{Pb} - \frac{1}{q} \right)^2 \times \frac{P-1}{Pb} \right]$,
 Q''

Fig. $Q'' = \frac{1}{2}kk \left(\frac{M}{P'} - \frac{M^2}{P'^2} \right) \left[\frac{M}{P'} \left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{f'} \right)^3 - \left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{f'} \right)^2 \times \frac{1}{f'} \right]$, y $Q''' = \frac{1}{2}kk (P' - P'^2) \left[P' \left(\frac{M}{P'b'} - \frac{M}{P'f'} - \frac{1}{q'} \right)^3 - \left(\frac{M}{P'b'} - \frac{M}{P'f'} - \frac{1}{q'} \right)^2 \left(\frac{1}{b'} - \frac{M}{P'b'} + \frac{M}{P'f'} \right) \right]$.

Y por consiguiente $(m'''m''m'Q + m'''m''Q' + m'''Q'' + Q''')f'''f''' = \left[\left(\frac{P^3}{M^2} - \frac{P^2}{M} \right) \left(\frac{1}{q^3} - \frac{3P+2M-MP}{P \cdot bqq} + \frac{3P+2M-2MP}{P \cdot bbf} \right) + (P^3 - P'^2) \left(\frac{1}{q'^3} - \frac{3PM-P'+M}{P' \cdot b'q'q'} + \frac{3M}{P'^3} \frac{P'-2PM+2M^2}{b'b'q'} + \frac{3MP+M}{P'^2f'q'q'} - \frac{6M^2P+4M^2-2MP'}{P' \cdot b'f'q'} + \frac{3M^2P'+2M^2}{P'^2f'^2q'} \right) - \frac{1-M}{M \cdot b} - (M^3 - M^2) \left(\frac{1}{b'} - \frac{1}{f'} \right)^2 \left(\frac{1}{b'} - \frac{1+M}{Mf'} \right) \right] \times \frac{1}{2}kkf'''f'''$, que es la espresion de la aberracion de esfericidad para un obgetivo de quatro superficies, compuesto de tres medios, al salir del qual los rayos vuelven al ayre de donde se supone que vinieron; f''' , cuya espresion es esta equacion $\frac{1}{f'''} = \frac{P-1}{b} + \frac{M-P}{c} + \frac{P'-M}{b'} + \frac{1-P'}{c'}$, representa la distancia focal de los rayos que caen infinitamente cerca del ege, prescindiendo de los gruesos.

796 Para que este obgetivo llegue á ser el mismo en el qual nos hemos propuesto destruir la aberracion de esfericidad, es evidente que todo consiste en suponer que el segundo de los tres medios de que se compone es ayre; entonces no se compondrá mas que de dos lentes de materias de distinta virtud refringente separadas por un intervalo cortísimo que, si se quisiere, se podrá considerar como nullo; M será entonces $= 1$, y la fórmula precedente de la aberracion se transformará en la siguiente que pertenece al obgetivo de que estamos hablando, $\left[(P^3 - P'^2) \left(\frac{1}{q^3} - \frac{2P+1}{P \cdot bqq} + \frac{P+2}{P \cdot bbf} \right) + (P^3 - P'^2) \left(\frac{1}{q'^3} - \frac{2P'+1}{P'^2b'q'q'} + \frac{P'+2}{P'^3b'q'} + \frac{3P'+1}{P'^2f'q'q'} - \frac{4P'+4}{P' \cdot b'f'q'} + \frac{3P'+2}{P'^2f'^2q'} \right) \right] \times \frac{1}{2}kkf'''f'''$, siendo la espresion

sión de f''' la equacion $\frac{1}{f''} = \frac{P-1}{q} + \frac{P'-1}{q'}$. Substituyendo Fig. en los últimos términos de esta espresion, en lugar de $\frac{1}{f'}$ su valor $\frac{P-1}{q}$, y egecutando las multiplicaciones indicadas, se

$$\begin{aligned} & \text{transforma por fin en } \left(\frac{P^3 - P^2}{2q^3} - \frac{2P^2 - P - 1}{2bqq} + \right. \\ & \frac{P + 1 - \frac{2}{P}}{2bbq} + \frac{P'^3 - P'^2}{2q'^3} - \frac{2P'^2 - P' - 1}{2b'q'q'} + \frac{P' + 1 - \frac{2}{P'}}{2b'b'q'} \\ & + \frac{(3P'^2 - 2P' - 1)(P - 1)}{2qq'^2} - \frac{(2P' - \frac{2}{P'})(P - 1)}{b'qq'} + \\ & \left. \frac{(3P' - 1 - \frac{2}{P'})(P - 1)^2}{2q^2q'} \right) k k R R, \text{ sirviendo } R \text{ para que} \end{aligned}$$

represente mas particularmente la distancia focal. Igualando esta cantidad con cero, dá la equacion que se necesita para destruir la aberracion originada de la esfericidad en el obgetivo compuesto de dos lentes, sea que estén separadas por un corto intervalo, ó que estén arrimadas una á otra.

797 Como hemos tomado P y P' para representar la aberracion media, la aberracion que se destruye, por medio de la fórmula antecedente, es la de los rayos intermedios. Si se quisiese destruir la aberracion de rayos de otro color, se conseguiría por medio de la misma fórmula, substituyendo en ella en lugar de P y P' , la razon de refraccion correspondiente á los rayos del color propuesto.

798 Con igual facilidad se determinaría la aberracion de esfericidad, y se hallaría la equacion para destruir la

Fig. 1a en un obgetivo compuesto de tres lentes. Para seguir el mismo método que antes, tomaremos el término $(m^V X + Q^V) f^V f^V$, el qual (781) espresa la aberracion de esfericidad respecto de seis superficies, y veamos á qué se reduce en el caso del obgetivo propuesto.

Pero $(m^V X + Q^V) f^V f^V = [m^V m'^V (m''' S + Q''') + m^V Q'^V Q^V] f^V f^V = [m^V m'^V (m''' m'' m' Q + m''' m'' Q' + m''' Q'' + Q''') + m^V Q'^V + Q^V] f^V f^V$. De donde se infiere que si multiplicamos por $m^V m'^V$, la cantidad que multiplicada por $f''' f'''$, espresa la aberracion respecto de quatro superficies, y la añadimos $m^V Q'^V + Q^V$, la suma total multiplicada por $f^V f^V$ espresará la aberracion respecto de seis superficies.

799 Pero como buscamos la aberracion respecto de tres lentes separadas por un corto intervalo lleno de ayre, ó tambien inmediatas unas á otras, si representa P'' la razon de refraccion al paso del ayre á la tercera lente, sacaremos $P'' = \frac{1}{m^V}$ y $P'' = m^V$, y por consiguiente $m^V m'^V = 1$; por manera que sacaremos la aberracion respecto del obgetivo compuesto de las tres lentes espresadas, solo con añadir la cantidad $P'' Q'^V + Q^V$, despues de resuelta, á la cantidad que multiplicada por $kkRR$, espresa la aberracion de esfericidad (796) respecto del obgetivo compuesto de dos lentes, y multiplicar despues la suma total por $f^V f^V$.

Pero $P'' Q'^V = \frac{1}{2} kk \left(1 - \frac{1}{P''} \right) \left[\frac{1}{P''} \left(\frac{1}{b'^V} - \frac{1}{f''} \right) - \left(\frac{1}{b'^V} - \frac{1}{f''} \right)^2 \times \frac{1}{f''} \right]$, siendo $\frac{1}{f''} = \frac{P-1}{q} + \frac{P'-1}{q'}$, en el supuesto de $a = \infty$, en el qual se ha de deter-

mi-

minar la aberracion ; y $Q^V = \frac{1}{2} kk (P'' - P''^2) \left[P'' \text{ Fig.} \right.$
 $\left(\frac{1}{P' b'} - \frac{1}{P' f''} - \frac{1}{q''} \right)^3 - \left(\frac{1}{P' b'} - \frac{1}{P' f''} - \frac{1}{q''} \right)^2 \left(\frac{1}{b''} - \frac{1}{P' b'} \right.$
 $\left. + \frac{1}{P' f''} \right) \left. \right]$, porque $\frac{1}{f''} = \frac{P' - 1}{P' b'} + \frac{1}{P' f''}$, de donde se saca
 $\frac{1}{c''} - \frac{1}{f''} = \frac{1}{P' b'} - \frac{1}{P' f''} - \frac{1}{q''}$, siendo $\frac{1}{q''} = \frac{1}{b''} - \frac{1}{c''}$.

Despues de egecuradas las multiplicaciones y reduc-

ciones, se saca que $P'' Q^V + Q^V = \left(\frac{P''^3 + P''^2}{2 q''^3} - \right.$

$$\frac{2 P''^2 - P'' - 1}{2 b'' q''^2} + \frac{P'' + 1 - \frac{2}{P''}}{2 b''^2 q''} - \frac{2 P'' - \frac{2}{P''}}{b'' q'' f''} +$$

$$\left. \frac{3 P''^2 - 2 P'' - 1}{2 q''^2 f''} + \frac{3 P'' - 1 - \frac{2}{P''}}{2 q'' f''^2} \right) kk = \left(\frac{P''^3 - P''^2}{2 q''^3} - \right.$$

$$- \frac{2 P''^2 - P'' - 1}{2 b'' q''^2} + \frac{P'' + 1 - \frac{2}{P''}}{2 b''^2 q''} - \frac{(2 P'' - \frac{2}{P''})(P - 1)}{b'' q q''} -$$

$$- \frac{(2 P'' - \frac{2}{P''})(P' - 1)}{b'' q' q''} + \frac{(3 P''^2 - 2 P'' - 1)(P - 1)}{2 q q''^2} -$$

$$+ \frac{(3 P''^2 - 2 P'' - 1)(P' - 1)}{2 q' q''^2} + \frac{(3 P'' - 1 - \frac{2}{P''})(P - 1)^2}{2 q'' q^2} -$$

$$+ \frac{(3 P'' - 1 - \frac{2}{P''})(P' - 1)(P - 1)}{q q' q''} +$$

$$\left. \frac{(3 P'' - 1 - \frac{2}{P''})(P' - 1)^2}{2 q'^2 q''} \right) kk.$$

Sumando estos diez términos, que están multiplica-
dos

Fig. dos por kk , con los nueve que, multiplicados por $kkRR$, espresan la aberracion de esfericidad (796) para un obgetivo compuesto de dos lentes, y multiplicando la suma por $kkR'R'$, sacaremos la espresion de la aberracion de esfericidad respecto de un obgetivo compuesto de tres lentes, representando R' la distancia focal del mismo obgetivo.

800 Si las lentes primera y última fuesen de una misma materia, bastará con escribir P en lugar de P'' en todos los términos que llevarén P'' , y la espresion de la

$$\text{aberracion será } \left(\frac{P^3 - P^2}{2q^3} - \frac{2P^2 - P - 1}{2bqq} + \right.$$

$$\frac{P + 1 - \frac{2}{P}}{2bbq} + \frac{P'^3 - P'^2}{2q'^3} - \frac{2P'^2 - P' - 1}{2b'q'q'} +$$

$$\frac{P' + 1 - \frac{2}{P'}}{2b'b'q'} + \frac{(3P'^2 - 2P' - 1)(P - 1)}{2qq'^2} -$$

$$\frac{(2P' - \frac{2}{P})(P - 1)}{b'q'q'} + \frac{(3P' - 1 - \frac{2}{P})(P - 1)^2}{2q^2q'} +$$

$$\frac{P^3 - P^2}{2q'^3} - \frac{2P^2 - P - 1}{2b''q''^2} + \frac{P + 1 - \frac{2}{P}}{2b''^2q''} -$$

$$\frac{(2P - \frac{2}{P})(P - 1)}{b''q'q''} - \frac{(2P - \frac{2}{P})(P' - 1)}{b''q'q''} +$$

$$\frac{(3P^2 - 2P - 1)(P - 1)}{2qq''^2} + \frac{(3P^2 - 2P - 1)(P' - 1)}{2q'q''^2} +$$

(3P

$$\frac{(3P-1-\frac{2}{P})(P-1)^2}{2q''q^2} + \frac{(3P-1-\frac{2}{P})(P'-1)(P-1)}{qq'q''} + \frac{(3P-1-\frac{2}{P})(P'-1)^2}{2q'^2q''} \Big) \times kkR'R', \text{ suponiendo que } R',$$

Fig.

que se determina por la equation $\frac{1}{R'} = \frac{P-1}{q} + \frac{P'-1}{q'} + \frac{P-1}{q'}$, expresa la distancia focal del obgetivo compuesto. Igualando esta espresion con cero, estará sacada la equation en que se vé cifrada la destruccion de la aberracion de esfericidad, en qualquiera obgetivo compuesto de tres lentes, siendo las extremas de una misma materia.

801 Despues de dadas (794) las equations conducentes para destruir la aberracion de refringibilidad en un systema qualquiera de lentes puestas á alguna distancia unas de otras, no podemos menos de dar tambien las que puedan conducir para destruir la aberracion de esfericidad. Para sacarlas, daremos una forma particular á la espresion de la aberracion respecto de una lente simple, que supondremos convexa por ambos lados, y despues buscaremos qual ha de ser la forma de una lente para que la aberracion que ocasiona sea la menor ó mayor posible.

802 Para darla á la mencionada espresion la forma que deseamos, volvamos á lo dicho (777), y supongamos que los rayos en vez de entrar en otro medio al salir de la lente que forma el medio S , vuelvan al ayre de donde vinieron; entonces $m' = \frac{1}{m}$, y por consiguiente suponiendo convexa la lente por ambos lados, $Q' = \frac{1}{2} kk \times$

 $\frac{1}{m}$

Fig. $\frac{1}{m} \left(\frac{1-m}{m} \right) \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{f} \right)^2 \left(\frac{1}{mc} + \frac{1+m}{mf} \right) = \frac{1}{2} k k' (1-m) \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{f} \right)^2 \left(\frac{m}{c} + \frac{1+m}{f} \right)$, con introducir f' en lugar de f , por medio de la equacion $\frac{1}{f'} = \frac{1-m}{mc} + \frac{1}{mf}$; tendremos, pues, $\left(\frac{1}{m} Q + Q' \right) f' f'$, que espresa la aberracion, $= \frac{(1-m) k k' f'}{2} \left[\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a} \right)^2 \left(\frac{m}{b} + \frac{1+m}{a} \right) + \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{f'} \right)^2 \left(\frac{m}{c} + \frac{1+m}{f'} \right) \right]$. Egecutando las multiplicaciones indicadas, esta espresion se reduce á $\frac{(1-m) k k' f'}{2} \left(\frac{m}{b^3} + \frac{1+3m}{abb} + \frac{2+3m}{aab} + \frac{1+m}{a^3} + \frac{m}{c^3} + \frac{1+3m}{f'cc} + \frac{2+3m}{f'f'c} + \frac{1+m}{f'^3} \right)$.

Se le puede dár á esta fórmula una forma mas acomodada, qual la necesitamos, juntando unos con otros los términos donde b y c tienen unas mismas dimensiones, y reduciendo cada parte por medio de la equacion $\frac{1-m}{m} \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) = \frac{1}{f'} + \frac{1}{a} = \frac{1}{R}$, representando R la distancia focal de la lente. Pero se halla $\frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} = \frac{1}{(1-m)R} \left(\frac{m^2}{(1-m)RR} - \frac{3m}{(1-m)R(b+c)} \right)$, $\frac{1}{abb} + \frac{1}{f'cc} = \frac{m}{(1-m)R} \left(\frac{1}{ab} + \frac{1}{f'c} - \frac{1}{R(b+c)} \right)$, $\frac{1}{aab} + \frac{1}{f'f'c} = \frac{m}{(1-m)R} \left(\frac{1-m}{m} \times \left(\frac{1}{ab} + \frac{1}{f'c} \right) - \frac{1}{R(a+f')} \right)$, $\frac{1}{a^3} + \frac{1}{f'^3} = \frac{m}{(1-m)R} \left(\frac{1-m}{mRR} - \frac{3(1-m)}{mR(a+f')} \right)$.

Multiplicando estas partes por sus coeficientes respectivos m , $1+3m$, $2+3m$, $1+m$, sumandolas despues, y reduciendo, se sacará la espresion de la aberracion en esta nueva forma $\frac{k k' f' f'}{2 R R} \left(\frac{1-2m+2m^3}{(1-m)^2 R} - \frac{3+2m}{a+f'} + \frac{2(1+m)}{a+f'} \left(\frac{a}{c} + \frac{f'}{b} \right) - \frac{m(1+2m)}{(1-m)(b+c)} \right) = \frac{k k' f' f'}{2 R R} \left(\frac{1}{(1-m)R} - \frac{3+2m}{a+f'} - \frac{2(1+m)}{a+f'} \times \left(\frac{a}{b} + \frac{f'}{c} \right) - \frac{m(1+2m)}{(1-m)(b+c)} \right)$.

803 Cuestion VIII. Hallar qué forma se le ha de dár á una lente para que junte los rayos que salen de un punto dado, á una distancia dada, con la menor ó mayor aberracion posible, y determinar la cantidad de esta aberracion.

Guar-

Fig.

Guardando las mismas denominaciones, se diferenciará la espresion antecedente, suponiendo variables b y c , y saldrá $\frac{2(1+m)}{a+f'} \times \left(\frac{adb}{bb} + \frac{f'dc}{cc} \right) + \frac{m(1+2m)}{1-m} \times \frac{db+dc}{(b+c)^2} = 0$; pero como $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{m}{1-m} \times \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'} \right)$, será $\frac{db}{bb} + \frac{dc}{cc} = 0$. Echando, pues, por medio de esta equacion las diferencias db y dc , sacaremos $\frac{c-b}{c+b} = \frac{2(1-m)(1+m)(a-f')}{m(1+2m)(a+f')}$, cuya equacion se transforma en estotra $\frac{b}{c} = \frac{(4m^2+m-2)a+(2+m)f'}{(4m^2+m-2)f'+(2+m)a}$, de la qual se inferirán facilmente, por medio de la equacion $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{m}{1-m} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'} \right)$, los radios de las superficies de la lente que se busca, cuyos radios serán $b = \frac{2(1-m)(1+2m)af'}{(4m^2+m-2)f'+(m+2)a}$, y $c = \frac{2(1-m)(1+2m)af'}{(4m^2+m-2)a+(m+2)f'}$, ó $\frac{1}{b} = \frac{4m^2+m-2}{2(1-m)(1+2m)} \times \frac{1}{a} + \frac{2+m}{2(1-m)(1+2m)} \times \frac{1}{f'}$, y $\frac{1}{c} = \frac{4m^2+m-2}{2(1-m)(1+2m)} \times \frac{1}{f'} + \frac{2+m}{2(1-m)(1+2m)} \times \frac{1}{a}$; substituyendo estos valores de b y c en la espresion de la aberracion sacada (802) poco ha, tendremos, despues de las reducciones correspondientes, $\frac{kf'f'}{2(1+2m)R^3} \left(\frac{R}{a+f'} + \frac{m(4-m)}{4(1-m)^2} \right)$, que espresará la mayor ó menor aberracion.

804 Hagamos alguna aplicacion de las fórmulas halladas hasta aquí, buscando los valores numéricos de las dimensiones de algunos obgetivos, ciñéndonos á los que se componen de dos vidrios no mas. Como podemos contentarnos con destruir la aberracion de esfericidad de los rayos que salen del ege, no hablaremos en los cálculos siguientes, mas que de la destruccion de esta, y de la de la aberracion de refringibilidad; y solo buscaremos como se debe destruir respecto de los rayos intermedios, bien que sea posible destruirla generalmente respecto de todas las especies

Fig. de rayos coloreados ; porque las curvaturas que entonces se hallarian , serian por la mayor parte muy grandes , y las aberraciones de los rayos que proceden de puntos colocados fuera del ege , serian muy considerables , y mucho mas aún que en obgetivos simples ; por manera que los obgetivos que resultarian serian verdaderamente los mas perfectos para los obgetos puestos en el ege , pero serian muy defectuosos para los que estuviesen apartados del mismo ege.

805 Supondremos que las lentes particulares de que se han de componer los obgetivos , son de vidrio comun , y de cristal de Inglaterra , conocido con el nombre de *Flintglass*.* Por los esperimentos de Mr. Clairaut , y Mr. de Tour-

* Considerando Mr. Euler que las imágenes de los obgetos estampadas en el fondo del ojo no tienen iris ninguna , y que no todos los humores del ojo tienen un mismo grado de refringibilidad , discurrió que se podrian hacer anteojos acromáticos formando obgetivos de materias de distinta virtud refringente. Se valió para este fin de un vidrio conocido en Inglaterra con el nombre de *Crown glass* , y es lo mismo que nuestro vidrio comun , y de *Flint glass* , que es una especie de cristal conocido con el nombre de cristal de Inglaterra , parecida á lo que acá llamamos piedras de Francia.

La composicion de este *flint glass* es un secreto que los Ingleses han guardado siempre con mucho misterio. Pero Mr. Ziher , Chímico de la Real Academia de Petersburgo , ha descubierto que el *flint glass* es un compuesto de minio y pedernal , que tiene diferente virtud refringente conforme varian las dosis de estas dos materias , y que la dispersion de los rayos es tanto mayor , quanto mayor cantidad de plomo entra en la composicion.

Mr. Russel la acaba de dar en Inglaterra tal grado de perfeccion , que proporciona mayor facilidad para la construccion de anteojos acromáticos muy aventajados ; por cuyo motivo la Sociedad formada en Lon-

Tournières se sabe que la razon de refraccion para los ra- Fig.
dios medios, en el *flintglass*, es la de 1,6 á 1, y en el vidrio
comun la de 1,55 á 1; siendo la razon de las dispersio-
nes en estas dos materias la de 3 á 2, poco mas ó menos.

806 Cuestion IX. *Hallar las dimensiones que se le
deben dar á un objetivo compuesto de dos lentes contiguas ó
separadas por un intervalo muy corto, la una de vidrio co-
mun y la otra de flintglass, para que dicho objeto esté libre
de aberracion quanto se pueda.*

Resolveremos esta cuestion por medio de la equa-
cion (783) combinada con la que se halló des-
pues (796), practicando lo siguiente.

Siendo $\frac{1}{q} = \frac{1}{b} - \frac{1}{c}$, y $\frac{1}{q'} = \frac{1}{b'} - \frac{1}{c'}$, la equa-
cion (783) para la destruccion de la aberracion de
refringibilidad es, haciendo $\frac{dP}{dP'} = H$, $\frac{1}{q'} = -\frac{H}{q}$; sub-
tituyendo este valor de $\frac{1}{q'}$ en la equacion que dá para la
destruccion de la aberracion de esfericidad, la espresion de
esta aberracion (796) dividida por $\frac{kkRR}{2}$, é igualada
despues con cero, sacaremos $\frac{1}{bb}(P+1-\frac{2}{P}) + \frac{1}{bq}(1+P$
 $-2P^2) + \frac{1}{qq}(P^3-P^2-(P'^3-P'^2)H^3 + (3P'^2-2P'$
 $-1)(P-1)H^2 - (3P'-1-\frac{2}{P'}) (P-1)^2 H) +$
 $\frac{1}{b'q'}[(1+P'-2P'^2)H^2 + 4(P'-\frac{1}{P'}) (P'-1)H] -$
 $\frac{1}{b'b'}(P'+1-\frac{2}{P'})H = 0$, en cuya equacion está cifrada la
correccion de las dos especies de aberracion.

Ll 2

CA-

Londres para el fomento de las Artes y el Comercio, le ha tenido por
acreedor á que se le diese un premio.

Fig. 807 CASO I. Supongamos que la lente anterior quiero decir, la que está del lado del objeto, haya de ser de vidrio comun, siendo la posterior la de cristal, entonces $P = 1,55$, $P' = 1,6$, y $b = \frac{2}{3}$, y la equation antecedente será $\frac{0,62984}{bb} - \frac{1,1275}{bq} - \frac{0,45}{b'b'} + \frac{0,155}{b'q} + \frac{0,60134}{qq} = 0$; substituyendo en esta equation en lugar de q su valor $0,15R$, que se saca de la equation $\frac{1}{R} = \frac{0,55}{q} + \frac{0,6}{q'}$ para la distancia focal del objetivo, con substituir $-\frac{2}{3q}$ en lugar de $\frac{1}{q'}$, se transforma en $0,62984 \frac{RR}{bb} - 7,5166 \frac{R}{b} - 0,45 \frac{RR}{b'b'} + 1,0333 \frac{R}{b'} + 26,7262 = 0$. Por medio de esta equation, tomando á arbitrio el uno de los radios b, b' , se halla luego el otro.

808 Por lo que mira á los otros radios c, c' , los determinaremos por medio de estas equations $\frac{R}{c} = \frac{R}{b} - \frac{20}{3}$ y $\frac{R}{c'} = \frac{R}{b'} + \frac{40}{9}$ que se sacan de las equations $\frac{1}{R} = \frac{0,55}{q} + \frac{0,6}{q'}$ y $\frac{1}{q'} = -\frac{2}{3q}$. Prevenimos que quando los radios tuvieren valores negativos, pertenecerán á superficies cóncavas ácia el objeto. Hagamos algunas aplicaciones.

809 Supongamos que se quiera construir un objetivo, cuyas superficies exteriores sean convexas é iguales; entonces $c' = -b$, y la equation $\frac{R}{c} = \frac{R}{b'} + \frac{40}{9}$, se reduce á $\frac{R}{b} = -\frac{R}{b'} - \frac{40}{9}$; substituyendo este valor de $\frac{R}{b}$ en la equation de antes (807), se transforma en $\frac{RR}{b'b} - 78,6727 \frac{R}{b'} = -403,5509$, de cuya resolucion sacamos que $-5,51625$ es uno de los valores de $\frac{R}{b'}$; substituyéndole en la equation $\frac{R}{b} = -\frac{R}{b'} - \frac{40}{9}$, hallaremos $\frac{R}{b} = 1,07181$, y substituyendo este valor de $\frac{R}{b}$ en la equa-

equacion $\frac{R}{c} = \frac{R}{b} - \frac{20}{3}$, sacamos $\frac{R}{c} = -5,59485$. Así, Fig. los radios de las quatro superficies del obgetivo propuesto, serán $b = \frac{R}{1,07181}$, $c = -\frac{R}{5,59485}$, $b' = -\frac{R}{5,51625}$ y $c' = -\frac{R}{1,07181}$.

810 Si quisiéramos construir un obgetivo tal que la lente anterior, esto es, la que es de vidrio comun, fuese igualmente convexa por ambos lados, tendremos $c = -b$, y por consiguiente $\frac{R}{b} = \frac{R}{b} - \frac{20}{3}$, de donde se saca $\frac{R}{b} = \frac{10}{3}$; substituyendo este valor de $\frac{R}{b}$ en la equacion de antes (807), ó mejor en la equacion $\frac{R}{b} = 1,14815 \pm \sqrt{(1,3996 \frac{RR}{bb} - 16,7037 \frac{R}{b} + 60,7090)}$ que dá despues de resuelta, hallaremos que $-3,38848$ será uno de los valores de $\frac{R}{b'}$; substituyendo despues este valor en la equacion $\frac{R}{c} = \frac{R}{b'} + \frac{40}{9}$, tendremos $\frac{R}{c} = 1,05596$. Por lo que toca al valor de $\frac{R}{b}$, yá está determinado igualmente que el de $\frac{R}{c}$, pues tenemos $\frac{R}{b} = \frac{10}{3} = 3,33333$; luego los valores de los radios de las quatro superficies del obgetivo serán $b = \frac{R}{3,33333}$, $c = -\frac{R}{3,33333}$, $b' = -\frac{R}{3,38848}$ y $c' = \frac{R}{1,05596}$.

811 Supongamos que se pidan las dimensiones de un obgetivo, en el qual la lente posterior ó de cristal es un menisco cuyo lado cóncavo vuelto ácia la lente anterior, es cinco veces mas curvo que el lado convexo, entonces será $c' = 5b'$; substituyendo $5b'$ en lugar de c' , en la equacion $\frac{R}{c} = \frac{R}{b'} + \frac{40}{9}$, saldrá $\frac{R}{b'} = -\frac{10}{9}$. Substituyendo este valor de $\frac{R}{b'}$ en la equacion $\frac{R}{b} = 5,9671 \pm \sqrt{(0,7145 \frac{RR}{bb'} - 1,6406 \frac{R}{b} - 6,8279)}$ que resulta de la resolucion

Fig. de la equation de antes (807), tendremos 1,0337 que será uno de los dos valores de $\frac{R}{b}$. Substituyendo este valor en la equation $\frac{R}{c} = \frac{R}{b} - \frac{20}{3}$, sacaremos $\frac{R}{c} = -5,6329$. Luego los radios que se piden serán $b = \frac{R}{1,0337}$, $c = -\frac{R}{5,6329}$, $b' = -\frac{R}{5,5555}$, y $c' = -\frac{R}{1,1111}$.

812 Si supusiéramos convexa por ambos lados la lente, y cinco veces menos curva por la parte que está ácia el objeto, resultaría un nuevo obgetivo, cuya construccion se podría practicar. Como en este caso $c = -\frac{b}{5}$, hallaríamos que $\frac{R}{b} = \frac{10}{9}$; substituyendo este valor de $\frac{R}{b}$ en la equation de antes (810), sacaremos $-5,4758$ que será uno de los dos valores de $\frac{R}{b'}$; de donde inferiremos $\frac{R}{c'} = -1,0314$. Por consiguiente los radios serán $b = \frac{R}{1,1111}$, $c = -\frac{R}{5,5555}$, $b' = -\frac{R}{5,4758}$, y $c' = -\frac{R}{1,0314}$.

813 CASO II. Si la lente anterior hubiera de ser de *flintglass*, y la posterior de vidrio comun, entonces $P = 1,6$; $P' = 1,55$; y $b = \frac{3}{2}$, y la equation que hallamos (806) para la correccion de las aberraciones, llegaría á ser $\frac{0,675}{bb} - \frac{1,26}{bq} - \frac{0,94477}{b'b'} - \frac{0,908145}{b'q} - \frac{0,0013765}{qq} = 0$; substituyendo en esta equation en lugar de q , su valor $-0,225R$ que dá la equation para la distancia focal $\frac{1}{R} = \frac{0,6}{q} + \frac{0,55}{q'}$, poniendo $-\frac{3}{2q}$ en lugar de $\frac{1}{q'}$, se transformará en $0,675 \frac{RR}{bb} + 5,6 \frac{R}{b} - 0,94477 \frac{RR}{b'b'} + 4,0362 \frac{R}{b'} - 0,02719 = 0$; por medio de cuya equation, tomando á arbitrio el uno de los radios b, b' , queda luego determinado el otro.

Por

814 Por lo que mira á los otros radios c y c' , se de- terminarán por medio de estas equaciones $\frac{R}{c} = \frac{R}{b} + \frac{40}{9}$, $\frac{R}{c'} = \frac{R}{b'} - \frac{20}{3}$, que dán las equaciones $\frac{1}{R} = \frac{0,6}{q} + \frac{0,55}{q'}$, y $\frac{1}{q'} = -\frac{3}{2q}$. Fig.

815 Aplicaremos este segundo caso á alguno de los obgetivos precedentes, le supondremos colocado al revés, de modo que la lente de *flintglass* sea la lente anterior, y la de vidrio comun la posterior, y buscaremos las dimensiones que entonces deberán tener. Sirva de egemplo el segundo de dichos obgetivos. Entonces, por ser la lente de vidrio la última, é igualmente convexa por ambos lados, tendremos $c' = -b'$, de donde, por medio de la equacion $\frac{R}{c'} = \frac{R}{b'} - \frac{20}{3}$, sacaremos $\frac{R}{b'} = \frac{10}{3}$; substituyendo este valor de $\frac{R}{b'}$ en la equacion $\frac{R}{b'} = -4,14814 \pm \sqrt{(1,39966 \frac{RR}{b'b'} - 5,9796 \frac{R}{b'} + 17,24734)}$, que resulta de la resolution de la equacion sacada (813), se saca $-0,56107$ para uno de los valores de $\frac{R}{b}$, el qual substituido en la equacion $\frac{R}{c} = \frac{R}{b} + \frac{40}{9}$, dá $3,88337$ para el valor de $\frac{R}{c}$. Por consiguiente los radios de las superficies del obgetivo serán $b = -\frac{R}{0,56107}$, $c = \frac{R}{3,88337}$, $b' = \frac{R}{3,33333}$, y $c' = -\frac{R}{3,33333}$.

816 Si se vuelve tambien el tercero de los obgetivos precedentes, siendo entonces la primera la lente de cristal, y siendo su lado cóncavo cinco veces mas curvo que su lado convexo, será $b = 5c$, de donde resultará $\frac{R}{b} = \frac{10}{9}$, por medio de la equacion $\frac{R}{c} = \frac{R}{b} + \frac{40}{9}$. Substituyendo este valor de $\frac{R}{b}$ en la equacion $\frac{R}{b'} = 2,1361 \pm$

Fig. $\sqrt{(0,71446 \frac{RR}{bb} + 5,92737 \frac{R}{b} + 4,53424)}$, que proviene de la resolución de la equacion (813), sale 5,6005 para uno de los valores de $\frac{R}{b}$. Substituyéndole en la equacion $\frac{R}{c} = \frac{R}{b} - \frac{20}{3}$, sale $\frac{R}{c} = -1,0661$; por manera que los radios serán $b = \frac{R}{1,1111}$, $c = \frac{R}{5,5555}$, $b' = \frac{R}{3,6005}$, y $c' = -\frac{R}{1,0661}$.

817 Acerca de estas aplicaciones hemos de hacer una prevencion muy importante respecto de cualesquiera especies de obgetivos. Se ha de procurar que cada una de las lentes de que se compone el obgetivo, se arrime lo mas que se pueda á ser igualmente convexa, ó igualmente cóncava por ambos lados, y por consiguiente se ha de poner cuidado en escoger entre las infinitas condiciones particulares, de las cuales hay siempre alguna que sirve para determinar las dimensiones del obgetivo, aquella de la qual resulte la menor desigualdad posible entre las curvaturas de cada lente, á fin de que no haya ninguna superficie muy curva, y por consiguiente el obgetivo pueda aguantar una abertura mayor. La razon de esto es que como la cantidad de la aberracion de esfericidad no se ha determinado sino por aproximacion, y suponiendo arcos de un número muy corto de grados, se apartará tanto mas de la verdadera esta determinacion, quanto mayores partes de sus esferas fueren las superficies de las lentes.

818 Hemos reparado (615) quando tratamos de los anteojos ordinarios, que el grado de confusion ocasionado por la aberracion del ocular es tan corto que no mere-

Fig.

rece ser atendido, y esto manifiesta que en los referidos anteojos la aberracion de dicho vidrio es muy corta por sí, y particularmente en comparacion de la del obgetivo; pero no parece que deba suceder lo mismo quando la forma del obgetivo es tal, que su aberracion es nula ó muy corta. Como entonces aguanta una abertura mayor y un ocular de un focus mas corto, la doble aberracion del ocular, ó por lo menos aquella de las dos aberraciones, que proviene de la refringibilidad, puede llegar á ser bastante grande, y por consiguiente tan considerable la confusion que de ella resulta, que sea esencial destruirla. Porque 1.º quando es mayor la abertura del obgetivo, entran en el antejo manojos mas inclinados al ege que en los anteojos ordinarios, los quales dando en el ocular con una inclinacion mayor que los manojos que estas admiten, padecen al atravesarle una inflexion mayor. 2.º Siendo mas corto el focus del ocular, y teniendo por lo mismo mas curvas sus superficies, que si perteneciera á un antejo ordinario, quebranta mas todos los manojos que dán en él, por manera que los que están mas inclinados al ege, han de padecer una refraccion muy grande. Pero por lo mismo que estos manojos padecen una refraccion bastante grande, sus rayos, separados por esta refraccion, pueden serlo sensiblemente al entrar en el ojo, sin embargo del poco trecho que tienen que andar para llegar á él, al salir del ocular, y causar con esto colores que alteran la representacion de los obgetos que están ácia los bordes del campo del instrumento. Parece, pues, que no puede-

Fig. demos menos de precaver este inconveniente. El medio mas sencillo que nos ocurre para conseguirlo , consiste en usar dos oculares en lugar de uno , lo qual proporciona tambien un campo mayor. Veamos , pues , quáles han de ser las posiciones y formas de estos oculares. Sentaremos primero la proposicion siguiente, que necesitamos para el fin propuesto.

819 *Si un rayo de luz heterogeneo pasa casi perpendicularmente por una lente delgada , el ángulo que los rayos de diferente especie , que componen dicho rayo , forman al salir de la lente , despues que la refraccion los separó , es con muy corta diferencia proporcional á la distancia del rayo al ege de la lente dividida por la distancia focal de la lente.*

486. Sea ABC una seccion de la lente , que pase por el ege EF , y por el rayo de luz $EKHL$ que encuentra la lente en los puntos K y H . Sean E, F los centros de los arcos CHB, AKB ; y tírense á los puntos H y K , los radios HE, KF , y las tangentes HD, KD que concurren en D . Es patente que el rayo es refringido y resuelto al atravesar la lente , del mismo modo que si atravesara el prisma HDK . Pero la dispersion que padecerian los rayos heterogeneos al pasar por el prisma , es con muy corta diferencia proporcional al ángulo del mismo prisma , esto es , al ángulo HDK , el qual vale la suma de los ángulos HEC, KFA , y por consiguiente proporcional á $\frac{HC}{CE} + \frac{KA}{AF}$, ó (tomando por HC y KA la distancia del rayo KH al ege , que llamaremos k) á $k \left(\frac{1}{CE} + \frac{1}{AF} \right)$, ó finalmente á $\frac{k}{R}$, representando R la distancia focal; luego &c.

Del

820 Del mismo modo se probará que, representando P la Fig. razón de refracción, y dP la de dispersión, la dispersión de un rayo de luz heterogénea, que atravésase casi perpendicularmente la lente, es con corta diferencia proporcional á $\frac{k dP}{(P-1)R}$.

821 Cuestión X. Sean $B''A''$, $B'''A'''$ dos lentes que 487a. tienen el mismo eje $A''A'''$ en el qual esté el punto radiante Q . Sea un rayo compuesto QB'' que sale de dicho punto, el qual despues de refringido por la primera lente $A''B''$, se encamine al punto q del eje. Supongamos finalmente que encontrando en la misma dirección la segunda lente $A'''B'''$, vaya á cortar el eje en q' , al salir de la misma lente. Se pregunta qué relación ha de haber entre las distancias focales de las dos lentes, y los intervalos QA'' , $A''A'''$ para que los rayos simples que componen el rayo QB'' , separados y hechos divergentes por la refracción de la lente $A''B''$, se hagan paralelos por la refracción de la lente $A'''B'''$.

Es evidente que la dispersión, y por consiguiente la divergencia de los rayos simples que componian el rayo incidente QB'' , ocasionada por su paso por la lente $A''B''$, se hace mayor al pasar por la lente $A'''B'''$, en virtud de su forma prismática, y que al contrario la hace menor su convexidad. Pero este aumento de divergencia ocasionada por la forma prismática de la lente $A'''B'''$, es á la divergencia ocasionada por la forma prismática de la lente $A''B''$ como $\frac{I''A''}{R''}$ es á $\frac{B''A''}{R''}$ (llamando R'' y R''' las distancias focales de dichas lentes) (819) ; y por consiguiente la divergencia total ocasionada por la forma prismática de las

Fig. las dos lentes, es á la divergencia ocasionada por la primera lente como $\frac{B''A''}{R''} + \frac{B''A''}{R''}$ es $\frac{B''A''}{R''}$; ó como $\frac{B''A'' \cdot R''}{R''} + B''A''$ es á $B''A''$. De aquí se sigue que los rayos simples contenidos en $B''B'''$ dando divergentes de B'' en la lente $B''A''$, divergirían al salir de dicha lente, de un punto mas próximo á B''' , cuya distancia al punto B''' sería á la distancia $B''B'''$ como $B''A''$ es á $B''A'' + \frac{B''A'' \cdot R''}{R''}$; sería, pues, esta distancia $\frac{B''A'' \cdot B''B''' \cdot R''}{B''A'' \cdot R'' + B''A'' \cdot R''}$, prescindiendo sin embargo del efecto de la convexidad de la lente $B''A''$. Luego para que la convexidad de esta lente destruya la divergencia de que estamos hablando, y haga paralelos los rayos emergentes, se la debe dar una distancia focal R''' igual á la distancia hallada $\frac{B''A'' \cdot B''B''' \cdot R''}{B''A'' \cdot R'' + B''A'' \cdot R''}$, de donde se saca, dividiendo por R''' , y substituyendo $A''A'''$, $A''q$, $A'''q$, en lugar de $B''B'''$, de $B''A''$ y de $B'''A'''$, respectivamente, $A''q \cdot R''' + A'''q \cdot R'' = A''q \cdot A'''A'''$, cuya equacion, con substituir $A''q - A'''A'''$ en lugar de $A'''q$ se transforma en estotra $A''q = \frac{R'' \cdot A'''A''}{R'' + R''' - A'''A''}$. Por consiguiente, si á las cantidades R'' , R''' , $A'''A''$, $A''q$ se las dan valores quales los requiere esta equacion, la aberracion ó dispersion del rayo oblicuo $QB''B'''q'$, originada de la diferente refringibilidad de los rayos simples de que se compone, quedará destruida.

822 Si la distancia del objeto Q fuese muy grande respecto de la distancia focal R'' , tendremos $A''q = R''$, y $A'''A''' = \frac{R'' + R''}{2}$, con cortísima diferencia.

Veamos ahora cómo por medio de esta equacion se pue-

pueden determinar las formas y posiciones de los oculares Fig.
de un anteojo qualquiera precisas para la correccion de sus
aberraciones. Como esta determinacion supone que cono-
zamos primero exactamente la razon en que han de estar
las distancias focales, y los intervalos de las lentes que
componen dicho anteojo, y la razon en la qual amplifica,
indaguemos primero este punto, suponiendo que el obge-
tivo del anteojo se compone de dos vidrios no mas.

823 En las figuras citadas á la margen, que repre- 488.
sentan la disposicion de las lentes de que se compone el 489.
antecojo, y el curso de los rayos en el mismo anteojo, AB ,
 $A'B'$, $A''B''$, $A'''B'''$ son las quatro lentes de que se compo-
ne, y las dos primeras puestas inmediatamente la una al lado
de la otra forman el obgetivo. Se supone que R , R' , R'' ,
 R''' son las distancias focales respectivas de las quatro len-
tes, y R la distancia focal del obgetivo compuesto, que es

$$\frac{RR'}{R+R'}.$$

824 En la figura se vé qual es el rumbo de un rayo 488.
 QB que dá en la primera lente AB paralelamente al ege,
y es refringido por la misma lente y las siguientes. Despues
de la refraccion que padece en la espresada lente en la di-
reccion Bq , la segunda $A'B'$ le obliga á seguir otra direc-
cion $B'q'$, que la tercera lente $A''B''$ muda en otra $B''q''$,
y dando con esta direccion en la quarta lente $A'''B'''$ en B''' ,
sale de ella paralelo al ege del anteojo, y como tal entra
en el ojo. Pero para que los rayos salgan paralelos de esta
última lente, es preciso que haya cierta relacion entre las
dis-

Fig. distancias focales R , R'' , R''' , y los intervalos de las lentes $A'A''$, $A''A'''$ que se puede hallar por este camino. Ya que los rayos incidentes paralelos al ege convergen ácia q' , en virtud de las refracciones que padecen al atravesar el objetivo, $A'q'$ es igual con R , de modo que $A''q' = R - A'A''$. Asimismo, yá que los rayos son paralelos al ege, al salir de la última lente $A'''B'''$, $A'''q''$ es igual con R''' , y por consiguiente $A''q'' = A''A''' - R'''$. Pero los puntos q y q' son focus correspondientes de la lente $A''B''$, luego $\frac{1}{R''} = \frac{1}{A''q'} - \frac{1}{A''q''}$, ó $\frac{1}{R''} = \frac{1}{A'A'' - R} - \frac{1}{R - A'A''}$, ó finalmente $\frac{1}{R} + \frac{1}{R''} + \frac{1}{R'''} - \frac{A'A''}{R.R''} - \frac{A'A'''}{R.R'''} - \frac{A''A'''}{R''.R'''} + \frac{A'A'' \cdot A''A'''}{R.R'' \cdot R'''} = 0$; en cuya equacion está cifrada la relacion que debe haber entre las distancias focales y los intervalos de las lentes, para que dando los rayos en las lentes paralelos al ege de los vidrios, salgan tambien paralelos al mismo ege.

489. 825 Manifiesta la figura el rumbo del rayo $A'B''B'''q'$ que se supone que es el ege de un manojo obliquo qualquiera. Este rayo, despues de atravesar el objetivo, dá en el punto B'' de la lente intermedia $A''B''$, y sale dirigido ácia q . Como despues encuentra en la misma direccion el ocular $A'''B'''$ en B''' , vá, al salir de este ocular, á cortar el ege en q' , donde ha de estar colocado el ojo para que reciba á un tiempo todos los demás manojos, y disfrute todo el campo del antejo. De donde es facil inferir que la magnitud del obgeto, visto en el antejo, es á su magnitud, mirándole con la vista sola, como el ángulo $B'''q'A'''$ es al ángulo $B''A'A''$, cuya razon se puede mirar como compuesta de la que

Fig.

que hay entre el ángulo $B'''q'A'''$, y el ángulo $B'''qA'''$, y de la que hay entre el ángulo $B'''qA'''$ ó $B''qA''$, y el ángulo $B''A'A''$, con cuyas razones las de $A'''q$ á $A'''q'$, y de $A'A''$ á $A''q$ son sensiblemente iguales; por manera que la razon en que el anteojó amplifica, será igual á la de $\frac{A'A'' \cdot A'''q}{A''q \cdot A'''q'}$ á 1. Pero como A' y q son focus correspondientes de la lente $A''B''$, $A''q = \frac{A'A'' \cdot R''}{A'A'' - R''}$, y porque q' y q son focus correspondientes de la lente $A'''B'''$, $A'''q' = \frac{A'''q \cdot R'''}{A'''q + R'''}$. Substituyendo estos valores de $A''q$ y de $A'''q'$, y poniendo $A'''q = A''A'''$ en lugar de $A'''q$, la razon en que el anteojó amplifica será la de $-1 + \frac{A'A''}{R''} + \frac{A'A''}{R'''} - \frac{A'A'' \cdot A''A'''}{R'' \cdot R'''}$ á 1. Por consiguiente, si representa N el número de veces que se han de amplificar los obgetos, es preciso para que el anteojó los amplifique el mismo número de veces, que $-1 + \frac{A'A''}{R''} + \frac{A'A''}{R'''} - \frac{A'A'' \cdot A''A'''}{R'' \cdot R'''} = N$.

826 Esta equacion comparada con la que hemos sacado para el paralelismo al ege de los rayos emergentes, dá el valor de los intervalos $A'A'' = R + R'' - \frac{R \cdot R''}{N \cdot R''}$, y $A''A''' = R'' + R''' - \frac{N \cdot R'' \cdot R'''}{R}$, y la distancia del lugar del ojo á la última lente $A'''B'''$ ó $A'''q'$ que, segun hallamos antes, es igual á $\frac{A'''q \cdot R'''}{A'''q + R'''}$, vendrá á ser, despues de las substituciones correspondientes, $= \frac{R}{N} - \frac{R \cdot R''}{N \cdot R''} + R'''$.

827 Observaremos de camino que con tres lentes de focus dados R , R'' , R''' , y colocados en situacion dada, siempre se puede construir un anteojó que amplifique un número N de veces, solo con hacer los intervalos de las lentes $A'A'' = R + R'' - \frac{R \cdot R''}{N \cdot R''}$ y $A''A''' = R'' + R''' -$
 N .

Fig. $\frac{N.R'' \cdot R'''}{R}$, con tal que estos valores de los intervalos sean positivos, esto es, con tal que $\frac{1}{R''} + \frac{1}{R'''} \text{ sea mayor que } \frac{N}{R}$, y $\frac{1}{R} + \frac{1}{R''} \text{ mayor que } \frac{1}{N.R''}$.

Resolvamos ahora la cuestion en que estriba la determinacion de los focus y de las situaciones de los oculares del antejo antecedente, y tambien de un antejo qualquiera, introduciendo en las espresiones que salieren, la distancia focal del obgetivo que pertenece á dicho antejo en lugar de la distancia del obgetivo del antejo de que se tratare.

828 Cuestion XI. *Determinar en un antejo compuesto de un obgetivo de dos vidrios, y de dos oculares, los focus que deben tener dichos oculares, y los intervalos que debe haber entre ellos y el obgetivo, para que se destruyan las aberraciones de los rayos que forman los manojos oblicuos, ocasionadas por las refracciones de los mismos oculares.*

487. Hemos probado (821) que si fuese $A''q = \frac{R'' \cdot A''A'''}{R'' + R''' - A''A'''}$, la dispersion del rayo $QB''B'''q'$ quedará enteramente corregida, despues de su paso por las dos lentes $A''B''$, $A'''B'''$, y que los rayos de toda especie saldrán paralelos de la última lente. Si suponemos que el punto A' es el centro del obgetivo, y que el rayo $AB''B'''q'$ es el ege de un manajo obliquo que atraviesa los oculares $A''B''$, $A'''B'''$, la cuestion que allí resolvimos no discrepará de la presente, cuya resolucion estará cifrada por lo mismo en la misma equacion $A''q = \frac{R'' \cdot A''A'''}{R'' + R''' - A''A'''}$. Pero hemos hallado (826) que $A''A''' = R'' + R''' - \frac{N.R'' \cdot R'''}{R}$, ó R''

+

+ $R''' - A''A''' = \frac{N.R'' \cdot R'''}{R}$; luego substituyendo este valor, sale $A''q = \frac{R.R''}{N.R''} + \frac{R}{N} - R''$; añadiendo $A'A'' = R + R'' - \frac{R.R''}{N.R''}$, sale $A'q = \frac{N+1}{N} \times R$. Por medio de esta equacion se determinan del modo siguiente las cantidades cuya determinacion nos hemos propuesto.

Llamemos D la distancia de la lente intermedia $A''B''$ al focus del obgetivo, la qual se debe tomar ácia el obgetivo. Entonces el intervalo $A'A'' = R - D$, y el intervalo $A''q = \frac{R}{N} + D$. Y porque A' y q son focus correspondientes de la lente $A''B''$, su distancia focal R'' será $= \frac{A'A'' \cdot A''q}{A'q} = \frac{(R-D)(R+N \cdot D)}{(N+1)R}$. Si igualamos los dos valores de $A'A''$, esto es $R - D$ y $R + R'' - \frac{R.R''}{N.R''}$, sacaremos $R''' = \frac{R.R''}{N(R''+D)}$.

Substituyendo estos valores de R'' y R''' en el valor de $A''A''' = R'' + R''' - \frac{N.R'' \cdot R'''}{R}$, sacaremos $A''A''' = R'''(1 + \frac{N.D}{R})$; y egecutando igual substitution en el valor de $A''q' = \frac{R}{N} - \frac{R.R''}{N.R''} + R'''$, sacaremos $A''q' = \frac{(N+1)D.R''}{R+N.D}$.

Con suponer $D = \frac{t.R}{N}$, las espresiones antecedentes se simplifican. Hallamos $R'' = \frac{(N-t)(t+1)}{N+1} \times \frac{R}{N}$, y $R''' = \frac{(N-t)(t+1)}{N(2t+1)-t^2} \times \frac{R}{N}$; $A''A''' = \frac{(N-t)(t+1)^2}{(2t+1)N-t^2} \times \frac{R}{N}$ y $A''q' = \frac{t(N-t)(N+1)}{N[(2t+1)N-t^2]} \times \frac{R}{N}$.

829 En lo demostrado (819 y 821) que es el fundamento de la resolucion que acabamos de dar, supusimos que el rayo ó el ege $A'B''B'''q'$ del manójo atraviesa casi perpendicularmente las lentes $A''B''$, $A'''B'''$. Este supuesto es sensiblemente verdadero, sea la que fuere la figura de las lentes en los manojos inmediatos á aquel que

Fig. sale del punto del objeto puesto en el ege. Pero en los ma-
 nojos mas oblicuos, no se puede admitir este supuesto, si
 no se les dán á las lentes figuras correspondientes. Estas fi-
 guras son de todo punto las mismas que se hallan, por
 lo dicho (8 o 3), respecto de las lentes que ocasio-
 nan las aberraciones mas cortas en posiciones dadas de los
 focus correspondientes. Porque se puede demostrar que la
 aberracion es la mas corta quando el rayo incidente y el
 rayo emergente están igualmente inclinados á las caras de
 la lente, y en este caso el rayo pasa tan perpendicular-
 mente como es posible. Si llamamos, pues, b el radio de la
 superficie anterior de la lente $A''B''$, y c el radio de la su-
 perficie posterior, deberá ser $\frac{1}{b} = \frac{q}{A''q} + \frac{p}{A'A'}$, y $\frac{1}{c} =$
 $\frac{p}{A''q} + \frac{q}{A'A'}$, ó, despues de substituidos los valores $(t+1)\frac{R}{N}$,
 $(N-t)\frac{R}{N}$ de $A''q$ y de $A'A'$, $\frac{1}{b} = \left(\frac{q}{t+1} + \frac{p}{N-t}\right)\frac{N}{R}$, y
 $\frac{1}{c} = \left(\frac{p}{t+1} + \frac{q}{N-t}\right)\frac{N}{R}$.

830. Del mismo modo, si llamamos b' el radio de la
 superficie anterior de la lente $A'''B'''$, y c' el radio de la
 superficie posterior, habrá de ser $\frac{1}{b'} = \frac{q}{A'''q'} - \frac{p}{A''q}$, y $\frac{1}{c'} =$
 $\frac{p}{A'''q'} - \frac{q}{A''q}$, ó, despues de substituidos en lugar de
 $A'''q'$ y $A''q$ sus valores $\frac{t(N-t)(N+1)}{N((2t+1)N-tt)} \times \frac{R}{N}$, $\frac{t(t+1)(N+1)}{(2t+1)N-tt} \times \frac{R}{N}$,
 $\frac{1}{b'} = \left(\frac{Nq}{N-t} - \frac{p}{t+1}\right) \frac{(2t+1)N-tt}{t(N+1)} \times \frac{N}{R}$, y $\frac{1}{c'} = \left(\frac{Np}{N-t} - \frac{q}{t+1}\right)$
 $\frac{A'''q'}{q - \frac{N-t}{t+1} \times \frac{p}{N}}$, y $c' =$
 $\frac{A'''q'}{p - \frac{N-t}{t+1} \times \frac{q}{N}}$, siendo $q = \frac{2+m}{2(1-m)(1+2m)}$, y $p = \frac{4m^2+m-2}{2(1-m)(1+2m)}$.

Vea-

Fig.

831 Veamos por fin qual será el campo del anteojo. Concibamos que $A'''B'''$ sea la mitad del ancho del ocular mas inmediato al ojo, el ángulo $A'''q'B'''$ será la mitad del ángulo en que se vé el espacio que se puede descubrir con el anteojo, estando el ojo en el sitio q' que debe ocupar, y suponiendo que la lente intermedia $A''B''$ tenga suficiente abertura. La tangente de dicho ángulo, siendo el radio $= 1$, es $\frac{A''B''}{A''q'}$, y el radio del campo del anteojo es al referido ángulo $A'''q'B'''$ como 1 es á N . Pero se suele hacer el ancho máximo que se le puede dar á una lente, igual al radio de la superficie mas curva; pero la superficie de mayor curvatura en la lente $A'''B'''$ es su superficie anterior cuyo radio b' acabamos de determinar; luego tendremos

$$\frac{A''B''}{A''q'} = \frac{\frac{1}{2}}{q - \frac{N-t}{t+1} \times \frac{p}{N}}, \text{ por manera que el diámetro}$$

del campo del anteojo es al ángulo cuya tangente es

$$\frac{\frac{1}{2}}{q - \frac{N-t}{t+1} \times \frac{p}{N}}, \text{ como 2 es á } N, \text{ y este es el campo máximo que admite la figura de los oculares, que hemos determinado en los dos números antecedentes.}$$

832 Sin embargo de que estas figuras son de una necesidad absoluta para que el instrumento represente los objetos con toda la distincion posible, es de creer que nos podemos apartar algun tanto de estas reglas, sin mucho menoscabo en la distincion, quando las demás circunstancias lo requieren. Así, si se quiere un campo mayor de lo que le dá la regla precedente, se le podrá dár á la lente

Mm 2.

 A'''

Fig. $A''B'''$ la figura que mejor acomode para este fin, conservando siempre la distancia focal. Por lo demás es muy difícil decir quanto nos podemos apartar, sin menoscabo notable de la distincion, de lo que prescribe la teórica; prácticamente se determinará bastante bien.

833 Hemos supuesto (819 y 821) que las lentes son muy delgadas, y por consiguiente muy cortas las refracciones que los rayos padecen. Pero acerca de esta hipótesi es de notar que las conclusiones que de ella se han sacado, y sirven de fundamento para lo dicho (828), se apartan tanto mas de la verdad, quando se las aplica á los oculares $A''B''$, $A'''B'''$, quanto mayores son los ángulos de inflexion del rayo $A'B''B'''q'$ en los puntos B'' y B''' . Es menester, pues, huir de que ninguno de dichos ángulos sea demasiado grande, y el medio mas seguro para precaver este inconveniente consiste en hacerlos iguales; porque en siendo desiguales, con la magnitud del uno se pierde mas por parte de la distincion de lo que se aventaja con la pequeñez del otro. Prolongando, pues, $A'B''$ y $q'B'''$ hasta que se encuentren en C , y suponiendo los ángulos $CB''B'''$, $CB'''B''$ iguales; como la figura $A'B''CB'''q'$ llega á ser de un ancho infinitamente pequeño, $q'q$ llega á ser igual á $q'B'''$, ó á $q'A'''$. Pero restando el valor de $A'''q'$ (828) del de $A'''q$ (830), para sacar $q'q$, sale en general $q'q : A'''q' :: t(N+1) : N - t$. Así, haciendo $t(N+1) = N - t$, tendremos $t = \frac{N}{N+2}$; de donde resulta que la distancia de la lente intermedia $A''B''$ al focus del objetivo,

vo, que hemos supuesto (888) $= \frac{tR}{N}$, puede tomarse $= \frac{R}{N+2}$, ó sin error substancial, $= \frac{R}{N}$, con tal que N sea un número bastante grande, conforme lo es regularmente.

834 Por lo demás, esta determinación del número t , y por consiguiente de los lugares del ocular, no parece que sea tan absolutamente necesaria que no nos podamos desviar de ella algun tanto sin incurrir en un grande inconveniente, por comprenderse tanto esta como la de las formas de las lentes (829 y 830) en el caso del *máximo*, ó del *mínimo*, en cuyo caso, aunque nos desviemos algun tanto de la regla, el efecto viene á ser sensiblemente el mismo.

835 Si en las espresiones halladas (828, 829, 830 y 831) para las distancias focales, las formas, los sitios, y el efecto de los oculares, se substituye en lugar de t su valor $\frac{N}{N+2}$, sacaremos las espresiones siguientes, en las cuales debemos tener presente, que R es la distancia focal del obgetivo simple, ó compuesto, y N el número de veces que los obgetos son amplificados. A estos valores hemos añadido los valores aproximados de las mismas cantidades, haciendo N bastante grande.

Distancia de la lente interme-

dia $A''B''$ al focus del ob-

Valores aproximados.

getivo $= \frac{R}{N+2}$ ó $\frac{R}{N}$

Distancia focal de esta len-

te. $= \frac{2(N+1)R}{(N+2)^2}$ ó $\frac{2R}{N}$

Tom. VI.

Mm 3

Ra-

Fig. Radio de la superficie anterior

Valores aproximados.

$$\text{de la misma lente.} \dots = \frac{2(N+1)R}{(N+2)(Nq+2p)} \quad \text{ó} \quad \frac{2R}{Nq}$$

Radio de la superficie poste-

$$\text{rior} \dots \dots \dots = \frac{2(N+1)R}{(N+2)(Np+2q)} \quad \text{ó} \quad \frac{2R}{Np}$$

Distancia focal de la lente

 $A'''B'''$ la mas inmediata al

$$\text{ojo} \dots \dots \dots = \frac{2(N+1)R}{N(3N+4)} \quad \text{ó} \quad \frac{2R}{3N}$$

Radio de la superficie ante-

$$\text{rior de esta lente} \dots \dots = \frac{2(N+1)R}{N(3N+4)(2q-p)} \quad \text{ó} \quad \frac{2R}{3N(2q-p)}$$

Radio de la superficie poste-

$$\text{rior} \dots \dots \dots = \frac{2(N+1)R}{N(3N+4)(2p-q)} \quad \text{ó} \quad \frac{2R}{3N(2p-q)}$$

El intervalo entre las lentes

$$A''B'', A'''B''' \dots \dots = \frac{4(N+1)^2 R}{N(N+2)(3N+4)} \quad \text{ó} \quad \frac{4R}{3N}$$

Distancia $A'''q'$ del ojo á la

$$\text{lente mas inmediata.} \dots = \frac{(N+1)R}{N(3N+4)} \quad \text{ó} \quad \frac{R}{3N}$$

Diámetro del campo del an-

$$\text{tejo.} \dots \dots \dots = \frac{2}{N} \times \text{Ang. tang.} \frac{1}{2q-p}$$

836 Es del caso prevenir que no se conseguirá dár al obgetivo y á los oculares de un antejo las formas necesarias para destruir las aberraciones, si no se hubiesen determinado primero con exactitud las fuerzas refringentes de las materias que se usen. Y así, aunque hemos dado para conseguirlo diversos métodos (281, 282 y sig.), tenemos por muy provechoso, antes de finalizar este asunto, dár á conocer tambien otro método que ha tenido buen éxito, y es el de los prismas combinados, del qual se sirvió Mr. Dollond, y debe su perfeccion á Mr. Clairaut, y á Mr. d'Alembert.

Por-



Porque bien se deja conocer quan provechosa es la multi- Fig.
plicidad de los métodos siempre que se hayan de determinar
con precision elementos tan delicados é importantes al mis-
mo tiempo , como lo son la razon de la refraccion media,
y la de la dispersion.

837 Este método , segun le usaba Mr.Dollond, con-
sistia en mirar por dos prismas arrimados uno á otro por
los lados, los obgetos iluminados, y en ir variando poco á
poco los ángulos de dichos prismas , hasta que los obgetos
se viesen por ellos con su color natural. En lugar de ser-
virse Mr.Clairaut de este prisma doble para mirar los ob-
getos iluminados , imaginó ponerle en la cámara oscura.
Considerando despues la imagen que dicho prisma daba al
romper un manojo de rayos solares, no se aseguró entera-
mente de que las diferentes refringibilidades de rayos colo-
reados se habian compensado mutuamente hasta que dicha
imagen era exactamente blanca. Como la mas leve alteracion
en los ángulos de los prismas es mucho mas reparable en el
color de la imagen del sol , que en los colores de los obgetos
iluminados , es evidente que este modo de usar los dos pris-
mas combinados merece mucha preferencia respecto del que
practicaba Mr. Dollond.

838 Tambien ha manifestado por otra parte la ven-
taja de este método, un descubrimiento importante que se le
debe, y es, que los prismas combinados no destruyen los iris
con tanta perfeccion como discurrió Mr. Dollond. Mr.Clai-
raut ha observado en el discurso de los esperimentos que

Fig. hizo, así para verificar las razones de refringencia y dispersion que Mr. Dollond habia dado, como para determinar las de las otras materias, que prismas combinados que no representaban los objetos faltos de colores, puestos en la cámara obscura, daban una imagen del sol en cuyos bordes se reparaba una leve tinta de color. Esto proviene, segun observa Mr. Clairaut, de que las dispersiones particulares de cada especie de rayos coloreados no son exactamente proporcionales á la dispersion total. Por fortuna, como lo que falta para que estas dispersiones particulares sean proporcionales á la dispersion total, es tanto menos quanto menores son los ángulos de los prismas, viene á ser insensible la diferencia en las lentes puestas de espaldas unas respecto de otras, ó en los objetivos compuestos, en los quales los ángulos que forman las superficies refringentes, son estremadamente pequeños.

839. Mr. Clairaut ha adelantado todavía mas este método de los prismas combinados, haciendo que se pueda usar con mucha mas facilidad que antes. Para poder determinar cómodamente los verdaderos ángulos que los prismas deben tener para destruir los efectos de la diferencia de refringibilidad, ha discurrido dár á una de las caras del uno de los prismas una forma exactamente cilíndrica. Con esto, entre una infinidad de ángulos, se puede escoger con facilidad el que se requiere para pintar una imagen blanca, haciendo que pase el rasgo de luz por uno ó otro punto de la superficie cilíndrica.

Finalmente, Mr. d'Alembert ha conseguido hacer mucho mas cómodo todavia el uso del método de los prismas combinados. Como despues de hecho el experimento, siempre se debe acudir á algunas fórmulas para determinar las fuerzas refringentes de las materias de los prismas, este gran Geómetra ha dado algunas tan generales que escusan aun el hacer variar los ángulos de dichos prismas; cuyos ángulos pueden ser tambien los que se quieran. Todo se reduce á inclinar mas ó menos el prisma combinado para suplir el defecto de variacion en el ángulo de uno de los que le componen. Estas fórmulas se sacan practicando lo siguiente.

840 Sean dos prismas ABC , DCE de tal modo dispuestos, que estando vuelto ácia abajo el ángulo refringente B del uno, esté ácia arriba el ángulo refringente C del otro. Supongamos que un rayo de luz FG , que dá en la cara AB del primero, se quebrante en dicho prisma en la direccion GK , y al salir en la direccion KL ; y que en el segundo prisma se rompa en la direccion LI , saliendo por fin en la direccion IN . Supongamos tambien las HGS , OKS , QLM , PIM perpendiculares á las caras de dichos prismas. Llamemos a, c, b respectivamente el ángulo refringente ABC , el ángulo BCD que las caras BC , DC de los dos prismas forman una con otra, y el ángulo refringente DCE . Sea el ángulo $FGH = k$, $KGS = g$, $LKO = b$, $ILM = q$, $PIN = r$. Es evidente que el ángulo $GKS = a - g$; porque si se tira GT perpendicular á BC , será sin duda al-

Fig. gona $GKS = KGT = SGT = SGK = GBK = SGK = a - g$; asimismo sale $QLK = b - c$, y $LIM = b - q$. Finalmente sean P y P' las razones de refraccion al pasar desde el ayre al prisma ABC , y al prisma DCE .

841 Es evidente que será $\text{sen } g = \frac{1}{P} \text{sen } k$, $\text{sen } b = P \text{sen } (a - g)$, $\text{sen } q = \frac{1}{P'} \text{sen } (b - c)$, y $\text{sen } r = P' \text{sen } (b - q)$, cuyas fórmulas se verificarian tambien aun quando los dos prismas no se tocasen en C , con tal que sus caras BC , CD prolongadas formasen un ángulo igual á c .

842 Quando las caras BC , CD de los dos prismas se tocan, el ángulo c es $= 0$; y como el rayo pasa inmediatamente desde el primer prisma al segundo, sin entrar mas en el ayre, es evidente que puede omitirse enteramente $\text{sen } b$; y en este caso $\text{sen } g = \frac{1}{P} \text{sen } k$, $\text{sen } q = \frac{P}{P'} \text{sen } (a - g)$, y $\text{sen } r = P' \text{sen } (b - q)$.

843 Hemos de observar, antes de pasar adelante, que la refraccion total en estos dos prismas, quiero decir, el ángulo de los rayos FG , IN , es $= k - a + c - r + b$, ó $r - b - c + a - k$, conforme estuviere el rayo emergente IN menos ó mas inclinado al orizonte, que el rayo incidente FG . Porque en el primer prisma el ángulo KVR de los dos rayos FG , KL , $= VGK + VKG = FGH = KGS + LKO = GKS = k - g + b - a + g = k + b - a$; del mismo modo se saca que el ángulo de los rayos KL , IN , $= b - c + r - b$. Restando este último ángulo del primero, ó el primero del último, conforme IN estuviere mas ó menos inclinado al orizonte que el

ra-

rayo FG , se sacará que el ángulo que forman los rayos $Fig.$
 IN, FG , es $= k - a + c - r + b$, ó $r - b - c + a - k$; y como hemos supuesto últimamente $c = 0$, dicho
 ángulo será $k - a + b - r$, ó $r - b + a - k$.

844 Vamos á ver como se determinan las fuerzas re-
 fringentes de dichos prismas, quando los rayos salen blan-
 cos de ellos. Notemos primero, que llamando s el ángulo
 de los rayos IN, FG , es $r = k \mp s - a + b$; luego
 $\text{sen}(k \mp s - a + b) = P' \text{sen}(b - q)$; y por consiguient-
 e $P' = \frac{\text{sen}(k \mp s - a + b)}{\text{sen}(b - q)}$; luego $\text{sen } q = \frac{P \text{sen}(b - q) \text{sen}(a - g)}{\text{sen}(k \mp s - a + b)}$;
 luego $\frac{\text{sen}(k \mp s - a + b) \text{sen } q}{P \text{sen}(a - g)} = \text{sen}(b - q) = \text{sen } b \cos q -$
 $\text{sen } q \cos b$; luego $\frac{\text{sen}(k \mp s - a + b)}{P \text{sen}(a - g)} \times \frac{\text{sen } q}{\cos q} + \cos b \times \frac{\text{sen } q}{\cos q} =$
 $\text{sen } b$, que dá $\text{tang } q = \frac{P \text{sen } b \text{sen}(a - g)}{\text{sen}(k \mp s - a + b) - P \cos b \text{sen}(a - g)}$.

845 Con facilidad podemos venir en conocimiento
 de todas las cantidades que componen el segundo miembro
 de esta equacion. Desde luego P se determina conforme di-
 gimos (281, 282 y sig.); los ángulos a y b de los dos
 prismas se miden facilísimamente, por lo dicho (280);
 el ángulo k es el complemento de AGF que es igual á la
 diferencia entre el ángulo que forma la cara AB con el orí-
 zonte, y la altura del sol. Pero Mr. d'Alembert dá un méto-
 do sumamente sencillo para conocer el ángulo que AB for-
 ma con el orizonte. Consiste su método en arrimar á dicho 491.
 lado AB , despues de asegurado el prisma, el lado DO de un
 quadrante de círculo, hasta que este lado cayga exacra-
 mente sobre el lado AB ; el ángulo que forman AB y el
 plomo DF es el complemento del ángulo que forman el la-
 do

Fig. do AB , y el horizonte. Finalmente se conocerá el ángulo s , midiendo el ángulo que los rayos blancos emergentes IN forman con el horizonte, y restando de este ángulo la altura del sol, de donde resultará el ángulo s con el signo que le conviene; esto es, con el signo $-$ ó el signo $+$; por lo que mira al ángulo g , se sacará por medio de esta equacion $\text{sen } g = \frac{1}{P} \text{sen } k$. Con esto tenemos todo lo que es menester para conocer q , y por consiguiente P' .

846 Ahora nos falta hallar la razon de las dipersiones en las materias de los dos prismas. Para este fin, observemos que saliendo blanca la luz, la diferencia de $\text{sen } r$ debe ser igual á cero, esto es, que $d(P' \text{sen}(b - q)) = 0$, ó $dP' = \frac{P' \cdot dq \cdot \cos(b - q)}{\text{sen}(b - q)}$. Además de esto, la equacion $\text{sen } q = \frac{P}{P'} \text{sen}(a - g)$ dá $dq = \frac{dP}{P'} \times \frac{\text{sen}(a - g)}{\cos q} - \frac{PdP'}{P'P'} \times \frac{\text{sen}(a - g)}{\cos q} - \frac{dg \cos(a - g)}{\cos q} \times \frac{P}{P'}$, y la equacion $\text{sen } g = \frac{1}{P} \text{sen } k$ dá $dg = -\frac{dP \text{sen } k}{PP' \cos g}$. Substituyendo este valor de dg en el de dq , y este en la equacion $dP' = \frac{P' \cdot dq \cdot \cos(b - q)}{\text{sen}(b - q)}$, saldrá $dP' = \frac{\cos(b - q)}{\text{sen}(b - q)} \times \left(dP \times \frac{\text{sen}(a - g)}{\cos q} - \frac{PdP'}{P'} \times \frac{\text{sen}(a - g)}{\cos q} + \frac{dP}{P} \times \frac{\text{sen } k \cdot \cos(a - g)}{\cos g \cos q} \right)$, de donde se sacará por fin $\frac{dP'}{dP} = \frac{\frac{\text{sen}(a - g)}{\cos q} + \frac{\text{sen } k}{P} \times \frac{\cos(a - g)}{\cos g \cos q}}{\text{tang}(b - q) + \frac{P}{P'} \times \frac{\text{sen}(a - g)}{\cos q}}$.

847 Si los ángulos de los prismas fuesen bastante pequeños, y los rayos incidente y emergente formasen ángulos de un número muy corto de grados con los catetos de incidencia y emergencia, tendremos $\text{sen } k = k$, $\text{sen } a - g = a - g$, $\cos g = 1$, $\cos a - g = 1$, $\cos q = 1$, y las

las fórmulas dadas (842) se convertirán en $g = \frac{k}{P}$, Fig.

$q = \frac{P}{I}(a - g)$, y $\text{tang}(b - q)$ será $= b - q$. En este caso la equacion precedente se reducirá á $\frac{dP'}{dP} = \frac{a}{b}$. Esta equacion simplicísima nos enseña que solo con conocer la razon de los ángulos que deben tener dos prismas de materias diferentes, para no privar de color á los obgetos, se puede conocer, con tal que dichos ángulos sean pequeños, la razon de las dispersiones que se verifican en las dos materias.

848 Mr. d'Alembert observa que se puede aun determinar P' , bien que no $\frac{dP'}{dP}$, por medio de otro experimento que consiste en mirar un obgeto F por dos prismas combinados, y buscar qual es la situacion de este doble prisma, en que se vé el obgeto á la misma altura que con la vista sola; porque como en este caso son paralelos los rayos emergentes IN á los incidentes FG , $r = k - a + b$, y se halla, egecutando lo de antes (844), $P' = \frac{\text{sen}(k - a + b)}{\text{sen}(a - g)}$, y $\text{tang } q = \frac{P \text{ sen } b \cdot \text{sen}(a - g)}{\text{sen}(k - a + b) + P' \cos b \cdot \text{sen}(a - g)}$. Todo está en medir el ángulo FGA para conocer su complemento k , y esto se conseguirá por lo dicho (845).

Fig.

ELEMENTOS DE ÓPTICA PRÁCTICA.

DEL MODO DE FORMAR Y PULIR LOS VIDRIOS.

Del modo de formar y pulir los platillos.

849 **E**S mas facil hacer un obgetivo igualmente convexo por ambos lados, que un vidrio de otra figura qualquiera, porque el mismo platillo sirve para ambas superficies; y un vidrio de esta forma dará en su focus una imagen tan perfecta como otro qualquiera; porque la aberracion causada por la esfericidad de las superficies es siempre muy corta, sea la que fuere la razon entre sus radios, en los anteojos largos, en comparacion de la aberracion ocasionada por la diferente refringibilidad de los rayos (314); y esta segunda aberracion es siempre una misma, sean las superficies iguales ó desiguales, suponiendo que la abertura y la distancia focal sean unas mismas (680). Pero el que se propusiere hacer un vidrio convexo por ambos lados de un focus dado, hallará el radio de su convexidad, haciendo como 11 es á 12, asi la distancia focal es al radio que se busca, con suponer que la razon de refraccion al pasar del ayre al vidrio sea igual á la de 17 á 11, conforme determinó Newton. Una vez dada la distancia focal del vidrio, es tambien dada su abertura por la tabla (625); y como en sus bordes no sale tan bien la figura como en lo demás, se ha de hacer de un diámetro media pulgada mayor al

al poco mas ó menos , que la abertura que ha de llevar , y Fig.
aun de tres quartos de pulgada ó de una pulgada entera , si
fuese de un focus entre 50 y 200 pies.

850 Huyghens encarga en general que se le dé al
platillo cóncavo , en el qual se ha de formar un obgetivo,
tres veces el diámetro del vidrio ; pero parece mas ventajoso
no darle mas que dos veces el diámetro del vidrio,
quando mas , porque de este modo se conserva mejor la regularidad
de la curvatura. Verdad es que el mismo Huyghens dice tambien ,
que en un platillo de 15 pulgadas de diámetro hizo un vidrio de
200 pies de focus y de 8 pulgadas $\frac{3}{4}$ de diámetro ; pero por lo
que toca á los oculares y demás vidrios de esferas menores , los
platillos han de ser mayores á proporcion del diámetro de los
vidrios , á fin de que al tiempo de pulir , el movimiento de la mano
no padezca estorvo ninguno. Huyghens hacia sus platillos de
cobre ó alaton derretido ; y para que no se venciesen los hacia
muy gruesos. Sin embargo halló por esperiencia que un platillo
de 14 pulgadas de diámetro , y media pulgada de grueso , era
bastante fuerte para formar en él vidrios de 36 pies de diámetro
de esfericidad , afianzándole firmemente en una piedra cilíndrica
de una pulgada de grueso con un betun hecho con pez y cenizas.

Aunque no hay duda alguna en que el cobre , el estaño ,
el hierro tambien pueden servir para hacer platillos ; es igualmente
cierto que la materia mas á propósito sería el vidrio , á no ser
que pierde su forma con mucha facilidad.

Pa-

Fig. 85.1 Para hacer moldes en que amoldar los platillos de una curvatura mediana, dice Huyghens, que se han de hacer en el torno modelos de madera, que tengan la curvatura que se le quiere dar al platillo, pero han de ser algo mas gruesos y anchos. Por lo que mira á los que son segmentos de esferas de un diámetro de mas de 2 o ó 3 o pies; dice que basta valerse de un modelo que se hace plano torneándole, y del ancho y grueso que se requiere. Despues de fundidos los platillos, es preciso tornearlos exactamente dándoles la curvatura que han de tener., para cuyo fin se han de hacer dos calibres de alaton del modo siguiente.

85.2 Tómense dos chapas de cobre iguales, muy batidas y lisas, cuya longitud sea algo mayor que la del platillo vaciado, el grueso de una décima ó duodécima de pulgada, y el ancho de dos ó tres pulgadas. Trácese con un compas de varillas en cada una de ellas un arco de la misma curvatura que la que se le quiere dar al platillo, y cortese despues con una lima, siguiendo con mucha exactitud los arcos trazados, en la una un arco convexo, y en la otra un arco cóncavo; y para que estos calibres tengan toda su perfeccion, es menester, despues de asegurado el uno, frotarlos uno con otro con esmeril. Con esto se lograrán dos calibres, por medio de los cuales se les dará á los platillos la curvatura que han de tener.

85.3 Tambien se pueden hacer muy buenos calibres de vidrio. Tómese una hoja de vidrio delgada, la mas llana que se pueda encontrar, y con un compas de puntas de

de diamante , trácese en ella un arco igual á la curvatura Fig. que se le quiere dar al obgetivo ; saldrán dos calibres , el uno convexo y el otro cóncavo , á los quales se les dará toda la perfeccion que se puede desear , frotándolos uno contra otro con esmeril fino y agua.

854 Pero si el radio de la esfera fuese muy grande, los calibres se harán del modo siguiente. Imagínese que la linea *AE* tirada sobre la hoja de cobre, sea la tangente del arco que se busca *AFB*, cuyo radio es, por egemplo, de 36 pies. Dividasela, empezando desde el punto *A*, en partes *AE*, *EE* &c. de una pulgada cada una, y prosígase la division un poco mas allá de la mitad del ancho del platillo; hágase despues esta proporcion: 72 pies ó 864 pulgadas son á una pulgada, como una pulgada es á un quarto número que será el número de decimales de pulgada, que ha de tener la primera linea *EF* tirada en el primer punto de division *E* perpendicularmente á *AE*. Multiplíquese este quarto número succesivamente por 4, 9, 16, 25 &c. quadrados de 2, 3, 4, 5 &c. y los diferentes números que salieren formarán el número de partes que habrán de tener la segunda, tercera, quarta ó quinta lineas *EF* tiradas por los demás puntos de division, perpendicularmente á *AE* como la primera. Pero por ser estos números muy pequeños para poderlos tomar con un compas en una escala, réstese cada uno de ellos de una pulgada representada por la linea *EG*; las restas, tomándolas en una pulgada dividida en decimales, y llevándolas de *G* á

Fig. *F*, con el compás, determinarán los puntos *F*, *F* &c. del arco que se busca. Haciendo lo mismo al otro lado de la línea *AD*, se formará el calibre con la lima, siguiendo la dirección de los puntos de división, y se le pulirá con esmeril, como antes.

493. 855 La figura 493 representa las principales partes del torno (mirándole desde un punto que esté directamente encima de él), por medio del qual se le dá á la superficie cóncava de los platillos una esfericidad exacta. *ab* representa una plancha fuerte de cobre de media pulgada de grueso. En el centro de ésta plancha está fijada perpendicularmente una clavija fuerte de hierro, hecha á manera de tornillo, la qual entra en una tuerca hecha en el extremo *c* del árbol del torno figurado en *cd*. Dicha plancha con su clavija la representa separadamente la figura 494. Ha de estar muy bien soldada detrás del platillo *ef*, cuyo medio ha de ser plano para este fin, y á mas de esto exactamente paralelo á la circunferencia de su superficie opuesta, á fin de que en el movimiento que el torno comunica el platillo, dicha circunferencia esté en un plano perpendicular al eje del torno. El árbol del torno *cd* dá vueltas sobre un punto *d* en el pilar del torno, y en una argolla de hierro *st*, como se acostumbra.

gbik representa una tabla clavada á la otra columna; se asegura sobre esta tabla, con tornillos de cabeza perdida, el calibre cóncavo *gb*, de modo que su arco cóncavo sea paralelo á la concavidad del platillo *ef*. Representa

ta *lmno* otra tabla como la primera , en la qual está asegurado el calibre convexo *lm* ; se coloca despues esta tabla sobre la primera , de modo que el calibre convexo ajuste exactamente con el calibre cóncavo. El buril *pq* se asegura en dicha tabla por medio de un tornillo *r* , cuya cabeza es bastante gorda para poderle dar vueltas con la mano. Para conocer si el calibre cóncavo es exactamente paralelo á la concavidad del platillo *ef* asegurado con un tornillo al arbol del torno , hágase que la punta *p* del buril *pq* dé en el platillo *ef* cerca de su circunferencia ; fijando entonces el buril *pq* por medio del tornillo *r* , désele al platillo *ef* una media vuelta ; y haciendo que se mueva la tabla superior hasta que la punta *p* del buril se encuentre sobre la misma señal en el platillo *ef* ; si le toca cabalmente , como antes , quando los calibres coincidían , todo estará bien ; si no , se habrá de variar algo la posicion del pilar del torno , dándole con un martillo. Es del caso que la plancha superior *lmno* coja mas que los dos calibres ; y para que sus superficies se mantengan paralelas á las de la tabla inferior , es menester juntarla en su superficie inferior ácia la parte opuesta *no* , con una plancha de cobre del mismo grueso que los calibres. Se ha de procurar que los agujeros que se hacen en los calibres para asegurarlos en las tablas con tornillos , no estén muy inmediatos á los arcos que están bruñidos , á fin de que no llegue el cobre á ceder , de lo qual se seguiría una alteracion en la figura de dichos arcos. Se ha de procurar tambien darle toda la solidez posi-

Fig.

Fig. ble al platillo , y á todas las partes del torno , á fin de que no haya ningun temblor que haga obrar el buril en el platillo con desigualdad y á brincos. Quando el platillo está bien curvo , se le ha de quitar la plancha que tiene por detrás derritiendo la soldadura.

856 Los artífices que labran los platillos al torno , hacen uso del torno con rueda , y le dan al platillo la curvatura que ha de tener , mirando si el calibre toca igualmente en todas partes. Para dár á los platillos todo el grado de perfeccion que desean , frotan el platillo convexo dentro del platillo cóncavo ; y quando no tienen dos , funden en el platillo que quieren perficionar , una composicion de plomo y estaño , y algunas veces plomo , ó estaño no mas. Este nuevo platillo sirve para dar con esmeril á su platillo toda la perfeccion posible. Ahuman el platillo con negro de humo , porque el plomo ó estaño no se le pegue.

857 Despues de formados los platillos al torno , se frotarán uno contra otro con esmeril , esto es , el cóncavo dentro del convexo de la misma esfera. Por lo que mira á los platillos de esferas muy grandes , es mejor hacerlos primero planos , y ahuecarlos despues con una piedra redondeada y esmeril segun la curvatura que se quisiere. La piedra de que se hiciere uso al principio de la maniobra , no ha de tener de ancho mas que la mitad del ancho del platillo , y despues se hará uso de otra que venga á tener , con muy corta diferencia , el mismo ancho que el platillo ; y para no desperdiciar el esmeril , se encolará una tira de

pa-

pápel al rededor del platillo. Se ha de poner sumo cuidado en que todo esté muy sólido y seguro. Quando se quiere pulir el platillo , se le ha de asegurar con betun ; donde no , se vencerá.

858 Para pulir los platillos se unta con jabon el platillo cóncavo ; despues se toma la última piedra redonda de que se habló poco ha , que es algo menor que el platillo , ó si no , el platillo convexo ; se la pone á calentar , y se le echa despues encima un betun derretido hecho con pez y cenizas cernidas con un cedazo muy fino ; se coloca la piedra y el betun que se le ha pegado , sobre el platillo cóncavo , dentro del qual se echa primero bastante cantidad del mismo betun , ajustando primero á su circunferencia tres piececitas de cobre de igual grueso , á fin de echar por medio de una presion igual el betun , de modo que sea de igual grueso en todas partes. En estando todo frio , se separa del platillo dando vueltas , la piedra y el betun que tomó exactamente su curvatura , se echa una capa de esmeril fino sobre dicho betun , y con una espátula plana de hierro de un tercio de pulgada de grueso , al poco mas ó menos , puesta un poco á calentar , se aprieta ligeramente el esmeril , para que se introduzca en el betun ; despues se calienta un poco la piedra ó el platillo convexo con el betun y esmeril , y se vuelve á poner encima del platillo cóncavo , á fin de que la capa de esmeril tome exactamente la figura del espresado platillo ; en enfriándose todo , se quita la piedra y el betun , y por medio de la capa de esmeril pegada al be-

Fig. tun, se bruñe en seco el platillo, apretando muchísimo sobre su superficie. Y para que sea mayor la presión, se pone encima de la piedra el uno de los extremos de una pértica, cuyo otro extremo está asegurado en el techo, tomándola bastante larga para que esté algo torcida, con el fin de darle elasticidad; esto también se conseguirá poniendo entre su extremo y el techo un muelle de hierro, y se necesitan dos hombres para frotar con la piedra el platillo. Importa mucho prevenir que quando se quisiere usar de la pértica para esta maniobra, se deberá fijar muy exactamente en el medio el punto de presión, conforme lo declararemos mas por menor quando enseñaremos como se labran los vidrios.

859 No todos los que se empeñan en estas maniobras hacen el betun del modo que hemos dicho. Algunos le hacen con pez negra y cenizas de cepa de viña muy cerneadas; otros le hacen con pez resina y cera, ó con pez resina y albayalde; pesan primero la resina y la mezclan con una cantidad competente de ocre ó albayalde, lo echan despues todo sobre pez derretida, y lo revuelven mucho. Otros gastan un betun hecho con pez comun y cenizas ordinarias. Pero sea la que fuere esta mezcla, siempre es mas ó menos fuerte, conforme lleva mas ó menos cenizas ó polvos; en el caso actual donde se trata de pulir platillos, se ha de hacer lo mas fuerte que sea posible, echando quanta ceniza se pueda; porque si el betun no fuese bastante fuerte, el esmeril se separaria en virtud del calor

lor ocasionado por el rozamiento , y no serviría para Fig.
bruñir.

860 Para darle al platillo cóncavo la última perfección , y conservarle su verdadera curvatura , se tomarán piedras de amolar azules , como de una pulgada en quadro , semejantes á aquellas de que usan los gravadores para pulir sus obras ; se colocarán quantas se pudiere arrimándolas unas á otras lo mas que fuese posible , sobre la superficie del platillo que se quiere bruñir , pegándolas unas con otras con jabon ó almidon blanco ; despues se llenarán los intervalos que hubiere entre ellas con arena fina y seca hasta los dos tercios del grueso de dichas piedras ; pegando despues al rededor del platillo una faja de papel , para no desperdiciar la arena , se sacudirá un poco el platillo para que la arena se esparrame en todas partes con igualdad , y soplando con unos fuelles redúzcasela al mismo grueso. Echese despues un betun muy caliente y fuerte sobre todas las piedras ; limpiando despues la piedra ó el platillo convexo donde estaba antes la pez y el esmeril , colóquese despues de calentado sobre dicho betun , y se dejará enfriar todo ; estará hecho un pulidor con el qual se le podrá dar el último pulimento al platillo. Para que el rozamiento sea mayor , se podrá hacer uso de la pértica que propusimos antes. Para averiguar si el platillo está bastante bruñido , se le mirará oblicuamente á la luz ; si brilla igualmente en todas sus partes , será señal de que tiene toda la perfección que le corresponde. Si se hubiese de

Fig. hacer uso otra vez del pulidor, se le ha de guardar en un sótano muy frio, vueltas ácia arriba las piedras azules, á fin de precaver que se altere su figura con el calor que no dejaría de vencerle.

861 Hemos de prevenir que el método de labrar los platillos con esmeril mezclado con betun amoldado sobre el platillo mismo, y el método de pulirlos con piedras azules aseguradas en un betun fuerte, puede verosimilmente servir tambien para labrar y bruñir los espejos de metal. Pero yo creo que en este caso en lugar de servirse de la pértica de que hablamos antes, vale mas servirse de otra, de una longitud determinada é igual, con corta diferencia, al radio de la esfera que se le quiere dar al platillo, dándola dár vueltas al rededor de un punto inmediatamente encima del platillo.

Cómo se escogen los vidrios.

862 La mejor calidad de vidrio tiene generalmente el color amarillento, tira á colorado ó verde, mirando por él la luz del cielo, ó mirándole puesto sobre una hoja de papel blanco. Aunque el vidrio dege pasar mas copia de luz quando es perfectamente blanco, está por lo regular lleno de vetas, y suele humedecerse estando al ayre, por lo qual pierde su pulimento, al cabo de algun tiempo. Los pedazos de lunas de espejos suelen ser muy buenos. El vidrio con que se hacen los vasos para beber es tambien bueno: y algunos le han hallado siempre mejor des-
pues

pues de haber estado dos ó tres días en el horno.

Fig.

863 Para hallar las vetas que hay en el vidrio, se le mira muy oblicuamente en un cuarto muy cerrado enfrente de una luz debil. De este modo se reconocen los pedazos de espejos bruñidos. Pero como estos pedazos son pocas veces bastante gruesos para obgetivos, se han de tomar muchos pedazos de vidrio de la misma especie antes de bruñirlos, se les hará dar en todas sus partes el mismo grueso, y pulir un poco, para formar juicio de los que podrán servir. Suelen encontrarse en los vidrios vetas chicas sumamente sutiles, que no causan defectos sensibles. En algunas ocasiones sus imperfecciones no se pueden averiguar por el método ordinario; pero en estando el vidrio formado y pulido, se descubren por reflexion del modo siguiente. Póngase en pie encima de una mesa, en un quarto muy cerrado, el vidrio que se quiere reconocer, vuelta la superficie de la qual se tiene algun recelo al lado opuesto al lado donde está el que hace el reconocimiento; coja una bugía, y colóquela de modo que el medio de la luz ancha reflectida por la primera superficie, le dé en los ojos; apártese del vidrio hasta que los rayos reflectidos por la superficie posterior empiecen á formar una imagen trastornada de la bugía; entonces el vidrio entero parecerá iluminado, y se descubrirán sus defectos y las imperfecciones de su pulimento. Quando el vidrio es de un focus muy largo, se hace uso de un antejo de tres ó quatro pulgadas de largo, á fin de abultar los defectos, y hacerlos mas reparables.

Es

Fig. 864 Es de suma importancia que los vidrios con que se quieren hacer obgetivos sean sin pelos y sin nubes ; y tambien se ha de poner cuidado en que no sean gelatinosos. Un medio muy seguro para reconocer estos defectos consiste en poner el vidrio al sol , y hacer que la luz , despues de atravesarle , dé en un papel puesto cerca del vidrio. Los puntos ó ampollas de ayre solo perjudican á los obgetivos. Los pelos son el defecto principal del *flintglass* , y muy pocas veces se halla sin este defecto. Pero los pelos solo perjudican quando se observan las estrellas y los planetas, particularmente Júpiter ; porque hay quien asegura que no se echan de ver quando se mira la luna ó los obgetos terrestres. Los defectos de los vidrios son tanto mas reparables, quanto mas largo es su focus.

Hay otro medio muy facil para reconocer si es defectuoso un vidrio , con el qual se quiere hacer un obgetivo. Se le hace primero plano por ambas caras, despues se le pone encima de un obgetivo , y se mira la luna ó una bugía distante , de manera que el ojo esté en el focus del obgetivo ; entonces el vidrio se verá todo iluminado, y se advertirán sus mas mínimos defectos.

*De la preparacion de los vidrios antes de cortarlos
y pulirlos.*

865 Los pedazos de vidrio que, segun digimos (863) han de ser en todas partes de igual grueso, y se han de bruñir un poco , deberian ser mucho mas anchos que el ob-
ge-

getivo que se ha de fabricar , á fin de escoger con mas comodidad su mejor porcion. Para aplanar y alisar dichos pedazos de vidrio puede servir una chapa de hierro colado, que se halla en las tiendas de hierro , poniendola primero muy plana y lisa. Con un compas de puntas de diamante se trazará en la plancha de vidrio un círculo que represente la superficie del obgetivo, y otro círculo concéntrico cuyo radio sea una décima ó duodécima parte de pulgada mayor; trácense tambien al otro lado de la plancha de vidrio dos circunferencias iguales y directamente opuestas á las primeras ; y esto se egecuta facilmente por medio de un vidrio circular cuya descripcion daremos mas adelante. Toda la porcion del vidrio que está mas allá del círculo exterior, se quita con un hierro encendido , ó con un tornillo de cerrajero muy ancho abierto exactamente lo que coge el grueso del vidrio. Las desigualdades que quedaren se podrán quitar con una piedra de amolar , empezando por las mayores , y poniendo mucho cuidado en que no salten pedazos del vidrio. Despues se calentará el vidrio , y con betun se le pegará una moleta de madera , y en un platillo ordinario muy hondo para hacer oculares , redúzcase , frotando con arena blanca y agua , la circunferencia del vidrio exactamente á la del círculo interior trazado en cada una de sus caras.

866 Algunos artistas le dán al vidrio la forma circular del modo siguiente. Primero le redondean toscamente con unas tenazas de hierro, que no estén templadas en cajas des-

Fig. despues se le dá una forma perfectamente circular en el torno por medio de un cilindro de chapa, que tiene casi el mismo diámetro que el vidrio, con agua y greda, y se suaviza el borde con esmeril fino y agua metido en un cilindro de cobre, de plomo ó estaño.

867 Hecho lo propuesto (865) se harán muchos hoyos con un punzon en una plancha redonda de cobre, del mismo lado, pegándola por el lado que no lleva hoyos en medio del vidrio con betun hecho con dos partes de resina ó pez dura, y una parte de cera, plántese la punta de acero de la pérlica propuesta (858), que suponemos larga de catorce ó quince pies, en la cavidad de la plancha de cobre, que esté mas inmediata á la porcion mas gruesa del vidrio. Lábrese despues el vidrio por medio de la pérlica con arena y agua sobre una plancha redonda de hierro colado muy aplanada con arena y agua. Despues se reconocerá el grueso del vidrio en diferentes partes con un tornillo de mano, y se sabrá quando será el vidrio de un grueso igual en todas sus partes.

Acia el fin de esta operacion será muy del caso valerse de esmeril cernido, porque la arena muerde muy adentro; tambien será menester colocar la punta de acero de la pérlica exactamente sobre el centro de la superficie inferior del vidrio; porque de otro modo dicha superficie adquiriría una especie de forma cilíndrica ó convexa, en lugar de adquirirla plana, y esto tambien sucedería aun quando su superficie fuese exactamente plana antes de empezar á labrar

brar el vidrio ; esto es muy digno de reparo. Quando se Fig.
quisieren pulir vidrios convexos , será tambien indispensable colocar el punto de presion exactamente encima del centro de la superficie inferior del vidrio.

868. Para poner una de las pequeñas cavidades de la plancha de cobre exactamente encima de dicho centro , se hace uso de un vidrio circular hecho con un pedazo de luna de espejo despues de quitarle el azogue. Se trazan en una de las superficies de este pedazo con un compas de puntas de diamante , ocho ó diez círculos concéntricos , distantes uno de otro una quarta parte de pulgada , por manera que los mayores puedan ser de un diámetro algo mayor que el de la circunferencia del vidrio que se quiere pulir. Aplíquese este vidrio circular sobre la superficie del vidrio , procurando que su circunferencia sea exactamente paralela al círculo mas inmediato de dicho vidrio circular ; trastornados despues ambos vidrios , póngase el vidrio circular encima de una mesa ; y arrimando una ascua de lumbre á la plancha de cobre para ablandar el betun , y poder mover la plancha , plántese una de las puntas del compas en una de las pequeñas cavidades, y muévase la plancha de cobre hasta que con la otra punta se pueda trazar una circunferencia que coincida exactamente con una de las que están trazadas sobre el vidrio circular, y se habrá conseguido el intento. Es muy del caso pegar con almidon tres trapitos al vidrio circular ácia el centro , á fin de que el otro vidrio no resbale por él con sobrada facilidad, y no se arañen uno á otro.

Las

Fig. 869 Las cavidades hechas con el punzon en la plancha de cobre , y la punta de la pértica han de ser triangulares , para que no dé vueltas el vidrio , y este cuidado es todavía mas preciso quando se perfecciona su pulimento. Aquí conviene tambien asegurarse otra vez de que la circunferencia del vidrio es exactamente circular por ambos lados , y se puede comprobar con un compas ; si no lo fuere , se procurará que lo sea , cortándola en un platillo de los que sirven comunmente para hacer oculares ; esto contribuirá mucho para darle al vidrio una superficie esférica perfecta , quando llegare el caso de labrarle en su platillo. Porque si hubiese en la circunferencia alguna protuberancia , estorvará que las partes de su al rededor se desgasten lo que es menester , y echará á perder por lo mismo la figura esférica de la superficie.

Del modo de cortar los vidrios.

870 Aplanado y redondeado el vidrio , quítese la plancha de cobre que lleva muchos hoyos , y fíjese con un poco del mismo betun otra pieza redonda de cobre , ó mejor será de acero , mas pequeña , muy plana , del tamaño de un ochavo de los nuevos al poco mas ó menos , pero mas gruesa , en cuyo centro se hará primero , con una punta triangular de acero , un agujero como el de un cañon de pluma de ganso , y profundo como de una dozava parte de pulgada ; y en el fondo de este agujero un agujerito redondo algo mas profundo con un punzon de acero muy sutil.

ril. En este agujero triangular se ha de ajustar una puntita Fig. de acero larga de una pulgada con corta diferencia, que llegue hasta el fondo del agujerito; no ha de estar tan ajustada dicha puntita, que no la quede libertad para moverse un poco, tocando siempre y apretando con su extremo el fondo del agujerito. La punta triangular de acero ha de estar clavada al extremo de una pértica, en cuyo otro extremo ha de haber una punta de hierro larga de unas cinco ó seis pulgadas, para que pueda moverse con desahogo dentro de un agujero redondo hecho en un pedazo de cobre clavado al techo perpendicularmente sobre el centro del platillo que ha de estar asegurado sólidamente en una situación horizontal.

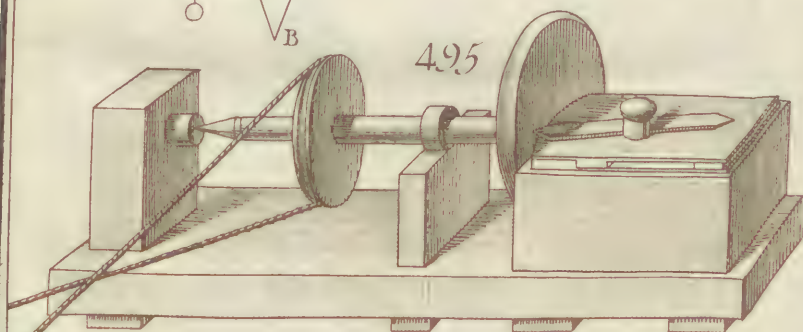
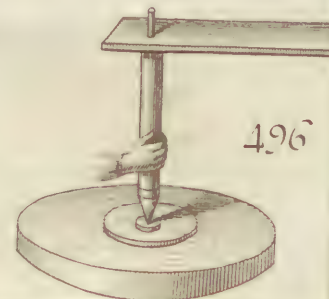
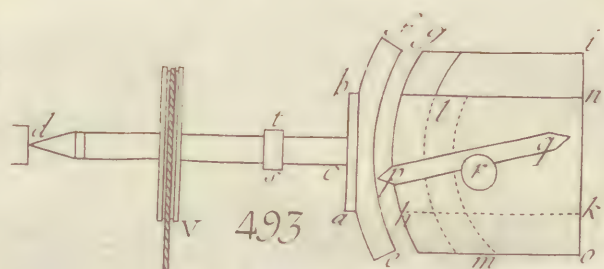
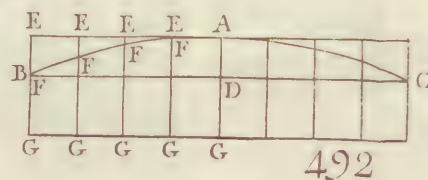
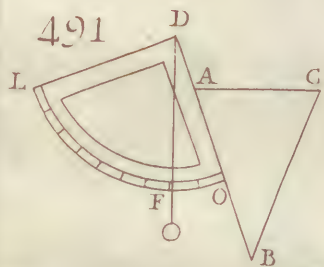
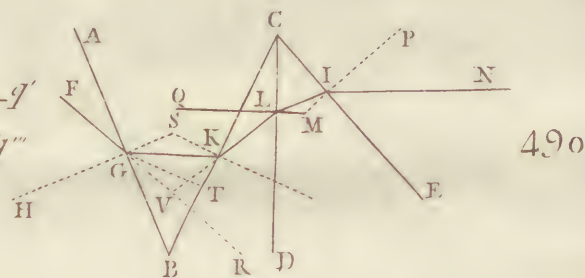
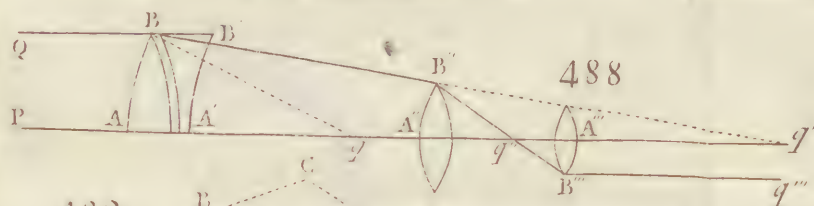
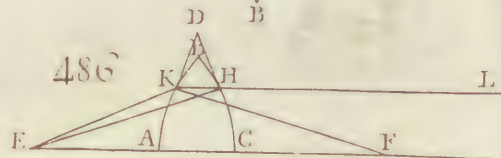
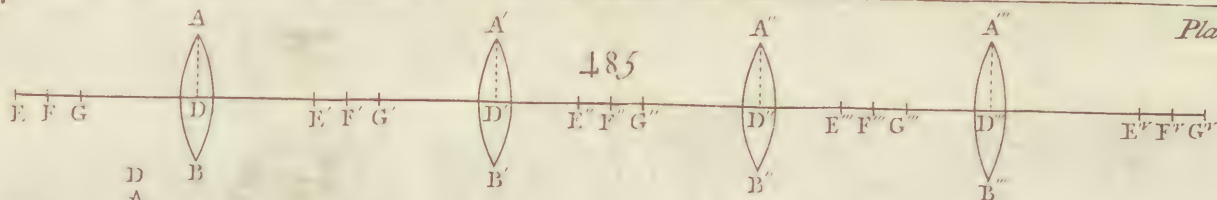
871 Huyghens manda se haga uso del betun para pegar la plancha con el vidrio sin enseñar otro medio. Pero la experiencia enseña muy presto que no es posible en este caso, ni en otro ninguno, ablandar bastante el betun para pegar dos superficies planas exactamente paralelas una á otra, sin calentar el vidrio y la plancha bastante para correr riesgo de echar á perder la figura del vidrio. Algunos, con la mira de precaver este inconveniente gastan yeso de Paris para pegar el vidrio á la plancha, sea de madera, cobre, ú otra materia qualquiera. Otros pegan á la plancha otro vidrio intermedio, al qual pegan despues con cola comun el vidrio que se ha de cortar. Otros no gastan para el mismo fin mas que cola de pescado, y quedan la plancha y el vidrio pegados muy firmemente uno á otro, y pegan á los bordes de

Fig. de la plancha un poco de cera de gravador, disuelta con espíritu de vino , para que la humedad no se pegue á la cola.

872 Para cortar con este método vidrios verdaderamente planos , en un platillo plano , aconseja Huyghens se haga uso de una pértica larga de 15 pies ; pero para cortar los vidrios en un platillo cóncavo , es mucho mejor que la pértica sea igual al radio de la curvatura del platillo , bien que no dificulto que se podría tomar mas corta sin inconveniente alguno , conforme lo consintiere la altura del techo del quarto.

El que hace esta maniobra debe tener indispensablemente junto á sí un pedazo de vidrio ordinario cortado en el mismo platillo , que se llama *Quebrantador* ; sirve este vidrio , quando se echa esmeril nuevo en el platillo para quebrantar los granos mas gordos , que no podrian menos de arañar el vidrio que se quiere cortar.

873 Todo estando dispuesto conforme hemos dicho , y teniendo á mano esmeril de diferentes finuras , tómese un poco del esmeril mas gordo , mógese , y échese , encima del platillo una capa igual en toda su estension ; colocaráse despues la pértica sobre el vidrio , lábrese por espacio de un quarto de hora , sin apretar la pértica , y solo con mover circularmente el vidrio ; despues se echará la misma cantidad del esmeril , que en quanto á la finura se sigue inmediatamente al primero , y lábrese de vidrio otro quarto de hora ; échese despues igual cantidad de un esmeril todavia mas fino , y lábrese al mismo tiempo ; finalmente,





te , en llegando á gastar el esmeril mas fino que se tuviere, Fig. échese menos cantidad , y lábrese hora y media , quitando poco á poco el esmeril con una esponja mojada. Se ha de procurar que no esté , ni muy mojado , ni muy seco , y que parezca papilla : esto es de suma importancia. Si estuviere muy seco , sus partes se pegarán unas con otras , de modo que morderá muy poco ó casi nada hasta que llegue á quebrantarse ; y entonces no hará mas que arañar y morder irregularmente el vidrio en las partes donde llegare á morderle ; y si estuviere muy mojado y desleído , hará , dividiéndose irregularmente , mas efecto en unas partes del vidrio que en otras , cabalmente como en el primer caso.

874 Algunos prácticos no aprueban el esmeril con diferentes grados de finura , alegando que la experiencia les ha manifestado que suele señalar rayas en las superficies de los vidrios grandes. Dicen que es mejor tomar mucha cantidad del esmeril de primera ó segunda suerte , y labrar con él desde el principio hasta lo último , quitando esmeril con una esponja mojada , cada media hora ó cada quarto de hora ; por este medio dicen que se consigue suavizar perfectamente el vidrio , y ponerle en tal estado que se pueda ver distintamente por él una bugía ó una vidriera de ventana ; lo que dá á entender que está bastante suavizado y en estado de pulirse. Pero si el vidrio no hubiese adquirido este grado de transparencia , es cierto , dice Huyghens , que sobra esmeril , y que por lo mismo se ha de quitar , y proseguir la operacion. Asegura que el agua de pozo ordinaria es la me-

Fig. jor para esta labor ; y que se debe mover circularmente el vidrio, llevándole una pulgada mas allá del centro del platillo, y un poco mas allá de los bordes. Halló labrando un vidrio de 200 pies, cuyo diámetro era de 8 pulgadas $\frac{3}{4}$, en un platillo de 15 pulgadas de diámetro, que la figura del platillo padecía variaciones considerables, á no ser que enca minase el vidrio circularmente una pulgada mas allá del centro del platillo, y le hiciese salir del platillo 3 pulgadas $\frac{1}{4}$; pero que quando le hacia salir muy poco, como dos ó tres lineas, y lo mismo mas allá del centro, el vidrio adquiria una figura defectuosa, porque sus bordes se desgastaban demasiado, de manera que despues no les podia dar un buen pulimento.

875 Quando, despues de empezada la maniobra, el esmeril llega á estar liso, el vidrio se pega un poco al platillo, y es mas dificultoso moverle; entonces se ha de añadir mas esmeril. Quando despues de esto llega á suavizarse, se necesita, si es ancho, muchísima fuerza para moverle; pero este inconveniente no sucederá tanto trabajando con la pértica como con la mano. Porque como el calor de la mano dilata la substancia del vidrio, no solo es causa de que se pegue mas al platillo, sino que tambien puede echar á perder su figura y la del platillo. Quando se labra con la pértica, jamás se pega mucho, á no ser que se le quite del platillo, se le dexe algun tiempo fuera, y se le vuelva á poner, y esto solo sucede con los vidrios grandes. Porque con esto, dice Huyghens, el vidrio adquiere al ayre mas calor

lor del que tenía en el platillo ; por consiguiente quando se vuelve á poner en el platillo , su superficie inferior se contrahe repentinamente con el frio que allí encuentra , y se le pega. Por esta razon es menester esperar , quando esto sucede , á que el vidrio y el platillo hayan adquirido el mismo temple. El mismo efecto se nota quando se labra un vidrio en una pieza donde hay lumbre. Sea la que fuere la causa de estas singularidades , no podemos menos de hacernos cargo del sumo cuidado con que se han de labrar los vidrios grandes , y quan preciso es labrarlos poco á poco , y con las mayores precauciones.

Sígase el método que se siguiere en esta maniobra, bueno será esmerarse en suavizar el vidrio lo mas que se pueda , antes de empeñarse en pulirle ; porque quanto mas se le suavizase , esto es , quanto mas lisa se pusiese su superficie , menos trabajo costará pulirle ; y esta es una ventaja tanto mayor , quanto el pulir el vidrio es no solamente la maniobra mas dificultosa , sino tambien la operacion en que se corre riesgo de echar á perder quanto se hubiere adelantado hasta entonces.

876 Aunque hemos manifestado la utilidad de la pértica , parece que hoy dia ya no la usan los artífices. Han experimentado ser muy util tener dos platillos de una misma figura , el uno para desbastar , y el otro para acabar los vidrios. Porque si se quieren desbastar y pulir en un mismo platillo , es muy dificil darles una figura perfecta , á no ser que se gaste en esta labor mucho mas tiempo del

Oo 2.

que

Fig. que se gastaría valiéndose de dos platillos. El platillo en que se desbasta suele ser de hierro, y se egecuta con greda; porque con el hierro se ha de gastar greda, y esmeril con el cobre. Tambien se desbasta mucho mas aprisa con la greda; el platillo en el qual se acaba el vidrio es de cobre.

877 El vidrio se ha de *centrar* sobre el platillo que sirve para desbastar. Despues de centrado, se le pega con betun blando una moleta hecha con un tapon de corcho, cuyas dimensiones varian algun tanto, segun requieren los diámetros de los vidrios. Algunos artífices la escogen de una pulgada de alto, y de unas diez lineas de diámetro, para los vidrios que tienen desde dos hasta quatro pulgadas de ancho. Las moletas de corcho se deben preferir á las demás, porque siendo el corcho elástico y ligero, no tienen los defectos de las de madera ó metal; las primeras se vencen, le quitan al vidrio su figura, y las otras le doblan con su peso; y así los mejores artífices no gastan mas que corcho.

878 Despues de desbastado el vidrio, se le suaviza en el platillo de cobre, con esmeril fino; y este es el punto de mayor dificultad. Solo la práctica y la esperiencia pueden enseñar todas las precauciones de que es menester valerse. Como el esmeril que se ha de gastar debe ser de diferentes grados de finura, se le ha de preparar del modo siguiente. Hágase moler una grande porcion sobre una plancha de hierro, con una moleta grande de acero; ciérrase despues este esmeril para quitarle los granos muy gordos

dos que se volverán á moler ; échese en agua este esmeril; Fig.
 revuélvase el agua para que el esmeril se mezcle con ella;
 dégese reposar todo como una media hora , y quítese des-
 pues toda el agua, revolviéndola lo menos que se pueda, por
 medio de un sifon ú otro espediente que haga al caso : éche-
 se otra agua, y dégese reposar otra media hora ; si pare-
 ciere que está todavía teñida de esmeril , quítese sin entur-
 biarla , y échese otra , y prosígase de este modo hasta que
 el agua parezca sensiblemente clara ; esto será señal de que
 en el residuo no habrá esmeril sobrado fino. Toda el agua
 que se hubiese quitado se podrá arrojar , porque tiene un
 esmeril tan fino , que no sirve de nada.

Revuélvase despues dicha agua sensiblemente clara , en
 cuyo fondo está el residuo , y dégese reposar quince mi-
 nutos ; quítese despues con un sifon dicha agua teñida de
 esmeril sin enturbiarla , y échese en un vaso ; vuélvase á
 echar agua , y repítase la misma operacion (procurando
 que el agua no corra mas de dos minutos al tiempo de sa-
 carla con el sifon) hasta que el agua que se hubiese deja-
 do reposar 15 minutos , no esté sensiblemente teñida de
 esmeril.

879 Dégese reposar despues toda el agua teñida de
 esmeril , que se hubiese sacado á cada operacion , echán-
 dola en un vaso ; se formará en el fondo un marco de
 esmeril muy fino , y muy igual que se llama *esmeril de 15*
minutos : quítese el agua y dégese secar el residuo.

880 Echese agua al primer residuo , quiero decir,

Fig. á aquel del qual se sacó el esmeril de 15 minutos ; dégesse reposar ocho minutos ; quítese esta agua teñida de esmeril con un sifon , y échese en un vaso ; repítase la operación del mismo modo que para el esmeril de 15 minutos , y se sacará el esmeril de 8 minutos.

881 Repítase la operación para 4', 2', 1', 30'', 15'', 8''; y se conseguirán esmeriles de distintas finuras, y muy iguales ; esto es muy ventajoso , porque es menester que, en quanto se pueda , el esmeril de 4' no tenga del de 8' y de 15'; si no , no será bueno.

Del modo de pulir los vidrios.

497. 882 Despues de quitada la planchita de cobre, tómese un pedazo de pizarra , ó de piedra azul ó parda, de una pulgada de grueso, redondeándola, aplanándola, y dándola un diámetro algo menor que el del vidrio, y hágase en su centro un agujero de una pulgada de diámetro. Tómese un pedazo de alguna tela gorda de lana , que sea en todas sus partes de un mismo grueso ; córtese en figura de círculo , y hágasele en el medio un agujero de una pulgada de diámetro. Póngase á calentar la pizarra y el vidrio: échese despues sobre uno y otro con mucha igualdad , un betun hecho con dos partes de resina ó pez fuerte, y una de cera : póngase el paño sobre la pizarra , y el vidrio encima del paño , dejando en medio del vidrio un espacio de una peseta sin betun , y enegreciéndole con la luz de una vela. Tómese despues una pieza de hierro ó acero, hueca,

y.

Fig.

y de forma cónica, cuya base tenga un diámetro de una pulgada, y tenga al rededor de su base una orilla plana de unas 2 pulgadas $\frac{1}{7}$ de diámetro, cuyo cono tendrá una altura exactamente igual al grueso de la pizarra, del paño, y del betun, á los quales está pegado el vidrio. El vértice de este cono ha de pasar por el agujero hecho en la pizarra y en el paño; por manera que estando pegado con betun á la pizarra pueda acercarse al vidrio el grueso de un cabello, y cayga perpendicularmente sobre el centro de la superficie inferior del vidrio; se le dará esta última situacion por medio del vidrio circular de que hablamos antes. Al tiempo de pulir se aplicará al vértice del espresado cono el extremo inferior de la pértica; pero hemos de prevenir que la cola de pescado, y una plancha de cobre valen quizá mas que el betun y la pizarra. Huyghens dice que el ángulo del cono ha de ser de unos 80 á 90 grados, y que su vértice ha de ser bastante grueso para poderle hacer un agujerito, donde se introduzca la punta de la pértica, la qual si no fuera por esta sugesion se separaría del vértice. Se hace una mancha negra en medio del vidrio, á fin de averiguar con la luz de una bugía reflectida oblicuamente por el vidrio, al cabo de algun tiempo que se le está puliendo, si es perfectamente claro y limpio de una tinta de un color parecido al de las cenizas.

883 Antes de empezar á pulir, conviene tender encima del platillo un trapo, sobre el qual se echará un poco de trípoli muy fino; dénselo despues al vidrio 40 ú 50

Oo 4

yuel-

Fig. vueltas encima de dicho trapo. Esto quitará particularmente la aspereza de los bordes del vidrio , que podrian desgastar muy pronto el fondo del platillo , en el qual ha de recibir el vidrio principalmente su último pulimento. Algunos discurren que entonces se debe quitar el trapo , y empezar á pulir el vidrio sobre el platillo desnudo. Pero antes se ha de preparar trípoli muy fino y vitriolo azul hecho polvos muy finos , y mezclar despues quatro partes de trípoli con una de vitriolo : cinco ó seis granos de esta mezcla bastan para un vidrio de 5 pulgadas de diámetro. Humedézcase esta composicion de polvos con ocho ó diez gotas de vinagre clarificado , en medio del platillo ; mézclese todo , y suavícese enteramente con una moleta muy chica; póngase cuidado en estenderla con mucha igualdad como una capa muy delgada sobre el platillo , ó por lo menos sobre una parte del medio del platillo mucho mayor que la que se le quiere hacer andar al vidrio al tiempo de pulirles y para esto podrá servir una de aquellas brochas que gastan los pintores. Esta capa ha de ser muy delgada , pero no mucho , porque entonces menguaría demasiado en la maniobra , y el platillo correria riesgo de quedar surcado , y alterada su figura ; de modo que algunas veces es menester echar otra capa , que no es tan facil de estender como la primera. Despues se ha de poner á secar perfectamente esta capa , teniéndola á la lumbre , y dejar enfriar el platillo. Hecho esto , se estenderá igualmente sobre el platillo preparado de este modo una capa muy delgada de

de otro trípoli en polvos muy finos , despues de bien lavados y secados ; cójase entonces el quebrantador , póngase el trípoli muy igual , tómese despues el vidrio que se ha de pulir y pásesele un paño mojado en agua que tenga una leve tintura de trípoli y vitriolo ; póngase despues sobre el platillo y hágasele ir y venir en linea directa dos ó tres veces ; quítese despues , y mírese si el trípoli que tiene pegado , está igualmente distribuido en toda su superficie ; si no lo estuviere , será señal de que el vidrio ó el platillo está demasiado caliente ; entonces se esperará un poco , y se probará otra vez , hasta que se repare que el trípoli se pega al vidrio igualmente en toda su superficie. Entonces se puede empezar á pulir sin mucho riesgo de echar á perder la figura del vidrio , como sucedería indefectiblemente en el otro caso. Si el platillo estuviere mas caliente que el vidrio , tocará mas el vidrio en el medio que ácia la circunferencia , porque hinchándose la superficie del platillo con el calor , se aplanará. Si al contrario el vidrio estuviere mas caliente que el platillo , tocará mas en su circunferencia que en su centro , porque su superficie inferior está mas contrahida con el frio del platillo , que su superficie superior.

884 Si se quisiese pulir con la mano , el trabajo sería muchísimo , y no se lograría el intento si los vidrios tuviesen cinco ó seis pies de focus ; y aun aseguran algunos prácticos , que es indispensable apretar el vidrio con una fuerza extraordinaria. Por este motivo imaginó Huyghens

Fig. hens dos medios de aumentar la presion hasta un grado suficiente , que consisten , conforme se dirá muy en breve , en valerse de un muelle fuerte que aprieta el centro del vidrio contra el pulidor.

885 Como el pulimento de los vidrios es una operacion muy dificultosa y delicada, se han discurrido varios modos de egecutarla. Newton, el P. Cherubin, Huyghens y los Ópticos ordinarios todos han seguido métodos distintos. Newton es el único , que , segun parece , no encarga una fuerte presion. En su Óptica se leen estas palabras: " Una vez perfeccioné muchísimo el obgetivo de un anteo-
" jo de 14 pies, hecho por un artífice de Londres , labrán-
" dole sobre pez mezclada con potéa , sin apretar mas
" que un poco, temiendo que no le surcase la potéa. Yo
" no sé si por el mismo medio se podrian pulir los espejos
" grandes de vidrio para los telescopios catóptricos , por-
" que no lo he probado ; pero sígase este método para
" pulir , ó sígase otro distinto , acertará á mi parecer el
" que pusiere los vidrios en estado de pulirse , labrándolos
" con menos violencia de la que acostumbran nuestros ar-
" tífices de Londres. Porque los vidrios quando se les aprie-
" ta tanto al tiempo de labrarlos, corren riesgo de encur-
" varse un poco , y esto no puede menos de echar á per-
" der su figura."

886 Por lo que mira al método que Newton seguia para pulir los vidrios , no sé si ha dado su descripcion en alguna parte; pero por lo que toca al que práctic-
ca-

caba para pulir los espejos de metal , está declarado en su Fig. Óptica en estos términos. „ Queriendo pulir un espejo de „ metal, me valí de dos platillos de cobre ambos de seis pul- „ gadas de diámetro , el uno convexo y el otro cóncavo, „ hechos de modo que se ajustaban exactamente uno con „ otro; labré sobre el platillo convexo el espejo cóncavo de „ metal que deseaba pulir, hasta que tomó la forma del pla- „ tillo convexo , y estuvo en estado de pulirse ; puse des- „ pues sobre el platillo convexo una capa de pez muy del- „ gada, echándole derretida la pez , y calentando el pla- „ tillo para que la pez se mantuviese blanda, y entre- „ tanto apretaba dicho platillo al cóncavo , teniendo cui- „ dado de mojar este á fin de que la pez se estendiese „ igualmente sobre toda la superficie del platillo conve- „ xo. Trabajando mucho de este modo , conseguí hacer la „ cama de pez tan delgada como un realillo ; y quan- „ do el platillo convexo se hubo enfriado , le volví á la- „ brar para darle una figura tan exacta como fue posi- „ ble ; despues tomé potea , que refiné lavándola y lim- „ piándola de sus partes mas groseras , eché un poco so- „ bre la pez y la molí con el platillo cóncavo hasta que „ dejó de sonar ; hecho esto me puse á labrar con ahinco „ el espejo de metal sobre la pez por espacio de dos ó tres „ minutos , apretándole con mucha fuerza. Despues eché „ mas potea sobre la pez , la molí tambien hasta que no „ sonó mas , y labré el espejo encima como antes ; repetí „ esta maniobra hasta que el espejo quedó enteramente pu- „ li-

Fig. „ lido , labrándole la última vez con toda mi fuerza por mu-
 „ cho tiempo , y echando con frecuencia mi aliento sobre
 „ la pez para que se mantuviese humeda , sin echarla mas
 „ potea. Le dí al espresado espejo dos pulgadas de ancho,
 „ y como un tercio de pulgada de grueso para que no se
 „ venciese. Yo tenia dos de estos espejos de metal ; despues
 „ que los hube pulido ambos , probé qual era el mejor , y
 „ volví á labrar el otro para ver si todavia podria conse-
 „ guir que fuese mas perfecto que el primero. De este mo-
 „ do aprendí despues de varias pruebas el modo de pulir,
 „ y conseguí construir los dos telescopios catóptricos de
 „ que he hablado. Porque el arte de pulir se aprenderá me-
 „ jor con la práctica , que por medio de quantas descrip-
 „ ciones pudiera dar acerca de él. Antes de labrar el espe-
 „ jo sobre la pez , siempre labraba primero la potea sobre
 „ la pez con el platillo de cobre cóncavo , hasta que de-
 „ jase de sonar , porque si con esta maniobra no están las
 „ partes de la potea dispuestas á pegarse fuertemente con
 „ la pez, sucederá que rodando por todas partes encima del
 „ espejo , la surcarán , y le harán una infinidad de hoyitos.”

887 El método de pulir que siguen hoy dia los artifices
 mas afamados es el siguiente. Despues de suavizado el vidrio,
 le encolan un papel al platillo de este modo. Toman papel
 de Olanda , con la marca de la *Serpiente* , muy fino , muy
 igual , y que tenga tan poca goma como sea posible : le cor-
 tan del tamaño del platillo , le mojan con agua , y le enju-
 gan con una servilleta fina ; con un pincel le echan una capa

ligeramente de agua engomada , despues aplican el papel sobre el Fig. platillo , y con el vidrio mismo se hace que tome exactamente su figura ; se deja despues secar el papel , y en estando seco , le quitan con un buen cortaplumas las piedrecitas que se le han pegado ; despues le frotan con un vidrio cuyos bordes no mas descansan sobre el platillo , y que tenga un corte al sesgo algo aspero : este vidrio hace oficios de una lima fina , que quita las pequeñas desigualdades del papel.

888 En estando preparado así el platillo , le dan una leve mano de trípoli de Venecia , echándole igualmente , y quitándole con el quebrantador lo que pueda tener de aspero ; limpian el vidrio con vinagre , en el qual se ha disuelto vitriolo azul ; y le frotan teniendo la moleta con ambas manos , y quanto mas cerca del vidrio mejor , y haciendo andar el vidrio en linea recta desde el un extremo del platillo al otro. No se ha de echar mas trípoli , y la primera capa debe bastar para pulir un vidrio.

889 Quando los vidrios son delgados , ó de un diametro grande , corren riesgo de torcerse al tiempo de pulirlos , y esto les sucede particularmente á los vidrios cóncavos. Para resguardarlos de esta contingencia , algunos artifices suelen aforrarle con una pizarra y yeso , pero este recurso es perjudicial , porque el yeso al tiempo de secarse desfigura enteramente el vidrio. Mejor es aforrar el vidrio con otro vidrio cuya figura corresponda con corta diferencia á la suya , de modo que los dos no se toquen sino en

Fig. sus bordes , y no con sus centros ; y para pegarlo sirve una agua ligeramente engomada.

890 Si el uno de los lados de un vidrio fuese plano , se pulirá del mismo modo que el lado curvo ; solo prevenimos que es sumamente difícil hacer un vidrio perfectamente plano , por causa de la suma dificultad que cuesta dar una superficie perfectamente plana á las planchas de cobre ó hierro que sirven para esta operacion ; por donde se echa de ver que se debe abandonar dicha figura , respecto de los obgetivos de un focus de alguna consideracion .

498. 891 Ya es tiempo de dar la descripcion de la máquina de que hicimos mencion (884). Representa *CC* una pieza de madera quadrada algo más larga que el diámetro del platillo , y de cerca de pulgada y media de grueso : los dos extremos *C* y *C* que tienen la forma que se vé en la figura , sirven de puños para los oficiales. En medio de dicha pieza de madera se fija una punta de hierro de tal longitud , que si se ponen las superficies inferiores de los puños *C* , *C* sobre un plano , el extremo de dicha punta tocará el plano. Esta punta aprieta sobre el vértice del cono hueco (882). Para aumentar esta presion , se hace uso de una especie de arco *DED* hecho con una tabla de pino de media pulgada de grueso , de cinco pies de largo , y de siete pulgadas de ancho en el medio , que vá en disminucion desde el medio ácia los extremos , donde remata casi en punta. Dicho arco está afianzado en el piso por el medio en *E* con un tornillo ó un clavo , y le mantiene curvo una cuerda *FIIF* , con la qual
es-

están atadas otras dos en I y I , teniendo el intervalo II la misma longitud que la pieza de madera CC . Una de las cuerdas $ICCG$ pasa por encima de dicha pieza de madera por un agujero hecho en C en el puño que le corresponde, y despues de abrazarla en toda su longitud, vuelve á pasar por un agujero hecho en el otro puño en C , y vá despues á arrollarse en una clavija cilíndrica G que atraviesa una quijada de palo, en cuyo fondo está atada la otra cuerda. Con esta disposicion, para curvar el arco DD quando se tiene por conveniente, no hay mas que dar vuelta á la clavija G . El platillo A está puesto encima de una tabla fuerte quadrada, afianzada por el un extremo en la mesa O , y sostenida en el otro extremo por una columna P . Entonces el Oficial se sienta, y asiendo de los puños C , C hace ir y venir el vidrio B sobre el platillo A , con una velocidad moderada; al cabo de 20 ó 24 idas y vueltas, vuelve el vidrio un poco sobre su ege, le vuelve á labrar, y al cabo de otras tantas idas y vueltas, le vuelve otro poco, y repite siempre lo mismo hasta que esté enteramente pulido, y esto no se consigue sino al cabo de dos ó tres horas de trabajo. Este método es muy cansado y fastidioso, porque estando el vidrio muy apretado, no se mueve con mucha dificultad; por lo qual se le han hecho á la máquina las mudanzas siguientes.

892 En lugar del arco DD se ha imaginado otro muelle, clavando sólidamente dos tablas de pino $a'b'$, $a'c'$, por dos de sus extremos cortadas al sesgo por el lado donde

Fig.

499.

Fig. de se tocan., procurando que formen un ángulo agudo $b'a'c'$. La una de dichas tablas unidas de este modo está sobre el piso debajo de la mesa de pulir, estando los extremos b , c' debajo del medio del platillo A ; por manera que están enteramente fuera del paso del oficial, al qual solian antes incomodar los extremos del arco DD . Las tablas tienen en su extremo a' , 8 ó 10 pulgadas de ancho, y desde allí ván en disminucion hasta sus otros extremos b' , c' , donde rematan casi en punta. Estando la tabla $a'c'$ sobre el piso, el extremo b de la tabla superior se tira ácia abajo con una cuerda $b'c'f'$ que pasa por una garrucha e' , fijada en el techo, y despues se arrolla en una fuerte clavija f' que dá vueltas dentro de un agujero hecho al techo. Debajo del extremo c' de la tabla $a'c'$ está fijado por el medio en dicha tabla, un palo fuerte $a'c'd'$, en cada extremo d' y d' del qual están atadas cuerdas que pasan por encima de la pieza de madera CC , como en la primera máquina; este palo se levanta un poco mientras se pule, y por consiguiente las cuerdas $d'C$, $d'C$ son bastante largas para que la pieza CC se pueda mover con desahogo. En los extremos de las tablas hay en a' dos clavijas de hierro t' , t' que las atraviesan, y estan atornilladas al techo; las cabezas de las clavijas quedan levantadas encima de las tablas, para que estas puedan levantarse quando la cuerda $b'e'f'$ está tirante.

498. 893 Para que el vidrio pueda ir y venir mas facilmente se le ha hecho la adicion siguiente á la primera máquina. M es un estribo de madera ó hierro por el qual la
pie-

pieza de madera *CC* pasa desahogada ; á un lado del estribo *M*, está asegurada con una clavija de hierro una tabla *LL* de media pulgada de grueso , y tres veces mas larga que el radio del platillo , cuya superficie inferior es del mismo ancho que la pieza *AB*, esto es de dos pulgadas y media ; la tabla *LL* ha de ir y venir por encima de una pieza de madera *H* firmemente asegurada en la mesa *O*, de tal grueso que la tabla *LL* pueda estar una pulgada mas alta que la superficie del platillo *A*. Los garfios de palo en *P'*, y las clavijas en *S'* mantienen el movimiento de la tabla en la misma direccion. Sobre dicha tabla , encima del medio de la pieza de madera *H*, hay un rodillo de madera de cerca de pulgada y media de diámetro , que forma ángulos rectos con dicha tabla , y tiene un eje fuerte de hierro que dá vueltas en unos agujeros que hay en unas planchas de hierro fijadas en los dos extremos de la pieza de madera *H* ; dicho rodillo ó cilindro tiene dos agujeros mas anchos por un lado que por otro , para introducir en ellos dos cuerdas fuertes , con un nudo en el uno de sus extremos , que han de pasar por ellos de modo que en llegando á ponerlas tirantes , dichos nudos se metan en los agujeros por su boca mas ancha. Cada cuerda dá muchas vueltas al rededor del cilindro ; despues el extremo de la una vá á atarse sólidamente al extremo de la tabla *LL* que llega al estribo *M*, y el extremo de la otra se arrolla en una clavija *N*, que sirve para poner tirantes las cuerdas dandola las vueltas que se quieren. En uno de los extremos del eje del cilin-

Fig.

Fig. dro hay una especie de brazo Q , el qual dándole vueltas alternadamente en direcciones encontradas, hace ir y venir la tabla LL y el vidrio que en ella está asegurado, y le hace andar quanto espacio es menester para que yendo y viniendo pase de los bordes del platillo la tercera parte de su diámetro. La punta que está en medio de la pieza CC aprieta el vidrio un poco oblicuamente, porque dicha pieza entra en el estrivo M algo desahogada, á fin de que el vidrio pueda pasar por encima del platillo sin ningun bamboleo. No obstante, la inclinacion de dicha punta ha de ser muy corta, y se la puede aumentar ó disminuir facilmente de muchos modos. Se han de plantar dos clavijas en la superficie inferior de la tabla LL para determinar el intervalo de cada ida y de cada vuelta; el platillo A , ó por mejor decir la piedra, á la qual está pegado, está firmemente asegurada con una cuña, entre la pieza de madera H , y una clavija fuerte clavada al otro lado de la piedra; el oficial se sienta en un banquillo, y quando ha cansado una mano dando vueltas al cilindro, se vale de la otra, y por consiguiente se cansa menos pronto que en la primera máquina, la qual requiere, no solo ambas manos á un tiempo, sino tambien el movimiento de todo el cuerpo. Tambien se añade otro brazo Qa' mas largo, para servirse de las dos manos á un tiempo.

894 Despues de haber hecho ir y venir el vidrio 20 ó 24 veces, es preciso volverle un poco sobre su ege, y en haciéndole ir y venir el mismo número de veces, se le dá

dá otra vuelta como la primera, y se repite esta operacion, Fig. la qual se egecuta facilmente cogiendo con una mano la pizarra que está pegada al vidrio, y prosiguiendo con la otra el movimiento con el qual se le pule. Tambien se ha de mover un poco el platillo, despues de haber hecho ir y venir el vidrio 25 ó 30 veces, y á cada número de vueltas como este, sacándole el valor de una linea ácia la parte que el vidrio ha abandonado, y volviéndole á su lugar despues de otras tantas idas y vueltas. Al principio de la obra, el trípoli se juntará á monruncitos en algunas partes del platillo, pero no tardará en esparramarse, y entonces la superficie del platillo se pondrá perfectamente igual.

Si el trípoli no se pega igualmente á toda la superficie del platillo, se calentará el platillo hasta que se repare que la capa de trípoli no está de todo punto tan fria como las demás partes del platillo; entonces désele otra vez al platillo con trípoli, y apriétese el vidrio contra el platillo con la mano, para ver si el trípoli se le pega igualmente en todas partes; y si se pegare, prosígase la labor. Pero si en lugar de cardenillo se hace uso de vitriolo, no llega el caso de haber de calentar el platillo; porque dichas materias tocan siempre los vidrios como deben, y se pegan mejor que las demás. Entonces se ha de frotar la capa de trípoli sin calentar el platillo, á fin de que la capa se conserve mejor entera, y el vidrio la pueda tocar mas perfectamente; y esto se ha de repetir siempre despues de haber hecho ir y venir el vidrio, puliéndole, 200 ó 400 ve-

Fig. ces. También se ha de sacar el vidrio del platillo al cabo de 200 idas y vueltas, para ver si está pulido, quitando el cerrojo *L* que junta el estrivo *M* y la tabla *LL*, y quitando la pieza de madera *CC*.

895 Para ahorrarse la molestia de contar las vueltas, hay una rueda de madera *XW* de siete á ocho pulgadas de diámetro, puesta de plano junto á una tabla pegada á la pared. Dicha rueda dá facilmente vueltas al rededor de su ege, y tiene 24 dientes parecidos á los de una sierra, y los empuja un alambre *TX* de este modo. El alambre dá vueltas al rededor del centro *T*, y mientras la cuerda *TV* atada al extremo de la tabla *LL*, tira del uno de sus extremos, su parte *TX* empuja un muelle largo *RS*, asegurado en la tabla en *R*; el muelle aprieta el alambre en *S*, y hace doblar un poco la parte *TX*, de suerte que la punta *X* cae al volverse á aplicar á la rueda, un poco mas abajo, aflojando la cuerda *TV*, y encuentra el diente inmediato, al qual empuja del mismo modo que empujó el primero. Hay en *W* un muelle á manera de garfio, que pára la rueda, despues de cada ida y vuelta. Finalmente, hay una clavija fijada en *Z* en la circunferencia de la rueda, cuya clavija aprieta el mango de un martillo, y dejándole caer despues, hace que suene una campana despues de cada revolucion de la rueda, y avisa con esto que se vuelva un poco el vidrio sobre su centro.

896 Un vidrio de 5 ó 6 pulgadas de diámetro requiere para cada una de sus superficies que se le haga ir y

venir como unas 3000 veces para darle toda su perfeccion. Es menester no olvidarse de mirar el medio del vidrio opuesto al negro de humo , para ver si hay alguna parte que parezca oscura , ó de color de ceniza , ó si se repara alguna manchita por medio de la reflexion oblicua de la luz de una bugía , ó de un rayo de luz introducido en un quarto muy cerrado. Por lo que toca á las demás partes del vidrio , parecerán perfectas mucho antes que el medio.

Quando el vidrio estuviere bastante pulido , se calentará la piedra , el paño , y el betun hasta que este esté tan blando que se pueda separar el vidrio tirándole de lados; despues se quitará el betun que quedare pegado al vidrio, con un trapo caliente, mojado en aceyte ó sebo , y últimamente con trapos mas limpios. Si hecho esto , no pareciese perfectamente pulido (porque muchas veces se lleva uno chasco) se le ha de volver á labrar , pegándole primero á la pizarra como antes. Se puede tambien volver á untar el platillo si se hubiese consumido la primera untura , con tal que despues no se haya pulido en él otro vidrio ; se puede lavar el platillo con vinagre para quitarle toda la untura primera. Finalmente , se han de escoger con cuidado los pedazos de vidrio mas claros y gruesos , para precaver muchísimos inconvenientes que se siguen de la presion desigual al tiempo de pulir.

Modo de fundir , formar , y pulir los espejos de los telescopios.

897 Una vez determinado cuánto ha de coger de

Tom.VI.

Pp 3

lar-

Fig. largo el instrumento que se quiere construir , y por consiguiente qué diámetro se le ha de dar al espejo grande , haciéndole una pulgada mayor que la abertura de la tabla , porque los bordes suelen coger una figura falsa ; trácese con un compas de varas , y con un radio duplo de la longitud del instrumento , un arco sobre dos planchas delgadas de cobre bien batido , algo mas gruesas que una peseta , de pulgada y media de ancho , con corta diferencia , y cuya longitud sea al diámetro del espejo como 3 á 2 ; córtese con una lima un arco cóncavo en la una , y en la otra un arco convexo ; y para darles la última perfeccion , frótense uno contra otro con esmeril.

898 Acabados los calibres , hágase torneear un pedazo de madera , que tenga de ancho dos décimos de pulgada mas que el espejo que se ha de hacer , y sea algo mas grueso. En ningun caso puede tener de grueso menos de dos décimas de pulgada ; y para espejos de 6 , 8 , 10 pulgadas de ancho , ha de tener por lo menos despues de acabado tres ó quatro décimas de pulgada. Despues de torneado dicho pedazo de madera , tómese estaño comun , y mézclese con una décima parte de régulo de antimonio , y sobre este modelo hágase fundir un modelo de dicho estaño que será mucho mas duro que el estaño comun ; hágase torneear este modelo de estaño , encargando se verifique su curvatura con los calibres ; servirá este modelo para fundir los espejos. Se debe procurar que despues de torneado , sea por lo menos un vigésimo de pulgada mas grueso , y como un décimo de pulgada mas ancho que el espejo que se quiere vaciar.

De-

899 Declaremos ahora cómo se hacen los moldes Fig.
para vaciar los modelos de estaño, y los espejos. Los bas-
tidores deben ser, para mayor perfeccion, de hierro, y
por lo menos dos pulgadas mas anchos en todas partes,
que el espejo que se quiere vaciar; ha de haber en cada
uno arena, que coja por lo menos una pulgada de grueso;
podrá servir la arena que gastan los fundidores, ú otra
qualquiera, con tal que haya un poco de arcilla, porque
si fuera muy seca, no podria guardar la forma de los mo-
delos. Por esta razon ha de estar lo menos mojada que se
pueda, y muy batida, pero no mucho. En la parte supe-
rior del molde debe haber muchos canales por donde corra
el metal; de otro modo los poros que se forman en el me-
tal no estarán distribuidos tan igualmente como conviene
en toda la superficie del espejo, hallándose generalmente
estos poros cerca de los canales. Se pondrá el modelo al-
gunas horas al sol para que se seque, ó cerca de una lumbre
que no sea violenta; donde nó, se torcerá, y le dará al espejo
una curvatura falsa. Porque, sobre que esta precaucion ahor-
ra el trabajo de encurvarle, es mejor, por muchos motivos,
que el espejo se vacie en su verdadera forma, y por esta
razon el modelo de estaño se debe preferir al de madera.

900 Acerca del metal con que se pueden hacer los
espejos, diremos que todo metal blanco es á propósito para
ello, uno mas que otro, con tal que sea duro, y tome
bien el pulimento. Se han hecho pruebas con mas de 150
mezclas diferentes, y no se ha hallado ninguna que no ten-

Fig. ga algun defecto. Tres partes de cobre con una parte y quarto de estaño formarán un metal blanco muy duro, pero está espuesto á tener mas poros de lo que es menester, particularmente si al tiempo de fundirle se le calienta demasiado. Seis partes de alaton con una de estaño, formarán un metal mas blanco y duro; pero el humo de la piedra calamina que entra en la composicion del alaton, suele dejar vetas de partes asperas en la superficie del metal; y si son muchas, le echan á perder totalmente. Con dos partes del primer metal compuesto de cobre y estaño, y una parte del último compuesto de alaton y estaño, se hará una mezcla de metal muy buena. Primero se fundirán juntos el cobre y alaton, y se dejan en fusion media hora ó mas; límpiese despues el cysol, y échesele la cantidad correspondiente de estaño, que luego se derretirá; menéese la mezcla, y viértase. Esta mezcla se puede fundir una y dos veces quando sea menester, con tal que no sea violento el fuego. No se ha hallado cosa mas á propósito para gobernar el fuego, que unos fuelles comunes de fragua.

901 Los artífices mas acreditados componen el metal con que hacen los espejos, con cobre del mas fino, estaño de Inglaterra de primera suerte, en forma de perdigones, ó á falta de este estaño, con aquel estaño que viene de Indias, llamado *estaño de sombrero*, y con arsénico blanco. Para un espejo que pesa media libra como el espejo obgetivo de un telescopio Gregoriano de 16 pulgadas de largo, echan 20 onzas de cobre, 9 onzas de estaño, y 8 onzas de arsénico.

Siem-

Siempre toman de los dos primeros metales el duplo del peso del espejo por lo mucho que merman en la fundicion. Fig.

Para reducir el estaño á perdigones , despues de fundido , y antes que pase de blanco á otros colores , se le echa sobre una escoba , teniéndola encima de un vaso lleno de agua limpia. El arsénico no se debe contar en el peso del espejo , porque la mayor parte se volatiliza al purificarse las materias.

902 Para fundir estas materias se calienta el crysol poco á poco , se aumenta despues el fuego hasta que el crysol esté hecho ascua ; se le echa entonces el cobre á pedacitos , soplando hasta que esté fundido. Despues se funde separadamente el estaño , y se le echa en el crysol , espumando primero el cobre con una cuchara de hierro hecha ascua. Hecho esto , se menean mucho las materias para que se incorporen. Se divide despues el arsénico en tres papeles , que se echan succesivamente en el crysol , teniéndole tapado cada vez por espacio de dos minutos ; se quita despues la tapa , y quando la materia no humea mas , se la vuelve á espumar con una cuchara de hierro hecha ascua ; hecho esto , se deja como unos quatro minutos la materia al fuego , se saca despues , se la espuma y menea , y quando empieza á enfriarse , se vacia en moldes algo calientes , inclinándolos de lado , y poniendo sumo cuidado en no menearlos antes de enfriarse la materia. Se debe huir con gran cuidado del humo del arsénico , que es muy pernicioso. Algunos artífices no gastan ar-
sé-

Fig. sénico , y parece que no es del todo indispensable.

903 Despues de bien fundido el metal , se le quita la primera superficie , y se le aclara con una piedra de amolar , procurando conservar su figura ; esto es facil de conseguir verificándola amenudo con el calibre convexo. Quitada la primera superficie con todas sus desigualdades , tómese una piedra comun de amolar , gruesa , y de un diámetro que tenga con el espejo la misma razon que 6 con 5 ; despues con una piedra de grano grueso , arena , ó esmeril gordo , se lima dicha piedra hasta que por todas partes toque el calibre cóncavo ; despues se lima con esta piedra el espejo con agua , primero con esmeril grueso , y despues con esmeril mas fino , hasta que adquiera tal curvatura , que por todas partes toque el calibre convexo ; segun el modo con que se llevare el espejo por encima de la piedra , llegará á ser una porcion de esfera algo menor ó mayor ; si se le mueve circularmente , conforme practican los artífices con sus vidrios en los platillos , los bordes de la piedra se desgastarán , y el metal adquirirá una forma sobrado cóncava ; si al contrario se le mueve sobre la piedra ácia diferentes direcciones , aplanará la piedra , y llegará á ser una porcion de una esfera algo mayor. Se ha de gastar poco esmeril á un tiempo , y mudarle con frecuencia ; donde no , el espejo siempre será de una esfera menor que la piedra , y adquirirá con dificultad una figura exacta , particularmente en sus bordes. Para labrar mejor el espejo es menester que la piedra esté muy asegurada sobre una basa muy firme.

Des-

904 Despues de desbastado el espejo (y al hacerlo Fig. no se debe quitar á la primera superficie sino lo menos que se pueda, porque esta costra parece generalmente mas dura y sólida que lo interior del metal) se deben alisar y acabar los bordes y la cara posterior, por no ponerse á la contingencia, con hacerlo mas tarde, de echar á perder su figura.

905 Hágase vaciar un platillo de cobre de ancho y grueso suficientes (para un espejo de 6 pulgadas de diámetro, se usa un platillo de 8 ó 9 pulgadas de ancho, y de media pulgada de grueso); y désele al torno una forma cóncava por un lado, cabalmente igual á la que ha de tener el espejo; y del otro lado aplíquesele una moleta tan corta como conviniere, guardándose de fijarla con introducir la á rosca en un agujero hecho en dicho lado del platillo, ó por otro medio, porque no se tuerza el platillo.

906 Tómese un pedazo de marmol una octava ó décima parte mas ancho que el platillo, y que tenga de grueso una pulgada, ó una pulgada y un cuarto; désele á un cantero para que le redondee, y le dé al mismo tiempo por un lado una curvatura convexa igual á la curvatura cóncava del platillo, frótesele despues dentro del platillo con agua y esmeril hasta que no se vea señal ninguna del cincel. Cúbrase dicho marmol con piedras de amolar azules de las mas finas, escogiendo las que son de un mismo ancho y grueso, y particularmente aquellas que despues de mojadas parecen mas lisas, y cuyo color y grano son mas uniformes. Córtense á manera de quadrados, y désele á cada

Fig. da una de ellas una forma cóncava por un lado frotándola sobre el marmol con esmeril y agua ; péguense al marmol con betun fuerte, dejando entre ellas un espacio de cerca de una linea de ancho , y disponiéndolas de modo que el filo de dichas piedras mude alternadamente de direccion de una á otra , cabalmente como lo pintamos. Se tiene por mas acertado poner separadas que juntas las piedras que son de un mismo pedazo. Despues se la ha de dar á la superficie que forman, una figura convexa igual á la figura cóncava del platillo ; y si sucediere que el betun se subiese por entre ellas, hasta ponerse á nivel con su superficie , se le deberá quitar: en estas piedras se le dá la última figura al espejo.

907 Para el último pulimento se necesita tener una plancha redonda de vidrio muy gruesa, de un diámetro medio entre el del platillo y el del espejo ; si no se puede conseguir de media pulgada de grueso , se podrá suplir con un pedazo de buen marmol negro sin vetas, y de un grano muy igual. A dicho vidrio ó marmol se le dará por un lado una curvatura convexa igual á la curvatura cóncava del platillo, y servirá para acabar el pulimento del espejo, cubriéndole primero con un tafetan , conforme diremos dentro de poco.

908 Tambien se necesita una planchita de cobre ú otro metal , de la misma concavidad que el platillo , así para disminuir con él la curvatura de las piedras , quando parece muy convexa , como para romper todas las piedrecitas que podria haber en la potea , antes de poner el espejo encima del pulidor , siempre que se renovare. Si saliere de la fundi-

dición algun espejo defectuoso podrá servir para este uso. Fig.

909 Estando todo preparado conforme hemos dicho, se ha de asegurar el marmol con las piedras azules, de modo que se le pueda lavar amenudo en el discurso de la obra, echándole cada vez como la octava parte de un quartillo de agua. Póngase despues el platillo sobre estas piedras, y frótesele, haciéndole ir y venir casi directamente, llevándole sin embargo dando vueltas un poco á derecha é izquierda, de modo que pase por cada lado algo mas allá de los bordes del conjunto de las espresadas piedras; á mas de esto se le deben dar vueltas regularmente al platillo sobre su ege, y mudar la direccion, en la qual se le hace ir y venir por encima de las piedras. Prosigase esta maniobra teniendo siempre las piedras muy mojadas, hasta quitar del todo los rasgos circulares que se le hicieron al platillo con el buril al tiempo de tornearle, y el color negro que ocasionó el labrar el marmol ó el vidrio; quando se vaya acabando, lávese amenudo la especie de lodo que sale de las piedras.

910 Concluido esto, lábrese en el platillo con esmeril fino el vidrio ó marmol que ha de dar el último pulimento al espejo, y désele la figura mas regular que se pueda, practicando lo dicho (870); pero no se le debe dar pulimento.

911 Escójase un pedazo de tafetan fino y muy liso, que tenga de ancho tres ó quatro pulgadas mas que el vidrio ó marmol, y poniéndole encima, dóblense sus bordes al rededor de los lados del vidrio; póngase lo mas tirante que

Fig. que se pueda , quitando primero todos los pliegues con una plancha caliente de aplanchar , y todos los nudos y desigualdades que tuviese. Hecho esto , empátese todo él lo mas igualmente que posible sea , en una disolucion bastante fuerte de pez con espíritu de vino , y vuélvase á hacer lo mismo despues que el espíritu de vino se hubiere evaporado ; si se repararen algunas ampollas debajo del tafetan , quítense con la punta de un alfiler. Se ha de proseguir empapando el tafetan en la espresada disolucion , hasta que no solo se pegue todo al vidrio ó marmol , sino hasta que esté todo lleno de pez. Sirven muy bien los pinceles grandes de pelo de ardilla , de que usan los Pintores para estender con igualdad sobre el tafetan la disolucion , particularmente quando vá llenándose de pez ; dégesele despues secar algunos dias , á fin de que se evapore el espíritu , y ponga dura la pez , antes de hacer ningun uso de él. El que no quisiere esperar tanto tiempo , podrá gastar la pez sin disolverla antes con el espíritu de vino. Para esto estenderá otro pedazo de tafetan sobre el primero , sin detenerse en escogerle , y calentándolo todo quanto se conozca que puedan aguantar el tafetan y el vidrio ; échele encima una poca de pez derretida (pasándola primero por un lienzo) , la que le pareciere del caso para llenar los dos tafetanes ; la deberá mantener caliente algun tiempo hasta que esté distribuida con igualdad en todas partes. Quando no pudiere introducir la pez en el segundo pedazo de tafetan , y se quedare encima en alguna parte , será señal de haberla sobrada ; entonces la deberá quitar mientras estuviere líquida , en

en los parages donde sobrare , aplicando encima un lienzo Fig.
caliente , y apretándole. En estando todo frio , quítese el
tafetán que se puso sobre el primero , y córtense los bor-
des inútiles de este. Para quitar parte de la pez donde so-
brare , y dar al todo una superficie regular, se le ha de fro-
tar dentro del platillo con un poco de jabon y agua , hasta
que la pez les dé un color moreno bastante obscuro ; lávese
despues todo, y vuélvase á frotar en el platillo, con mas agua
y jabon , hasta que el tafetan se vea en todas partes con toda
la igualdad posible. Como esta maniobra requiere algun
tiempo , se podrá abreviar echando un poco de espíritu de
vino con el agua y el jabon , que les ayudará á disolver y
quitar la pez mas pronto ; si en alguna parte pareciese mu-
cha la pez , se podrá quitar con un cortaplumas bien afilado.

912 Se ha de poner sumo cuidado en resguardar este
pulidor del polvo, y particularmente de que se le pegue ó
esmeril ó limaduras de metales duros. Solo al cabo de algun
tiempo que sirven , estos pulidores son mejores para alisar
los espejos ; se remedia este inconveniente con labrarlos
otra vez en el platillo con agua y jabon , y dándoles con
un pincel una ó dos manos de la disolucion mencionada,
practicando lo mismo que antes ; solo se deberá escusar
mezclar espíritu de vino con el agua y el jabon , y bástará
con mudarla una vez ó dos.

913 Concluidas todas estas maniobras , se podrá em-
pezar á darle la figura al espejo sobre las piedras azules,
frotándole igualmente que al platillo alternadamente en di-
chas

Fig. chas piedras, hasta que uno y otro estén igualmente claros; pegando primero en medio del espejo por detras una moleta con pez pasada por un trapo; porque entre las diferentes especies de betun esta es la que, segun parece, tuerce menos los espejos al pegarles las moletas.

914 Despues de fijado el pulidor, frótese encima el espejo mismo, ó por mejor decir el quebrantador (despues de darle la figura sobre las piedras) con una poca de potea muy fina mojada, y agua clara, hasta que empiece á parecer un poco pulido. Si se reparare que ha tomado con desigualdad el pulimento, quiero decir que le ha tomado mas ó menos ácia los bordes que en medio, será señal de que el quebrantador, el espejo &c. son mas ó menos cóncavos de lo que es menester para que correspondan á la convexidad del pulidor; y entonces será menester darles su curvatura, y no intentar hacer alguna mudanza en su figura, porque esto sería mucho mas dificultoso. Si el espejo pareciere muy plano, se deberá labrar algun tiempo el platillo circularmente sobre las piedras, manteniendo su centro cerca de su circunferencia de ellas; al cabo de quatro ó cinco minutos se concluirá esta obra llevando el platillo conforme digimos (909). Vuélvase á figurar el espejo sobre las piedras, y pruébesele despues sobre el pulidor como antes. Si el espejo fuese demasiado cóncavo, se deberá disminuir la sobrada convexidad de las piedras, frotando en medio con el quebrantador, haciéndole ir y venir en linea directa un trecho muy corto. Lábrese despues

pues el platillo del mismo modo sobre las piedras , y finalmente el espejo para pulirle despues. En hallando que el quebrantador , las piedras &c. corresponden á la curvatura del pulidor , examínese con mas escrupulosidad la figura del espejo , para no perder mucho tiempo en concluir el pulimento , estando imperfecta la figura.

915 Colóquese el espejo en una situacion vertical 501. sobre una mesa de tres pies y medio ó quatro de alto. Póngase encima de otra mesa una bugía cuya llama esté á nivel con el medio del espejo , y muy cerca del centro de su concavidad. A una media pulgada de distancia , con corta diferencia , de la llama , póngase un pedazo de hoja de lata , ó una plancha delgada de cobre , de mas de 3 pulgadas de ancho y de 4 ó 5 de alto , que lleve en su medio varios agujeros de diferente figura y estension , siendo los mas chicos como ojos de agujas de coser muy finas , y los mayores del tamaño de un grano grande de mostaza. Ciérrese bien el quarto , y llévase la bugía y la plancha de cobre ó de hoja de lata al rededor de la mesa , hasta que la luz de la parte mas brillante de la llama pasando por alguno de los agujeros mayores , y dando despues en el espejo , forme , despues de reflectida , las imágenes de dichos agujeros un poco mas acá de uno de los bordes de la plancha. Estas imágenes serán visibles (aunque no tenga el espejo mas pulimento que el que le dán las piedras) recibéndolas en un carton blanco puesto cerca del borde de dicha plancha , suponiendo la parte posterior del carton ennegrecida , ó que se

Fig. haya procurado que la luz no le dé , y que el ojo tampoco reciba luz directa de la bugía. Si hubiese alguna dificultad para discernirlas , se podrá quitar la plancha , y se verá facilmente la imagen de toda la llama. Téngase á mano un ocular el qual podrá ser de un focus dos veces mayor que el focus del ocular que se piensa darle al telescopio ; si se quisiere , se podrán probar muchos. Colóquesele , despues de encerrarle en un tubo , encima de un velador que se pueda colocar encima de la mesa , y hecho con tal arte , que no solamente pueda servir para bajar y levantar el ocular á la altura que pide la llama , sino tambien para hacerle dar vueltas ácia la direccion que se quiera. Por este medio se le podrá dar al ocular una posicion , tal que la luz que despues de pasar por algunos de los agujeros vá á reflectirse en el espejo , pueda despues venir á dar perpendicularmente en su superficie , y que esté á una distancia del espejo , tal que las imágenes reflectidas de los agujeros se puedan ver distintamente por dicho ocular , cerca del borde de la plancha delgada , con la luz que viene inmediatamente del espejo ; diríjase la bugía y la plancha con una mano , y con la otra el velador en que está el ocular , hasta darles tal situacion que á un mismo tiempo se perciban distintamente , por el ocular , el borde de la plancha delgada , y la imagen del agujero que está cerca de él. Mídase exactamente la distancia del medio del espejo á la plancha directamente junto á la llama , y al borde de dicha plancha , junto al qual se vé la imagen del agujero. Si estas me-

di-

didadas fuesen las mismas , apúntese esta distancia como que Fig.
es el radio exacto de la convexidad del espejo , y de otro
qualquiera que se pudiere pulir en el mismo pulidor , aun-
que sea algo grande ; si estas medidas discreparen una de
otra , tómese un medio entre ellas.

916 Tambien se podrá formar juicio de la perfec-
cion de la esfericidad del espejo , por medio de la distin-
cion con que se vieren los agugeros representados con sus
desigualdades , y el polvo que se les puede haber pegados ;
se podrá formar todavia mejor juicio de lo mismo , y ave-
riguar con mas seguridad los defectos del espejo , colocan-
do el ocular de modo que se vea uno de los agugeros mas
chicos en su ege , ó muy cerca de él ; y acercándole despues
un poco al espejo , y despues apartándole , manteniéndose en-
tretanto la bugía y la plancha en el mismo sitio. Con esto se
observará de qué modo la luz reflectida por el espejo se jun-
ta en un punto para formar las imágenes , y se vuelve á se-
parar despues de pasar por dicho punto. Si la luz , en el
mismo instante que se junta en dicho punto , en vez de pa-
recer redonda , parece ochavada , quadrada ó triangular
&c. será señal de que las secciones de la superficie del espe-
jo , por pasar por diferentes diámetros de dicha superficie ,
no tienen la misma curvatura. Si precisamente antes de jun-
tarse en un punto , la luz formare un círculo mas luminoso
en su circunferencia , y mas oscuro ácia el centro , que
despues de cruzarse y separarse otra vez , será señal de que
la superficie del espejo es mas curva ácia su circunferencia ,

Fig. y menos ácia el medio : será parecida á la de un esferoide aplanado, y los malos efectos de esta figura serán mucho mas reparables quando el espejo estuviere en el telescopio. Pero por el contrario, si la luz pareciese mas oscura ácia los bordes, y tuviere mas resplandor ácia el medio antes de juntarse que despues, será señal de que el espejo es mas curvo en su centro que en sus bordes ; y si esta diferencia de curvatura siguiere una proporcion conveniente, el espejo podrá tener una verdadera figura parabólica. Ultimamente no se consigue formar juicio cabal de la curvatura de los espejos, sino por medio de la observacion y de la experiencia.

917 Quando se hace el reconocimiento antecedente, la imagen ha de ser reflectida tan cerca del agujero mismo como lo permita la precision de arrimar el ojo á la bugía, á fin de que la oblicuidad con que es reflectida la luz no ocasione errores de alguna consideracion. Para esto se debe procurar que el ojo no vea la bugía ; y para resguardar se de la luz muy viva que pudiera hacer mala obra, bastará colocar una plancha que tenga un agugerito, en el focus del ocular lo mas cerca que se pueda del ojo. En la figura, *A*, es el espejo ; *B*, la bugía, y la plancha con sus agugeritos ; *C*, el tubo donde está el ocular, y la plancha que está detras.

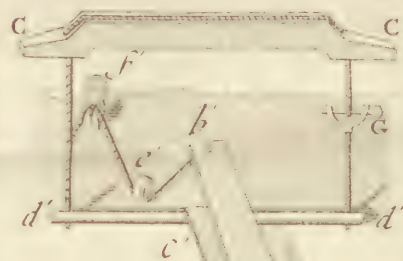
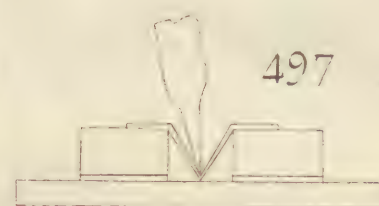
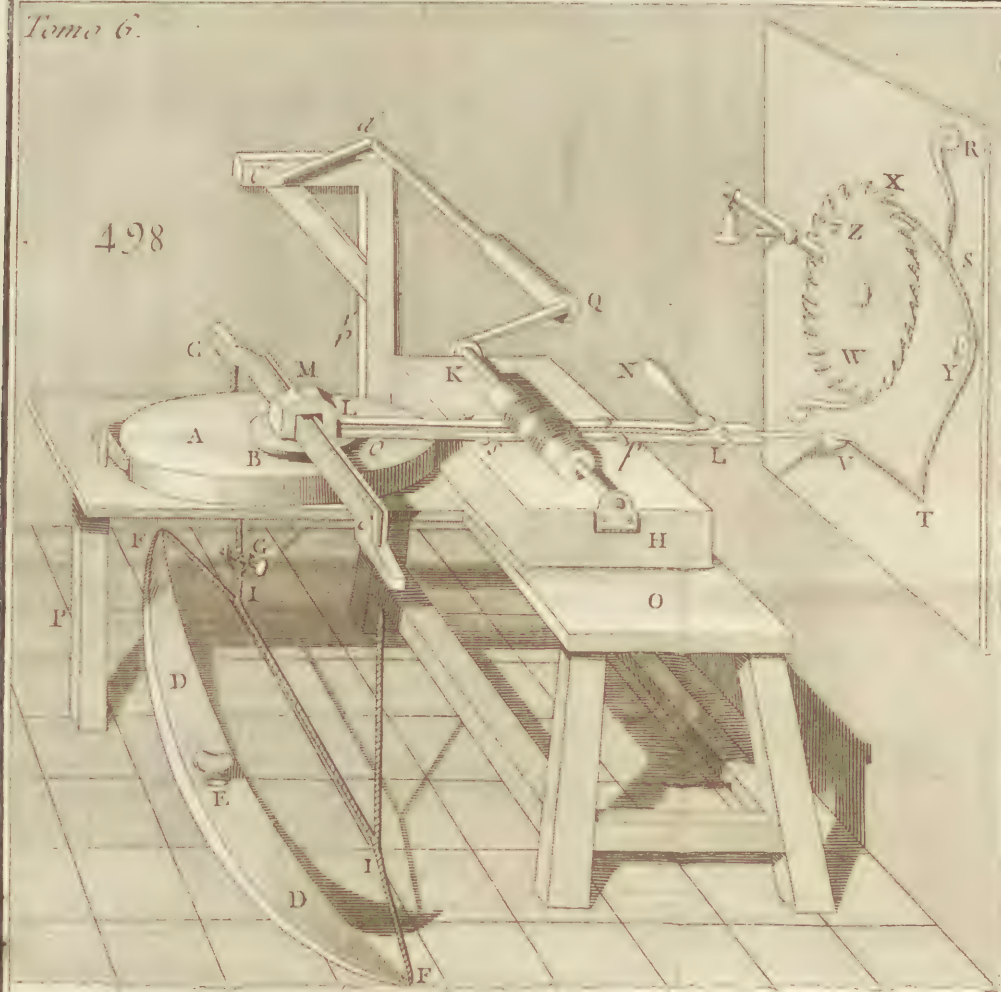
918 Quando no se tuviere satisfaccion de la figura del espejo, lábrense por espacio de 2 ó 3 minutos las piedras azules con el platillo y agua, llevándole conforme hemos dicho (909) ; lábrese despues el espejo sobre las piedras, llevándole del mismo modo, y haciéndole andar un

espacio, tal que el borde del espejo pase una sexta ó quarta parte de su diámetro, el borde del conjunto de las piedras, haciéndole andar tambien alternadamente á derecha é izquierda, con poca diferencia, la misma distancia. Prosígase esta labor como unos 5 minutos, sin apretar el espejo, y dejándole á su propio peso; y téngase presente que quanto mas amenu- do se quitare el légamo lavando las piedras, tanto mejor se conseguirá en general darle al espejo una figura perfectamente esférica; se ha reparado que con dejar un poco mas de légamo sobre las piedras, adquiría el espejo la figura parabólica. Tambien se le puede dar esta figura al acabar la maniobra, dando una especie de movimiento espiral á su centro, cerca de la circunferencia de las piedras, por espacio de media hora, al poco mas ó menos, conforme pinta la figura. Fig. 502.

919 Si despues de muchas pruebas tuviese siempre el espejo un mismo defecto, y en un mismo parage, será señal de que no es igualmente duro el metal en todas sus partes; y de aquí resultará que no se le podrá dar al espejo la figura que se deseare sino á costa de mucho trabajo. Al tiempo de labrar el platillo ó espejo sobre las piedras, se repararán con frecuencia manchitas mucho mas negras y duras que lo demás; será preciso quitarlas luego que se reparen.

920 Una vez que tenga el espejo la figura que se desea, se empezará á darle el pulimento sobre el tafetan con un poco de potea desleida con mucha agua. Antes de echar la potea y el agua sobre el tafetan, reconózcase, teniéndole en situacion oblicua entre la luz y la vista, si tiene algunas

Fig. fajas que parezcan mas apretadas que las demás ; si las hubiere , es preciso al tiempo de pulir el espejo , hacer que atraviese directamente dichas bandas , y no moverle en la misma direccion de ellas , ni aun circularmente. Excepto este caso , se le podrá mover del mismo modo que hemos encargado se moviese por encima de las piedras , no olvidándose , despues de 15 ó 20 vueltas , de darle sobre su ege como un dozavo ó diez y seisavo de vuelta. Quando el pulidor llegare á secarse , se reparará que el espejo se le pega mas , y se mueve con mas dificultad , pero entonces se pule mas pronto , y su pulimento es mas vivo. Solo se debe poner cuidado en que no se ponga tan seco el pulidor , que el espejo se pegue al tafetan , y le rasgue , ó que la peza y la potea se amontonen aquí y acullá ; si esto sucediere , la figura del pulidor se echará á perder sobre la marcha. Por consiguiente , quando el tafetan se secare en alguna parte , mójesele allí mismo con una pluma mojada en agua limpia ; la misma potea podrá servir media hora por lo menos. Siempre que se mudare , frótese con el quebrantador la nueva que se substituyere en lugar de la primera , para moler las piedrecitas ó partes groseras que podrian arañar el espejo al tiempo de pulirle ; colocando despues el borde del espejo sobre el borde del pulidor , donde le cubre el agua , hágasele correr ácia el medio , y lábrese despues como antes. Si se echare poca potea cada vez , la maniobra será muy larga ; pero si se echare mucha , la figura del espejo se alterará ácia los bordes. Si el espejo no fuere muy grande , no será me-



499

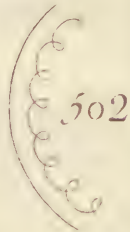
t' a t'



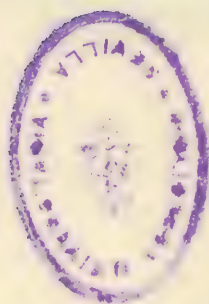
500



501



502



menester apretarle con mucha fuerza ; pero si fuese de 5, Fig. 6 ó mas pulgadas de diámetro , costará mucha fatiga el pulirle , á no ser que se haga esta operacion por medio de alguna máquina , como la que dimos á conocer (891), principalmente si se le añade alguna parte que pueda impedir que el espejo gire irregularmente sobre su ege , y advierta al oficial atienda al movimiento lateral.

Del modo de centrar los obgetivos.

921 Llamamos *Obgetivo bien centrado* aquel que tiene el centro de su circunferencia en el ege del vidrio. Así, sea d el centro de la circunferencia de un obgetivo abc , y supongamos que e sea el punto donde su ege corta su superficie superior ; si los puntos d y e no coincidieren , el vidrio estará mal centrado. Sea afg el círculo mayor que se pueda trazar desde el centro e ; quitando todo lo que estuviere fuera de este círculo , el obgetivo estará bien centrado. Este centro que está en el ege del vidrio , se puede hallar del modo siguiente. 503.

922 Mándense hacer dos tubos cilíndricos de madera ó cobre , cortos y tales que el uno pueda entrar en el otro , y dar dentro vueltas con desahogo , pero sin vacilar ; y procúrese que los planos de las bases de dichos tubos sean exactamente perpendiculares á sus lados. Colóquese el tubo mas chico sobre su base , encima de una plancha lisa de cobre , ó sobre una tabla que tenga en todas partes un mismo grueso ; trácese un círculo sobre la tabla al rededor de la 504.

Fig. circunferencia de la base del tubo, y quitando el tubo, búsqese el centro de dicho círculo, y al rededor de dicho centro trácese otro círculo mayor sobre la tabla. El uno de estos círculos debe ser algo mayor, y el otro algo menor que qualquiera de los vidrios que por su medio se hubieren de centrar. Quitando despues el pedazo de tabla que abraza la circunferencia menor, introdúzcase el extremo del tubo en el agujero que quedare, de modo que su base esté en la superficie de la tabla, y sugétese con cola. Hecho esto, se asegurará firmemente el otro tubo en un agujero hecho en una puerta ventana, se cerrará muy bien el quarto, se aplicará el vidrio que se quisiere centrar sobre el agujero de la tabla donde está metido el tubo menor; y co'ocando su centro lo mas exactamente que fuere posible encima del centro del agujero, sugétese á la tabla con pez ó betun poco fuerte, en dos ó tres puntos de su circunferencia. Introdúzcase despues el tubo chico en el grande lo mas que se pudiere, y póngase enfrente y mas allá una mampara cubierta con una hoja de papel blanco, donde se estampan las figuras de los obgetos puestos delante de la ventana; quando se vieren distintas sobre dicho papel, dénsese vueltas al tubo interior al rededor de su ege; si el centro del vidrio estuviere en dicho ege, la imagen se quedará perfectamente inmobil sobre el papel; si no, cada punto de dicha imagen trazará un círculo. Señálese con un lapiz el parage mas alto y el mas bajo de un círculo trazado por algun punto reparable de la parte de la imagen que pareciere mas distinta; quando di-

dicho punto de la imagen llegare á la señal mas alta , dége- Fig.
 se de dar vueltas al tubo , y manteniéndole en esta situa-
 cion , bágesse el obgetivo hasta que el mismo punto esté exac-
 tamente en medio de las dos señales : hecho esto , dénsese
 mas vueltas al tubo , y el punto de la imagen se quedará
 en dicho lugar , ó trazará un círculo mucho menor que an-
 tes , y se le reducirá á un punto inmovil , prosiguiendo la
 misma operacion. Entonces el centro de refraccion del vi-
 drio estará (149) en el ege del tubo , y por consi-
 guiente igualmente distante de la circunferencia del círcu-
 lo mayor trazado en la tabla.

Para trazar ahora un círculo sobre el vidrio *fgb* , que 504.
 tenga por centro el centro de refraccion , dóblense á es-
 cuadra los extremos de una plancha delgada de cobre *acb* ,
 conforme pinta la figura , procurando que la porcion de di-
 cha plancha comprendida entre sus partes dobladas , sea
 igual al diámetro del círculo mayor *adbc* trazado sobre la
 tabla ; límense los extremos de dichas partes , de modo que
 no quede mas que una partecilla de figura cilíndrica en me-
 dio ; colocando despues esta plancha encima del vidrio , en
 la direccion de un diámetro qualquiera del círculo mayor
adbc , háganse dos agujeros en la tabla , y métanse por ellos
 las partecillas *a* , *b* ; búsquese el centro *c* de dicho círculo
 en la plancha , y desde dicho centro *c* trácese con un com-
 pas de puntas de diamante , el círculo mayor que se pudie-
 re sobre el vidrio que está debajo ; y quítese todo lo que
 estuviere fuera del círculo *fik* en un platillo hondo he-
 cho.

Fig. cho para cortar oculares. Concluido esto, quedará el vidrio bien centrado. Si la pez ó el betun fuese sobrado blando, y no sugetare bastante el vidrio, se conseguirá con cera ó un betun mas fuerte.

505. 923 Para hacerse cargo de los fundamentos de esta práctica, considérese que la figura representa una seccion del obgetivo klm , de la tabla ab , de los tubos cd , hi , y de la puerta ventana no . Imagínese que el plano de esta seccion ó de la figura pasa por el punto e en lo interior del vidrio, que se queda inmovil todo el tiempo que con el movimiento del tubo lo demás dá vueltas al rededor. Supongamos tambien que pasa por el centro l de refraccion de dicho vidrio, y corta un obgeto en la direccion de la linea PQR . Supongamos que se junte entonces un manojo de rayos viniendo de un punto qualquiera Q en el focus q sobre el papel ST . Los puntos Q, l, q estarán en una linea recta que pasa por el ege del manojo (149). Tírese Qef , que encuentra el papel en f ; mientras el tubo dá vueltas, la linea $Q'lq$ traza la superficie de un cono cuyo ege es la linea fija Qef ; luego el focus q ó la imagen del punto Q trazará un círculo qqq' cuyo centro será f , y se hallará dividiendo en dos partes iguales el intervalo qq' que hay entre el punto mas alto y el mas bajo de dicho círculo. Pero así como f es el centro de dicho círculo, e es el centro de otro círculo trazado por l ; haciendo, pues, bajar el vidrio kl hasta que la imagen q cayga encima de la señal f , el punto l bajará al centro e del movimiento, y estará entonces en el ege del tubo, y por lo mis-

mismo igualmente distante de la circunferencia del círculo *Fig.* trazado sobre la tabla *ab*; y es evidente que la imagen *q* se mantendrá inmovil en el punto *f*.

924 La mayor ventaja que se saca de tener un vidrio bien centrado consiste en que los rayos pasando por una abertura cuyo centro coincide con el ege del vidrio, forman una imagen mas distinta que si dicho centro estuviera fuera del ege; porque las aberraciones de los rayos, del focus geométrico del manojo, son como las distancias de sus puntos de incidencia al centro de refraccion en el vidrio (296).

925 Si en vez de recibir la imagen sobre el papel *ST*, se la recibiera sobre el lado de un pedazo de vidrio plano, sin pulir, se percibiría mas exactamente su movimiento, mirándola por detrás de dicho vidrio, con un ocular convexo; lo mismo sucederá si se la recibe dentro de un anteojó, en el qual unos hilos tirantes en su focus hacen las veces del vidrio de que hablamos. Así, como los obgetivos están metidos por lo comun en cajas que se enroscan al estremo de un tubo, se puede reconocer si estan bien centrados, fijando el tubo, y reparando si al tiempo de desenroscar la caja en que está el obgetivo, los hilos cortan siempre exactamente en los mismos parages un obgeto que se mira con el anteojó.

926 En la aplicacion de los anteojos á los instrumentos astronómicos, y á otros muchos usos, es absolutamente preciso que el plano de los hilos coincida con el plano de la imagen de un obgeto; se conseguirá colocarle donde debe estar para que esto se verifique, teniendo

pre-

Fig. presentes las prevenciones que se siguen.

Se dejará desde luego entre los dos vidrios convexos del antejo el intervalo preciso para ver distintamente un objeto ; si los hilos parecieren confusos , parecerá que se mueven á brinquitos sobre el objeto mientras se moviere el ojo de lado ; si moviéndose así, pareciere que ván del mismo lado que el ojo , estarán detrás de la imagen del objeto ; si se moviesen del lado opuesto , estarán al contrario delante de la imagen , y será menester llevarlos un poco mas lejos hasta que se vean distintamente ; y entonces parecerá que cortan el objeto siempre en los mismos parages , no obstante el movimiento del ojo. Despues se deberá dejar entre los hilos y el ocular un intervalo , tal que se vean distintamente los hilos ; si entonces el objeto pareciere confuso , tambien parecerá que se mueve á brinquitos al mover el ojo de lado ; y si moviéndose así, caminar del mismo lado que el ojo , su imagen estará detras de los hilos ; si caminar ácia el lado opuesto , estará delante ; y para conseguir que caiga sobre los hilos , se deberá mover el objetivo , ó los hilos con el ocular. En estos dos casos , el objeto confuso (pues tambien se puede dar este nombre á los hilos) es el que parece que se mueve , y el objeto que se vé distintamente parece que está en reposo , del mismo modo que en la vision con la vista sola. Porque si un hombre que se mueve, pongo por caso caminando , fija la vista en un objeto y le vé distintamente , le parecerá siempre en el mismo lugar, siendo así que los objetos inmediatos al espresado , que están

mas

mas cerca ó mas lejos , le parecerán confusos y en movimiento: la razon de esto es muy obvia. Fig.

Para esplicarlo en el caso actual , sea b el punto donde los hilos se cortan , bik un manojo de rayos que vienen de dicho punto , los quales , despues de refringirse al pasar por el ocular eai , tienen su focus en k á una distancia finita ó infinita. Térese el ege be del manojo que corta el obgeto en Q , y supongamos que los rayos emergentes del manojo qab , viniendo de q , corten los rayos emergentes del primer manojo en el punto p , y tengan su focus en b á una distancia finita ó infinita. Si se pone el ojo en algun punto o del ege comun de dichos manojos , los puntos b , Q parecerán en la misma direccion oe ; pero si se mueve el ojo de lado de o á p , el punto Q parecerá en la direccion pa (418), y el punto b en la direccion pi ; de donde se saca claramente la razon de los casos precedentes , considerando las figuras. Finalmente , quando los focus b , q no coincidieren , la inclinacion mutua de los rayos emergentes en un manojo deberá ser diferente de la inclinacion mutua de los rayos emergentes de otro manojo ; y así los humores del ojo no pueden adquirir la forma correspondiente para juntar los rayos de dos manojos en dos puntos distintos. Si el uno fuere distinto , el otro será confuso , y en un lugar diferente del fondo del ojo (excepto quando el ojo estuviere en el ege) ; pero quando los focus b , q coinciden , los focus de los rayos emergentes , se juntan tambien ; y por consiguiente los rayos coincidentes de dos manojos se juntarán en un mismo punto del fondo del ojo.

Fig. ojo , en qualquier lugar que esté el ojo ; por manera que los puntos correspondientes del obgeto y de los hilos parecerán fijados juntos.

927 Una vez determinado el sitio donde han de estar los hilos , se puede medir su distancia al obgetivo ; este es el medio mas seguro para hallar la distancia focal de dicho vidrio , si el obgeto estuviere muy distante. Para mantener esta distancia siempre la misma , todas las veces que se hace uso del antejo , es del caso hacer señales en los parages donde las diferentes partes del tubo se encajan una en otras ; porque entonces , sea el que fuere el ocular de que se hace uso , el obgeto y los hilos parecerán distintos á un mismo tiempo.

928 Una linea tirada por el punto de interseccion de los hilos , y por el centro de refracciones en el obgetivo (149) sea que coincida con el ege del vidrio , ó que le esté inclinada , se llama linea de *Colimacion* ; porque esta linea prolongada encuentra el obgeto en el punto cuya imagen dá en la intersección de los hilos ; y así el rayo que traza esta linea corresponde á nuestro rayo visual quando miramos un obgeto con la vista sola. Por consiguiente quando el obgetivo y los hilos están sólidamente asegurados en un tubo bastante fuerte , es evidente que la linea de colimacion es tan inmutable respecto de dicho tubo como si se substituyeran dos agujeros en lugar de la interseccion de los hilos y del centro de refracciones del obgetivo.

929 Para poner la linea de colimacion paralela á una
li-

Fig.

línea dada en el plano de un instrumento, se debe asegurar firmemente el objetivo; y el anillo ó plancha que lleva los hilos, debe tener dos movimientos graduados en su mismo plano, por medio de dos tornillos á ángulos rectos; porque por este medio la intersección de los hilos puede moverse en dicho plano donde se quiera. Estos movimientos se ejecutan por medio de tres planchas de cobre puestas unas encima de otras. La primera que lleva una abertura circular, en la qual los hilos están puestos tirantes, corre por encima de la del medio en la dirección de una abertura prolongada hecha en esta, cuyo ancho es algo mayor que la de la abertura de la primera plancha, y estas dos planchas corren lateralmente sobre la última, en la qual hay una abertura ovalada mas ancha. Daremos una descripción individual de estas tres planchas, empezando por la última.

A cada lado de la abertura ovalada de esta última plancha *R*, hay dos travesaños de cobre *m, n* firmemente asegurados, entre los cuales y la plancha hay una corredera á cola de milano para recibir la plancha *S* cuyos lados tienen la forma necesaria para introducirse y correr por ella; los extremos contiguos de dichas dos planchas están doblados á ángulos rectos en *b* y *e*; un tornillo bastante fuerte *abc* dá vueltas en un agujero redondo *b*, hecho en medio de la parte doblada de la plancha *R*; el extremo *c* de este tornillo es mas delgado que lo demás, y pasa por un agujero *e* hecho en la parte doblada de la plancha *S*; el extremo de esta parte *c* está taladrado para introducirle un tornillito *d*; por manera que dan-

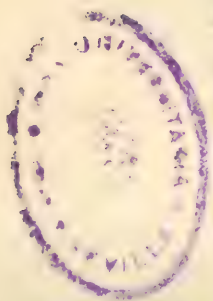
510.

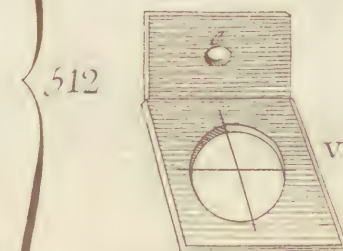
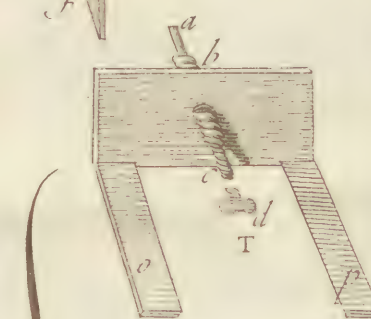
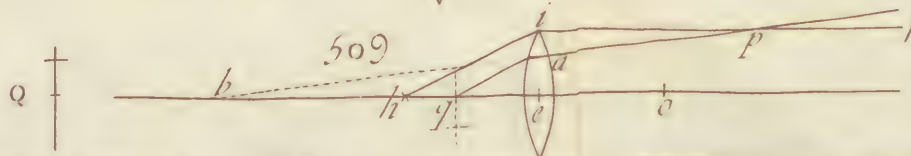
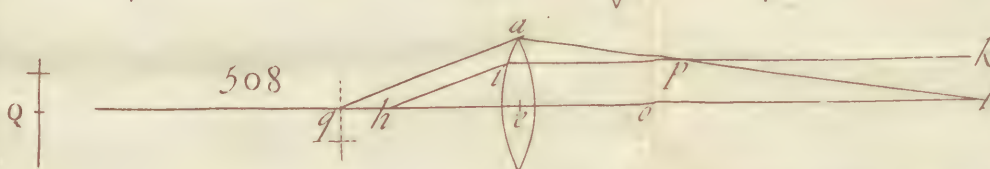
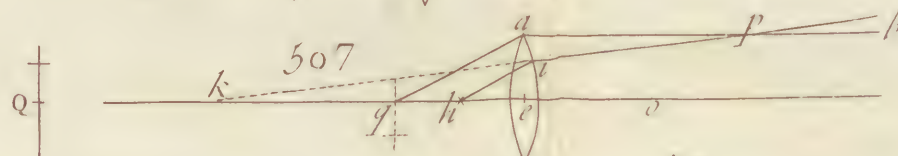
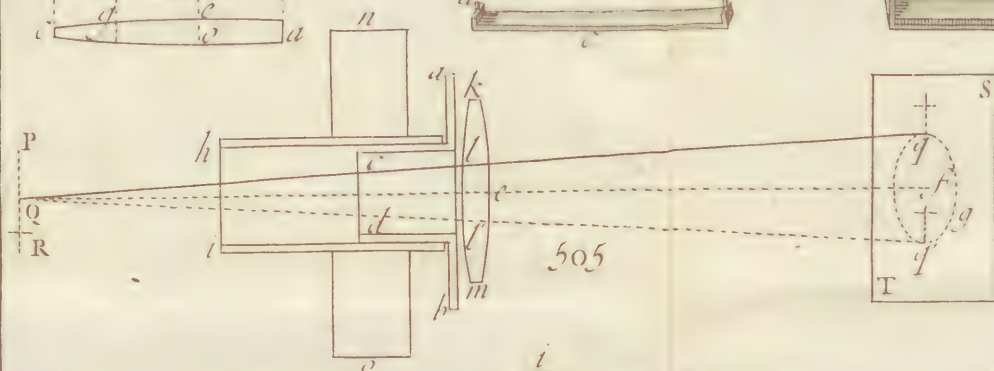
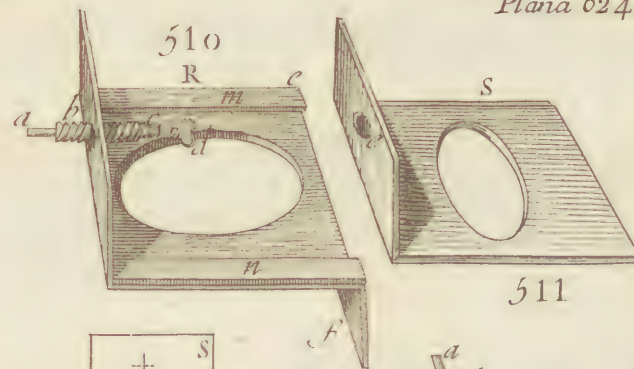
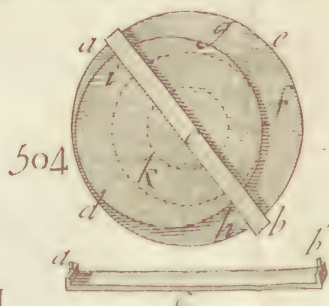
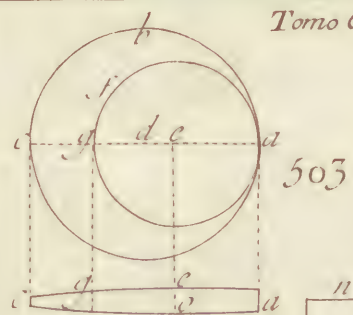
511.

512.

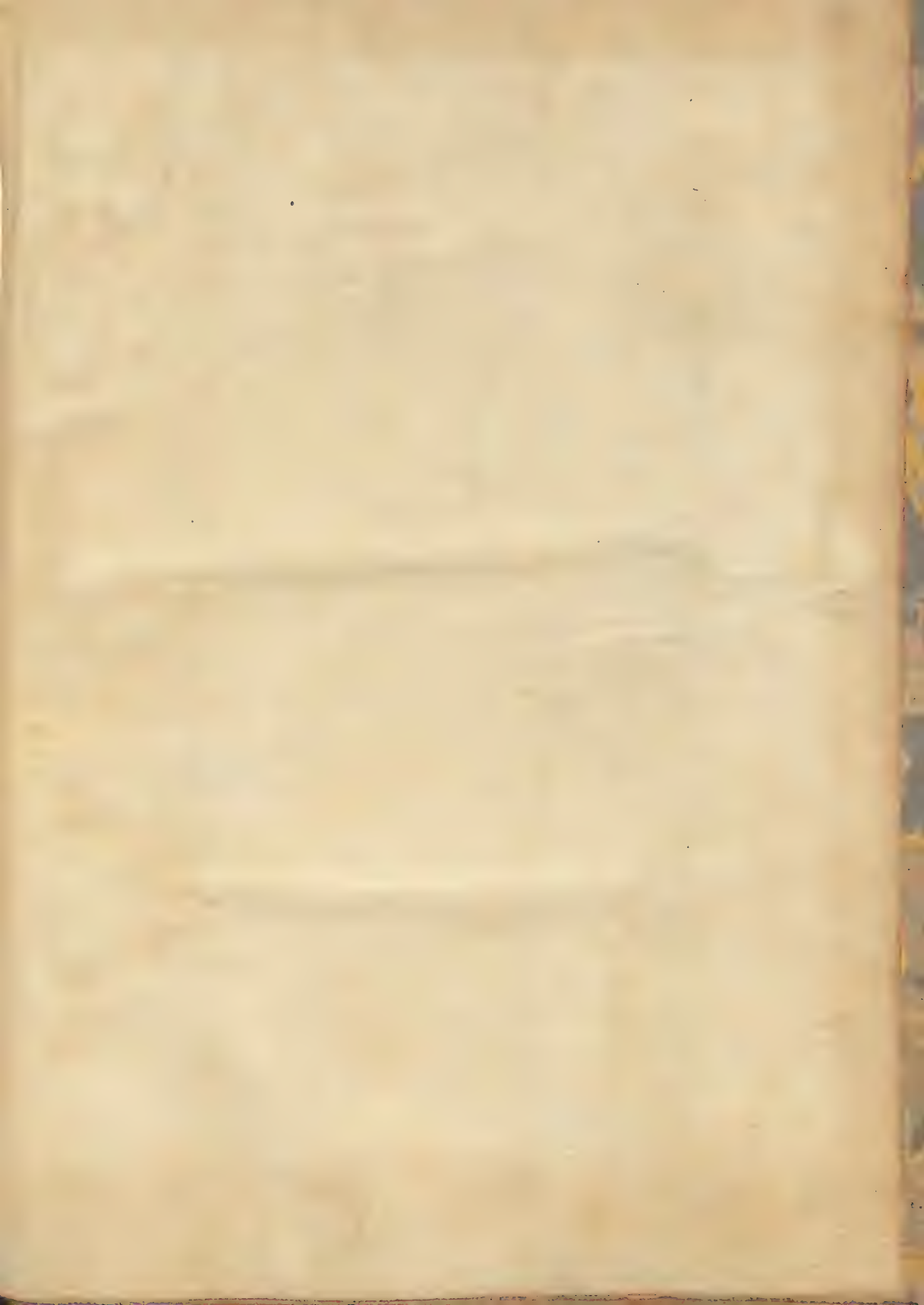
Fig. dando vueltas al tornillo abc con una especie de llave de reloj, la plancha S se mueve ácia atrás ó ácia adelante por entre los travesaños m, n . La figura T representa dos travesaños o, p , que deben estar remachados sobre la plancha S ; estos travesaños son parte de la plancha T que les es perpendicular, en la qual hay otro tornillo $abcd$, para mover una tercera plancha V por entre los travesaños o, p en una direccion perpendicular á la direccion en que se mueve la plancha S . Los hilos estan puestos tirantes sobre la abertura hecha en esta plancha V , por medio de quatro clavijas que los aseguran en quatro agugeritos. El otro extremo de la plancha Rb , opuesta á la parte que lleva el tornillo, está doblada á esquadra del lado opuesto al de la parte b , ó lo que produce el mismo efecto, estando doblada á esquadra la plancha X , la una de las dos partes ef está unida y remachada detras de la plancha R en el extremo opuesto á aquel donde está el tornillo b , y la otra parte eb está atornillada al lado del tubo del anteojo; los tornillos atraviesan unas rendijas largas hechas en dicho lado, á fin de que quede lugar para colocar el bastidor que componen las tres planchas, exactamente á la distancia del obgetivo á que debe estar; y para que pueda el bastidor entrar en el tubo, se deben hacer dos rendijas largas en dos lados contiguos del mismo tubo, de las quales es mejor que la una esté cubierta con un pedazo de cuerno delgado, á fin de poder alumbrar los hilos con la luz de una bugía, quando se observan de noche estrellas chicas.

FIN DEL TOMO VI.

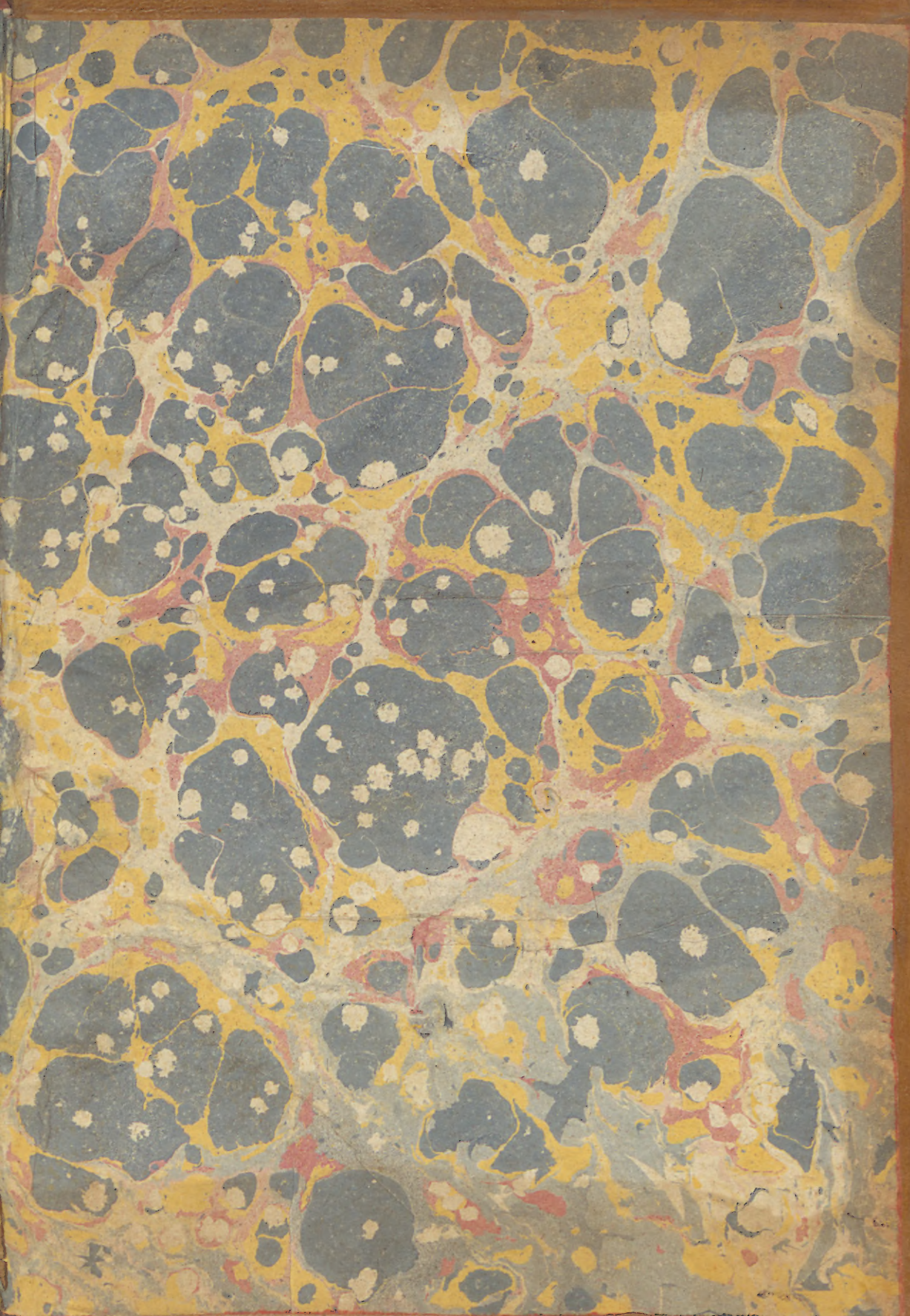


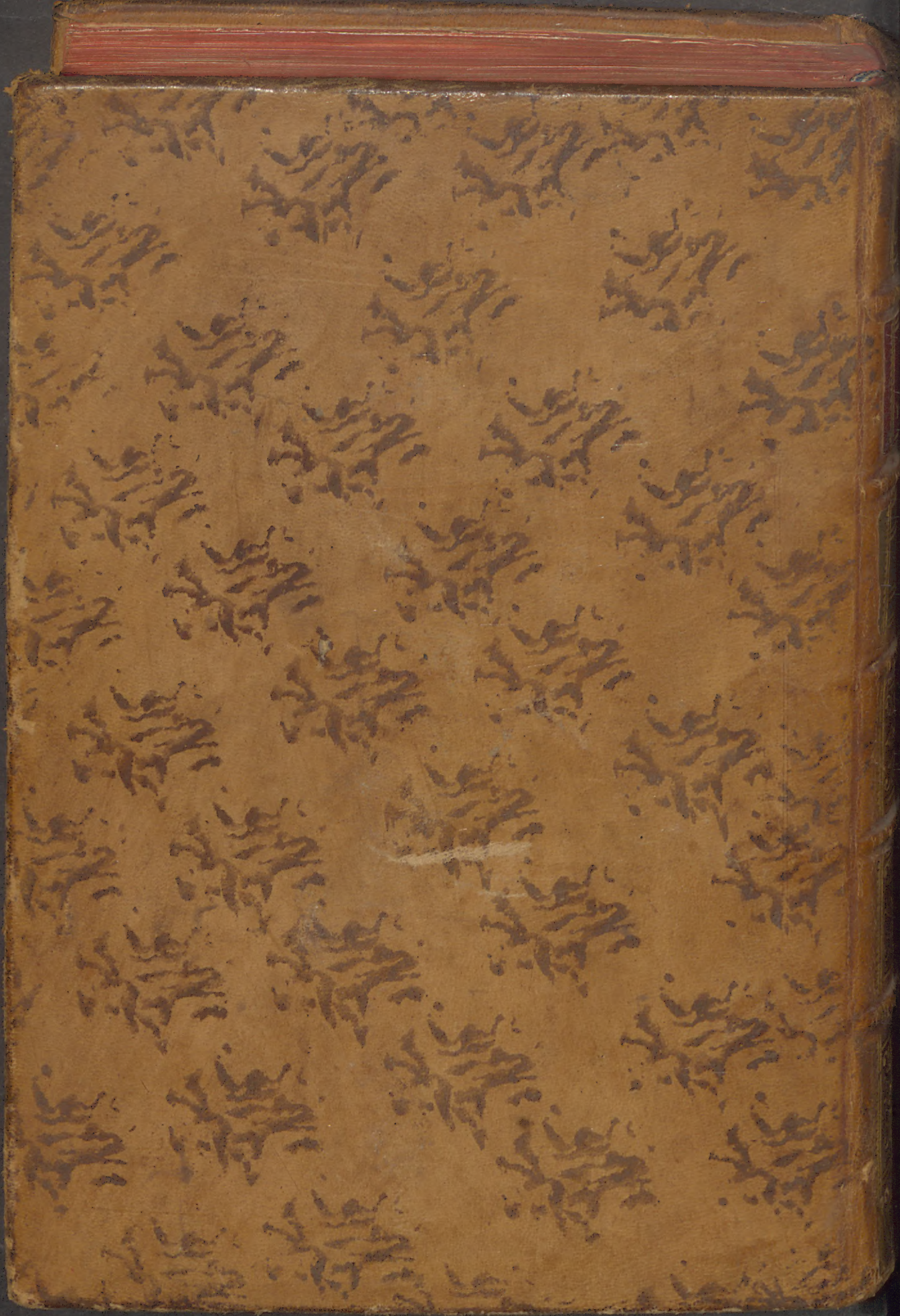












211

ELEMENTOS
DE
MATEMATICA.

TOM. VI.

52

+ colorchecker classic



+
calibrite

mm